

D'Amore, B., & Sbaragli, S. (2019). *La matematica e la sua storia. Dal Rinascimento al XVIII secolo*. Bari: Edizioni Dedalo.

Gli autori, molto conosciuti e stimati, con questo nuovo volume continuano la loro serie *La matematica e la sua storia*, iniziata con la pubblicazione nel 2017 di *Dalle origini al miracolo greco*, seguita nel 2018 da *Dal tramonto greco al Medioevo*.

Questo terzo volume ci offre uno spaccato matematico-storico-filosofico concernente il periodo *Dal Rinascimento al XVIII secolo* e ci lascia presagire una prossima pubblicazione che potrebbe concludere il meraviglioso ciclo.

In esso si possono riconoscere chiaramente lo stile e il modo di interpretare i periodi dei volumi precedenti: un riuscitissimo amalgama di matematica, storia, filosofia e didattica, cosa che rende la lettura piacevole e interessante per molti lettori, dall'insegnante allo scienziato, dal matematico allo storico e al filosofo. Ma, conoscendo bene gli autori, oso affermare che sotto sotto hanno pensato soprattutto agli insegnanti. Perché se si vuole togliere dall'immagine scolastica della disciplina matematica quella stonata caratteristica di materia fredda, scontata, nella quale ogni studente si vede obbligato a imparare a memoria definizioni, teoremi e rigidi algoritmi, se si desidera abbracciare la matematica come disciplina culturale (cosa che le spetta), una strada da seguire è certamente indicata da questa pubblicazione. Conoscere un po' di storia, di quella autentica (nei limiti del possibile), prendere atto che molte difficoltà incontrate dagli studenti di oggi si possono ritrovare in gran parte nei lavori di personaggi dai nomi altisonanti, sapere che molte conquiste della matematica sono costate anche duri contrasti fra gli studiosi, cambia notevolmente il rapporto tra disciplina e discente; da un lato perché la matematica si rivela una costruzione realizzata in parecchi millenni, quindi non calata dall'alto, perfetta, invariabile, dall'altro perché, portando a conoscenza dello studente le difficoltà e gli errori del passato, lo si tranquillizza e lo si porta a concepire un'immagine diversa delle proprie difficoltà e degli errori. Fare matematica vuol dire anche incontrare ostacoli duri da superare, anche sbagliare, tentare percorsi diversi, fare tesoro del vissuto per non cadere negli stessi errori e per costruire una rete di relazioni fra gli apprendimenti, costruirsi una propria strategia di studio sempre suscettibile di miglioramento.

Tutto ciò è perfettamente riscontrabile nei vari capitoli di questo terzo volume.

Già all'inizio il lettore può rivivere, per esempio, la vicenda che nel secolo XIII coinvolge Tartaglia, Cardano, Ferrari e Dal Ferro a proposito della risoluzione, non ancora conosciuta, dell'equazione di terzo grado: un intreccio di sfide matematiche, di ricatti e di acuti imbrogli. Da leggere e meditare, in particolare, la traduzione, in versi difficilmente comprensibili, del metodo di risoluzione fatta da Tartaglia perché, per certe ragioni, doveva comunicarlo al professor Cardano dell'Università di Bologna, ma d'altra parte non voleva che costui se ne impossessasse facilmente.

Per uno studente, conoscere simili peripezie molto frequenti nella storia della matematica, è una bella lezione di umanità. Dai momenti di esaltazione (colpi di genio, idee brillanti) a quelli di sconforto, superabili grazie alla caparbia, alla fatica e all'intelletto, gli studiosi hanno costruito a fatica quel grande edificio che è la matematica di oggi e che, a piccole dosi e molto parzialmente, lo studente è tenuto ad apprendere sia per motivi di utilità sia soprattutto perché costruendosi la propria matematica – ovviamente sotto lo sguardo sapiente dell'insegnante – plasma la propria mente e acquisisce capacità utili in qualunque campo dello scibile.

E che dire del rapporto tra arte e matematica nel Rinascimento? Ecco un altro tema, in generale poco conosciuto. Chi guarda una mostra d'arte con occhi matematici?

Eppure quasi sempre si può scoprire che dietro a un dipinto o a una statua o a un brano musicale o letterario si cela una struttura matematica che l'artista può aver concepito espressamente oppure anche inconsciamente. In merito, il Rinascimento costituisce un esempio importante perché proprio in quel periodo la pittura ha scoperto la prospettiva (che è matematica). Dal grande Piero della Francesca, pittore e matematico, al Brunelleschi a Leon Battista Alberti e a Leonardo da Vinci, autodidatta e genio multiforme, probabilmente il più conosciuto, per citare solo alcuni dei diversi personaggi del Rinascimento italiano.

La parte dedicata alla nascita del simbolismo moderno è un impareggiabile dono per tutti gli insegnanti, che sono chiamati a traghettare gli alunni dal campo numerico alla generalizzazione, quindi al calcolo letterale. Nella storia si è passati dall'*algebra retorica* (fin verso il XIV-XV secolo), a quella *sincopata* (tra il XV e il XVI secolo), per poi giungere all'*algebra simbolica* (Viète e Descartes, XVI secolo), praticamente quella che si insegna oggi nelle scuole; lo studente che è condotto a capire quanto sia stata grande e sofferta questa creazione troverà grande motivazione nell'apprendere, con tutti i vantaggi che ne derivano relativamente all'acquisizione di competenze. René Descartes (italianizzato Cartesio) è anche ricordato per aver dato un contributo decisivo alla creazione della geometria analitica, della quale fanno conoscenza già gli alunni delle medie con l'apprendimento del sistema degli assi cartesiani, appunto, e che poi sviluppano nel corso degli studi superiori. Sarebbe quindi buona cosa che gli insegnanti facessero capire agli studenti come sia nata l'idea delle coordinate e quanto utili siano per lo studio e per l'applicazione anche a situazioni concrete.

Il tema dell'infinito matematico non poteva certamente mancare, viste le ricerche e gli studi che si sono fatti all'interno del NRD¹ di Bologna e infatti troviamo un bellissimo spunto che, se sfruttato in classe, può dare grande motivazione per una formazione corretta del concetto matematico di infinito: dall'infinitamente grande all'infinitamente piccolo. La lettura di queste pagine porta alla conoscenza dei grandi attori che hanno contribuito piano piano alla nascita dell'analisi matematica, cioè del calcolo differenziale e integrale. Sono pionieri della grande costruzione: Galileo, i suoi discepoli Cavalieri, Torricelli, Mengoli e altri ancora, fondatori del *metodo degli indivisibili*, molto simile al *metodo di esaustione*, ideato da Archimede, con il supporto teorico di Eudosso di Cnido, circa un millennio prima. Ma non si tratta per nulla di plagio, perché gli scritti di Archimede relativi a questo tema furono trovati solo nel 1906. Ecco un altro bello stimolo di riflessione in classe: il confronto tra il modo di procedere di Archimede e quello di Cavalieri e compagni.

In tale contesto, come ultimo atto, questo terzo volume arriva a toccare l'opera di Newton e Leibniz che, a cavallo dei secoli XVII e XVIII, diedero un contributo essenziale ai concetti di derivata e di integrale, materia che si tratta negli ultimi anni delle scuole superiori e che andrebbe presentata, almeno nelle fasi iniziali, anche da un punto di vista storico.

Nel proseguo, il racconto si concentra maggiormente sulla matematica e presenta in modo chiaro e semplice questioni che sono conosciute anche dal grande pubblico. Alludo, per esempio al cosiddetto "ultimo teorema" di Fermat, a proposito del quale lo stesso ebbe a scrivere, a margine del proprio manoscritto, "la dimostrazione l'ho completata, ma non ci sta nel piccolo spazio che ho a disposizione". Inutile dire che i

1. Nucleo di Ricerca in Didattica della matematica. Si veda ad esempio il testo: Arrigo, G., D'Amore, B. & Sbaragli, S. (2010). *Infiniti infiniti*. Trento: Erickson, ora in riedizione presso un altro editore.

matematici furono fortemente stimolati a cercare una loro dimostrazione, cosa che si è verificata soltanto nel 1995 con Andrew Wiles, cioè circa tre secoli dopo l'enunciazione di Fermat. Vista la natura della dimostrazione di Wiles che comprende concetti e metodi attuali sicuramente non conosciuti da Fermat, oggi possiamo affermare con (quasi) sicurezza che il nostro eroe aveva... bleffato. Ma anche questo fatto è importante, perché contribuisce a rendere più umana l'immagine del matematico.

Un'altra bella occasione per rendere più stimolante lo studio della matematica ce la offre il matematico svizzero Leonhard Euler, che ha operato nel XVIII secolo, in gran parte nelle regie di San Pietroburgo e di Berlino. Gli autori non si sono lasciati sfuggire l'occasione per mostrare i suoi lavori sui grafi, ritenuti fondanti di una nuova branca della matematica, denominata *Topologia*: attività che possono coinvolgere anche gli allievi della scuola primaria. Chi non ha mai tentato di disegnare la famosa casetta o la busta per le lettere senza alzare la matita dal foglio?

Gli ultimi capitoli si soffermano sia sull'evoluzione della geometria che si stacca dal pesante fardello euclideo sia sull'algebra che conosce una vera rivoluzione grazie anche all'opera di personaggi per nulla comodi come Paolo Ruffini, Niels Henrik Abel ed Evariste Galois.

A chi si interessa di calcolatrici, calcolatori e moderni computer, gli autori dedicano un intero capitolo. La storia del calcolo strumentale ha inizio dagli abachi e dai "bastoncini" di John Napier (italianizzato Nepero), prosegue con le prime addizionatrici meccaniche, poi con le più raffinate calcolatrici meccaniche elettriche per poi sfociare nei primi "calcolatori da tavolo" e nelle prime calcolatrici elettroniche tascabili. Di lì si inizia lo strabiliante sviluppo delle teorie dell'informatica e della comunicazione. Ma questa è un'altra storia.

Gianfranco Arrigo

Società matematica della Svizzera italiana (SMASI)

Lugano, Svizzera

Zan, R., & Baccaglini-Frank, A. (2017). *Avere successo in matematica. Strategie per l'inclusione e il recupero*. Torino: UTET Università.

Inserire il termine *successo* nel titolo di un libro sulle difficoltà di apprendimento potrebbe apparire come un ossimoro, soprattutto in matematica. In realtà, il termine *successo* condensa lo spirito del testo sia nella sua prospettiva teorica e filosofica nei confronti delle difficoltà in matematica sia nella realizzazione concreta di un rinnovato approccio al suo insegnamento e apprendimento.

La difficoltà e l'errore non sono considerati degli eventi negativi da evitare e, qualora si presentino, da sanzionare come tende a fare una concezione selettiva della valutazione. Rosetta Zan e Anna Baccaglini-Frank, alla luce del loro impegno e della loro approfondita esperienza di ricerca ci consegnano un punto di vista sulle difficoltà innovativo rispetto a quello che spesso si incontra nel mondo della scuola. Le difficoltà di apprendimento sono un fenomeno ricco nella sua complessità e interessante da studiare, ineliminabile nell'esperienza di apprendimento di *tutti* gli allievi; se affrontate correttamente sono delle vere e proprie reazioni vincolari che forniscono le forze necessarie ad avere successo in matematica che, oltre ad un solido bagaglio scientifico, sviluppa anche un'identità capace di autoefficacia, resilienza, metacognizione

ed emozioni positive. Un respiro ampio nei confronti delle difficoltà, come quello proposto dalle autrici, permette agli insegnanti di realizzare un'inclusione autentica per tutti gli alunni.

Il mondo della scuola si trova spesso ad affrontare le diffuse difficoltà in matematica senza disporre del bagaglio teorico per comprendere il fenomeno ed intervenire adeguatamente: accade sovente che le cause delle difficoltà non vengano individuate in modo accurato e consono alle specificità del singolo studente. Le cause più comuni che vengono ascritte alle situazioni di fallimento scolastico sono solitamente lo scarso impegno, le lacune di base, la mancanza di un metodo di studio, un atteggiamento negativo nei confronti della matematica e la mancanza di predisposizione. Alcune di queste diagnosi possono corrispondere alla situazione effettiva dell'allievo, ma sono espresse in modo vago e generale. La conseguenza è che l'intervento di recupero rischia di essere inadeguato ai bisogni specifici dell'alunno e alle reali cause delle sue difficoltà.

Il testo analizza il fenomeno dell'apprendimento matematico e delle sue difficoltà con un approccio olistico che descrive gli aspetti cognitivi, metacognitivi ed affettivi che possono ostacolare l'apprendimento della matematica. Le autrici evidenziano anche gli aspetti legati ai contenuti matematici, in senso locale e trasversale, che gli studenti non sono in grado di trattare adeguatamente. Alla luce di questa analisi, il lettore trova anche gli strumenti teorici per costruire un percorso didattico capace di includere i molteplici aspetti dell'apprendimento che concorrono al raggiungimento del successo in matematica. Trovo particolarmente interessanti le numerose schede operative a supporto delle attività d'aula che l'insegnante potrà proporre ai suoi studenti, costruite sulla base delle lenti teoriche presentate nel libro. Il testo si conclude con una limpida ed esaustiva presentazione di un prototipo di intervento, ispirato dalle riflessioni fatte nelle unità precedenti, su un nucleo fondante della matematica: il concetto di funzione. Tuttavia, il lettore potrà ispirarsi a questa unità per progettare un intervento contestualizzato nella sua realtà d'aula su un altro argomento.

Un libro che consiglio a tutti i lettori interessati all'apprendimento della matematica e alle difficoltà, in particolare ai docenti di matematica, ai docenti di sostegno e, perché no, anche ai genitori che potranno comprendere meglio le difficoltà dei propri figli e trovare strumenti per aiutarli. Lo consiglio anche ai dirigenti scolastici che troveranno spunti utili per progettare attività di recupero più efficaci a livello di Istituto.

Giorgio Santi

Nucleo di Ricerca in didattica della Matematica
di Bologna, Italia

Battaini, L., Bernasconi, I., Franscella, S., & Pellandini, A. (2019). *1, 2, 3... Si gioca! Collana Praticamente*. Bellinzona: DECS-SUPSI. Disponibile a questo [link](#) (consultato il 14.11.2019).

Da sempre il gioco è considerato una delle strategie più efficaci per veicolare nei bambini conoscenze e abilità fisiche e intellettive in svariati ambiti. Di certo rappresenta una potente forma di confronto, collaborazione, comunicazione, apprendimento che consente lo sviluppo di diverse competenze disciplinari e trasversali. E fare matematica con i bambini giocando fin dall'età prescolare è di certo non solo

possibile ma profondamente auspicabile.

Ce lo mostrano le svariate attività proposte da quattro docenti di scuola dell'infanzia e scuola elementare che nella seconda uscita della collana PRATICAMENTE, progetto editoriale nato dalla collaborazione tra Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport (DECS) e Dipartimento formazione e apprendimento (DFA) della SUPSI, Canton Ticino, forniscono numerosi spunti e idee per affrontare con bambini dai 3 agli 8 anni aspetti numerici attraverso giochi stimolanti e divertenti.

Le sperimentazioni che hanno portato avanti le autrici nelle loro classi sostengono l'ipotesi che molti temi matematici, ritenuti apparentemente troppo complessi per la scuola dell'infanzia, possano essere proposti con estrema efficacia in forma ludica, multidisciplinare, con attività costruite in modo da privilegiare approcci matematici spontanei del bambino e preconoscenze non formalizzate. D'altronde l'assenza di formalismo non porta necessariamente ad una matematica più banale, anzi...

Il tema è senza dubbio ampio e articolato e le scelte condotte dalle autrici del quaderno *1, 2, 3 ... Si gioca!* si concentrano su sei diversi aspetti matematici ritenuti fondamentali per un approccio al concetto di numero in continuità tra la scuola dell'infanzia e la scuola elementare, esposti in otto capitoli organizzati in base agli argomenti. Per tutte le tematiche vengono proposti giochi tradizionali, circolanti liberamente o in commercio, inventati o magari costruiti dai bambini stessi a partire da quelli conosciuti e adattati ai vari livelli scolastici. Tutti con la caratteristica comune di essere versatili e facilmente adattabili all'evoluzione delle competenze del bambino nel livello scolastico successivo.

Diventa dunque un "gioco da ragazzi" intuire il significato di corrispondenza biunivoca, mettendosi magari nei panni di una pecorella che cerca un ciuffo d'erba, oppure esplicitare l'atto di enumerare che i bambini compiono quotidianamente, ma quando sono più piccoli in modo non consapevole. Esercitarsi poi nella conta attraverso giochi strutturati e filastrocche che ne favoriscono la memorizzazione e il passaggio al numero scritto è divertente e formativo. Attraverso l'esperienza concreta di attività e giochi motori il bambino si avvicina al conteggio in modo spontaneo, costruendo i concetti correlati in funzione della propria esperienza e affinandoli via via in modo intuitivo e strategico. Il tutto per giungere spontaneamente alle prime operazioni di scomposizione dei numeri e addizione, utilizzando materiali strutturati come dadi (di varie forme e tipologia) e carte (tradizionali o costruite). Seguono poi giochi e sfide pensate per stimolare la capacità di stima del numero e della quantità nel bambino, un'abilità che non sempre trova spazio nelle pratiche d'aula. Il quaderno si conclude con un'interessante riflessione e proposta sull'evoluzione di alcuni giochi in funzione dello sviluppo delle competenze dei bambini, in modo da renderli sempre più intriganti e coinvolgenti, favorendo l'attenzione e l'attuazione di nuove strategie man mano che diventano più complesse.

Senza dubbio le svariate tipologie di giochi descritti (collaborativo, competitivo, ibrido, motorio ecc.) che si intrecciano con l'utilizzo di diversi materiali (carte, dadi, pedine, tabelloni ecc.) ci regalano un patrimonio ricchissimo di attività da cui qualsiasi docente può attingere e portare nelle proprie classi.

Dunque, come suggeriscono le autrici «non ci rimane che augurare "buon gioco a tutti"».

Elena Franchini

Dipartimento formazione e apprendimento
SUPSI di Locarno, Svizzera

Cerasoli, A. (2019). *Le sorelle cinque dita*. Firenze: Editoriale Scienza.

Chi ha già letto qualcuno dei libri di Anna Cerasoli ne conoscerà certamente il valore, sia dal punto di vista narrativo che dal punto di vista didattico. Infatti, oltre ad essere una profonda conoscitrice della matematica, Anna Cerasoli è anche una fine divulgatrice, con all'attivo una ventina di libri grazie ai quali è riuscita ad avvicinare i più piccoli all'affascinante mondo di questa disciplina. Matematica e scrittrice per l'infanzia...com'è possibile? Senz'altro ha a che fare con il talento, direte voi. Certamente è così, ma forse c'è anche qualcos'altro. Il fatto è che Anna Cerasoli è anche insegnante, lo è stata per tanti anni, e si sa, un insegnante deve saper raccontare, creare storie accattivanti per i propri allievi, catturare l'attenzione e motivare le dolci fatiche cognitive che richiede loro. Dunque non stupisce, o meglio diventa più comprensibile, la capacità della scrittrice di creare decine di narrazioni all'interno delle quali sviluppare tanti temi matematici: i numeri e gli insiemi numerici, le figure geometriche, il pi greco, la corrispondenza biunivoca ecc.

Le protagoniste di questo ultimo libro sono le mani, o meglio, le dita. Nel racconto, accompagnato dalle illustrazioni di Martina Tonello, le dita delle sorelle Manodestra si mettono in mostra per aiutare i più piccoli a distinguere le quantità fino a 5; dal dialogo con le cugine Manosinistra nasce poi una convinzione: lavorando assieme, le due mani riescono a giocare meglio, mangiare con più gusto...insomma, divertirsi di più.

Il libro è un'occasione per introdurre il numero nel suo significato cardinale e ordinale, sia in ordine crescente che in ordine decrescente. Ma c'è di più. A corredo della storia, l'autrice propone semplici giochi per familiarizzare con la scomposizione del numero 5 in due o più addendi, e brevi ma simpatiche filastrocche in rima per iniziare a memorizzare le prime sequenze numeriche.

Insomma, un altro libro utilissimo per la didattica della matematica rivolta ai più piccolini, curato nei dettagli, e attento tanto agli aspetti matematici quanto a quelli narrativi.

Michele Canducci

Dipartimento formazione e apprendimento
SUPSI di Locarno, Svizzera

Carimali, L. (2018). *La radice quadrata della vita*. Milano: Rizzoli.

«Ti augurerei di trovare la radice quadrata della tua vita», questo l'augurio matematico che Donatella, insegnante di matematica e fisica da ormai 40 anni, rivolge a Bianca, giovanissima supplente di italiano e latino alla prima esperienza nel suo stesso liceo. Difficile decidere chi delle due colleghe sia la protagonista di questo romanzo: in effetti, lo sono entrambe, le loro storie si intrecciano, e l'incontro tra le due donne ha tutti i tratti di un passaggio di testimone.

Donatella, ormai prossima alla pensione, ama sperimentare diverse metodologie didattiche, facendo vivere la matematica ai suoi studenti come disciplina affascinante e creativa. Bianca, il cui rapporto con la matematica è stato invece sempre molto conflittuale, riscopre grazie all'incontro con Donatella una prospettiva del tutto nuova e sorprendente su questa materia e sul suo insegnamento; tanto che deciderà

anche lei, ispirandosi alle lezioni della collega, di proporre, nelle sue ore di italiano, tecniche didattiche innovative e centrate sullo studente.

La relazione tra Donatella e Bianca nasce tra i banchi di scuola, letteralmente, quando entrambe assistono alle lezioni sulle geometrie non euclidee tenute da uno studente di Donatella. Un'intesa dapprima professionale che si tramuta presto in amicizia anche fuori dalla scuola: Bianca trova in Donatella una guida e Donatella rivede in Bianca sé stessa.

L'idea di fondo che emerge con forza dalla lettura di questo libro è la collaborazione, fatta di scambio e di confronto: dalla collaborazione tra le due protagoniste, anche se afferenti a discipline diverse, alla collaborazione che entrambe propongono ai loro studenti in aula. Un confronto di idee e di valori che, se proposto a scuola e vissuto in prima battuta dai docenti, può essere promosso anche fuori dalle mura scolastiche: a casa, in famiglia, nelle relazioni in generale. È proprio quello che cerca di fare Bianca nel suo delicato rapporto con il padre e le sue tradizioni iraniane, e nell'intesa che nasce con un suo collega; altri ingredienti che contribuiscono a colorare la trama di questo romanzo.

Un romanzo che consiglio per la sua leggerezza e semplicità: i personaggi svolgono azioni normalissime, in cui chi ha a che fare con il mondo della scuola – tra lezioni, supplenze, colleghi, conferenze, studio e concorsi – si identifica immediatamente.

Monica Panero

Dipartimento formazione e apprendimento
SUPSI di Locarno, Svizzera