

La pragma-dialettica come approccio teorico all'argomentazione in didattica della matematica

Pragma-dialectics as a theoretical approach to argumentation in mathematics education

Lorenzo Cosci^o, Andrea Rocci^e e Silvia Sbaragli^o

^oDipartimento formazione e apprendimento / Alta scuola pedagogica, SUPSI – Svizzera

^eFacoltà di comunicazione, cultura e società, USI – Svizzera

✉ lorenzo.cosci@supsi.ch, andrea.rocci@usi.ch, silvia.sbaragli@supsi.ch

QUESTO ARTICOLO È DISPONIBILE ANCHE IN LINGUA INGLESE

Sunto / La pratica dell'argomentazione assume un ruolo di estrema rilevanza in innumerevoli contesti della vita di ciascun individuo, siano essi lavorativi o quotidiani. La sua importanza trova riscontro in ambito didattico, nei quadri di riferimento delle indagini internazionali e nelle indicazioni di diversi Paesi, in quanto strumento a supporto dell'apprendimento e come competenza centrale nella formazione di ogni futuro cittadino di una complessa società democratica. Questo articolo propone la teoria pragma-dialettica come approccio all'argomentazione in didattica della matematica, mettendo in evidenza come questa prospettiva risulti in linea con le indicazioni nazionali e internazionali. Sulla base di questo approccio teorico si definiscono cinque elementi analitici essenziali affinché l'argomentazione possa dirsi tale in senso pragma-dialettico: verbalizzazione, coscienza delle ragioni, dialogo, differenza di opinione e incentivo all'argomentazione. Attraverso questi elementi si analizzano alcuni esempi di quesiti argomentativi, evidenziando come la pratica scolastica consideri talvolta come argomentative attività didattiche che escludono elementi afferenti alle dimensioni pragmatica e sociale dell'argomentazione messe in luce dalla teoria pragma-dialettica, che invece sarebbero da considerare dal punto di vista didattico.

Parole chiave: argomentazione; pragma-dialettica; ragionamento; analisi di quesiti.

Abstract / The practice of argumentation plays an extremely important role in countless contexts in the life of every individual, whether at work or in everyday life. Its importance is reflected in the educational field through the reference frameworks of international surveys and the guidelines of various countries, which highlight it as a tool to support learning and as a core skill in the education of every future citizen of a complex democratic society. This article proposes pragma-dialectical theory as an approach to argumentation in mathematics education, highlighting how this perspective is in line with national and international guidelines. Based on this theoretical approach, five essential analytical elements for pragma-dialectical argumentation are defined: verbalisation, awareness of reasons, dialogue, difference of opinion, and incentive for argumentation. Through these elements, some examples of argumentative tasks are analysed, highlighting how school practice sometimes considers as argumentative also teaching activities that exclude elements related to the pragmatic and social dimensions of argumentation emphasised by pragma-dialectical theory, which should instead be considered from an educational perspective.

Keywords: argumentation; pragma-dialectics; reasoning; task analysis.

1 Introduzione

La capacità di argomentare riveste un'importanza cruciale in molteplici ambiti dell'esistenza umana, trovando applicazione tanto nelle sfide professionali quanto nelle interazioni della vita quotidiana. L'argomentazione entra in gioco ogni qualvolta non ci si limiti ad affermare qualcosa o a presentare un'informazione o un dato, ma si sceglie di dare ragione di ciò che si sostiene, spesso cercando di convincere qualcuno in merito a un certo argomento o rispetto a una decisione da prendere. Argomentiamo, ad esempio, quando consigliamo un libro a un amico oppure invitiamo un collega a pranzo in un nuovo ristorante. L'argomentazione assume un ruolo fondamentale nelle discussioni quotidiane e informali ed è al tempo stesso lo strumento cardine dell'esercizio di una politica democratica, poiché ricopre una funzione centrale nei contesti formalmente regolati dei dibattiti giuridici e parlamentari. L'importanza dell'argomentazione nei contesti di vita quotidiana e nella sfera civile si riflette inevitabilmente anche in ambito educativo. Tant'è che i vari quadri di riferimento delle indagini internazionali, nonché le indicazioni e i piani scolastici di diversi Paesi, sottolineano come lo sviluppo di tale competenza sia centrale nella formazione di ogni studente¹ lungo tutto il percorso scolastico da almeno due punti di vista: per favorire l'apprendimento e per formare gli studenti come futuri cittadini di una complessa società democratica.

Come mostrerà questo articolo, per raggiungere questo ambizioso traguardo durante la scolarità può essere importante considerare e adottare in classe le caratteristiche della teoria pragma-dialettica dell'argomentazione, sviluppata ad Amsterdam da van Eemeren e Grootendorst, tra gli anni '70 e la fine degli anni '90, e successivamente ampliata da van Eemeren e Houtlosser nei decenni seguenti. Questa teoria pone le proprie basi sugli aspetti pragmatici, sociali e dialettici dell'argomentazione, cruciali per interagire e confrontarsi efficacemente nelle società contemporanee. In particolare, la pragma-dialettica considera l'argomentazione come parte di un discorso volto a risolvere un confronto tra opinioni, attraverso la verifica metodica della validità delle tesi avanzate dagli interlocutori. In tale approccio, la relazione con l'interlocutore assume un ruolo cruciale, in quanto è l'atteggiamento critico dell'interlocutore, inteso come esigenza di trovare ragioni adeguate ad azioni, decisioni e convinzioni, che contribuisce all'emergere e allo sviluppo dell'argomentazione stessa.

Questi elementi (pragmatici, sociali e dialettici) caratteristici dell'argomentazione considerata in ottica pragma-dialettica dovrebbero essere presi in considerazione e valorizzati anche nel processo di insegnamento-apprendimento, in particolare della matematica, da un lato perché la costruzione di conoscenza avviene nello spazio di relazione comunicativa tra docente e studenti, dall'altro perché le scelte didattiche dei docenti possono essere impostate in modo da trattare temi disciplinari e culturali come argomenti su cui innestare discussioni e dibattiti.

Attualmente, invece, la più diffusa pratica scolastica concernente l'argomentazione in ambito matematico si basa sulla richiesta posta agli allievi di esplicitare e descrivere il ragionamento o il procedimento risolutivo sotteso a un problema, senza che l'attività sia inserita all'interno di un contesto dialettico e pienamente argomentativo in cui diverse opinioni siano messe in discussione.

In questo articolo si intende dunque proporre la teoria pragma-dialettica come approccio teorico per la pratica argomentativa in didattica della matematica. Per fare questo, dapprima mostreremo come la teoria pragma-dialettica dell'argomentazione sia indicata per lo sviluppo di competenze argomentative in linea con le indicazioni internazionali e nazionali. In seguito, dopo aver chiarito le caratteristiche dell'argomentazione in ottica pragma-dialettica focalizzandoci in particolare sul rapporto tra ragionamento e argomentazione, analizzeremo sei quesiti matematici considerati argomentativi dalla pratica scolastica e i contesti potenziali in cui sono inseriti. Si tratta di quesiti profondamente differenti

1. Il genere maschile viene usato in questo articolo per designare persone, indipendentemente dal genere.

tra loro da vari punti di vista: tipologia, atto linguistico richiesto, contesto nel quale vengono implementati. L'analisi è rivolta a rilevare quali e quanti degli elementi teorici dell'argomentazione nella prospettiva pragma-dialettica vengano stimolati. Alla luce dei risultati raggiunti si mostrerà come in alcune di queste attività siano predominanti gli elementi legati all'esplicitazione del ragionamento rispetto agli elementi caratteristici della prospettiva pragma-dialettica dell'argomentazione. Verrà inoltre messo in evidenza quali elementi progettuali possano incentivare tali elementi analitici. Tale analisi permetterà di concludere che, affinché l'educazione matematica contribuisca allo sviluppo di competenze argomentative per il futuro cittadino, come auspicato dalle indicazioni nazionali e internazionali in ambito educativo, è necessario che i percorsi educativi includano anche pratiche didattiche in cui l'argomentazione sia strumento di risoluzione di un confronto di opinioni, inserita all'interno di contesti significativi in cui siano valorizzati tutti gli elementi dell'argomentazione evidenziati dalla teoria pragma-dialettica.

2 Il ruolo dell'argomentazione in ambito educativo

La pratica argomentativa è stata riconosciuta dai ricercatori in educazione come fondamentale da più punti di vista, sia come competenza da sviluppare per il cittadino, sia come strumento dalle grandi potenzialità per l'apprendimento disciplinare.

Questa duplice valenza dell'argomentazione è stata sintetizzata in modo efficace da Andriessen et al. (2003) nel libro *Arguing to learn*, attraverso le seguenti due espressioni, *imparare ad argomentare* e *argomentare per imparare*. In sintesi, se *imparare ad argomentare* prevede l'appropriarsi delle abilità che caratterizzano l'argomentazione come atto comunicativo, quali giustificare una propria posizione, o controbattere a un'opinione altrui, *argomentare per imparare* presuppone invece l'uso dell'argomentazione in un contesto educativo al fine di raggiungere uno specifico obiettivo di apprendimento. Per quanto distinti l'uno dall'altro è importante sottolineare che i due processi hanno forti dipendenze reciproche. Infatti, come osservato da Schwarz (2009), nel momento in cui si argomenta per imparare sarà necessario fare affidamento su competenze argomentative già possedute dagli studenti; al tempo stesso, il contenuto d'apprendimento di una discussione argomentativa può riguardare l'argomentazione stessa, come ad esempio le tesi e gli argomenti validi rispetto a un certo tema.

L'argomentazione, intesa in entrambe le interpretazioni evidenziate da Andriessen, ha negli ultimi decenni assunto un'importanza crescente in ambito educativo, diventando oggetto di indagine e di interesse da parte di numerosi ricercatori.

Per quanto concerne *imparare ad argomentare*, l'argomentazione viene concepita come una competenza trasversale, acquisita gradualmente durante l'apprendimento e applicabile in seguito a vari contesti. L'argomentazione rappresenta una competenza chiave per il cittadino di uno stato democratico, come espresso con enfasi da Resnick e Schantz nella prefazione al libro *Dialogue, Argumentation and Education* (Schwarz & Baker, 2016):

«La partecipazione [di un cittadino] a una democrazia dipende dalla capacità di partecipare attivamente ai dibattiti e alle discussioni pubbliche quotidiane. Ciò significa essere in grado di prendere posizione sulla base di fatti, di controbattere a un'affermazione, di persuadere qualcuno ad avere un'altra opinione a proposito di una certa idea o di convincere qualcun altro della validità di un progetto. Significa saper sostenere una conversazione quando le parti coinvolte sono in forte disaccordo. Sono queste le abilità che permettono agli individui di plasmare il proprio destino. Le stesse competenze necessarie a una cittadinanza istruita per cambiare la società».

(Schwarz & Baker, 2016, p. xii, traduzione degli autori)

Il ruolo di tale competenza viene inoltre esplicitato nella prefazione del testo *Argue with me* di Kuhn et al. (2017), in cui si ribadisce come l'argomentazione rappresenti

«lo strumento principale che i cittadini di una democrazia hanno per affrontare le molte questioni che riguardano il loro benessere collettivo. Il presupposto alla base di una democrazia è che i suoi cittadini possiedano l'abilità e la disposizione a utilizzare questi strumenti, per affrontare sia le questioni più piccole sia quelle più grandi».

(Kuhn et al., 2017, p. 150, traduzione degli autori)

Per quanto riguarda l'*argomentare per imparare*, le ricerche in merito hanno indagato le potenzialità dell'argomentazione in termini di apprendimento di contenuti specifici in diversi ambiti disciplinari, tra cui la matematica. In particolare, la ricerca sul tema ha evidenziato come, nel momento in cui l'argomentazione si rivolge a un'altra persona, colui che argomenta è sollecitato a chiarire le contraddizioni e le mancanze di quanto sostiene al fine di convincere il proprio interlocutore, approfondendo in tal modo la comprensione del concetto in questione (Kuhn, 1992). A tal proposito, nell'introduzione al libro *Argumentation and Education*, Muller Mirza e Perret-Clermont (2009) evidenziano come l'argomentazione sia un processo linguistico, logico, dialogico e psicologico che ha le potenzialità di migliorare la comprensione degli studenti, stimolando l'apprendimento in molti modi. Secondo gli autori, le pratiche argomentative, implicando l'esplicitazione della propria posizione e la sua giustificazione, consentono «approcci esplorativi e critici rispetto alla realtà: gli studenti, incoraggiati a testare la validità delle idee degli altri, sono portati a formulare obiezioni e contro-obiezioni e a comprendere una molteplicità di posizioni» (Muller Mirza & Perret-Clermont, 2009, p. 1, traduzione degli autori).

La ricerca sul tema riconosce inoltre all'argomentazione la potenzialità di supportare l'organizzazione della conoscenza (Means & Voss, 1996), nonché di favorire l'apprendimento riducendo il carico cognitivo che questo comporta, grazie alla dimensione dialettica dell'argomentazione e alla collaborazione tra pari. La dimensione sociale dell'argomentazione permette infatti una comprensione condivisa dei concetti, con effetti positivi sulle dimensioni volitive e motivazionali degli studenti.

Le potenzialità didattiche della pratica argomentativa sono state riconosciute anche in ambito scientifico e matematico. Diverse ricerche in ambito didattico mettono in evidenza come sia largamente diffusa tra studenti di ogni grado la convinzione che la matematica sia una disciplina statica, costituita da un sistema finito di regole, fatti e formule (Geisler & Rolka, 2021) nella quale la validazione delle affermazioni si basa spesso sull'autorità dei libri di testo o dell'insegnante (Inglis & Mejia-Ramos, 2009). Una convinzione, questa, che spesso trova riscontro anche tra gli insegnanti di matematica (Handal, 2003). In tal senso attraverso la pratica argomentativa è possibile veicolare una visione della scienza, in particolare della matematica, come di un vivace dibattito, come avviene per tutte le discipline. Una visione della scienza in cui il confronto di opinioni, la compresenza di prospettive differenti e la formulazione di critiche e dubbi rappresentano pratiche fondamentali e legittime per il raggiungimento di nuove conoscenze e soluzioni ai problemi formulati.

Da questo breve resoconto delle potenzialità e dei risvolti didattici dell'argomentazione, anche in contesto matematico, emerge l'importanza di un lavoro specifico in ambito scolastico sia riguardo all'*imparare ad argomentare* sia all'*argomentare per imparare*. Con la consapevolezza delle forti dipendenze reciproche tra i due, come accennato in precedenza, in questo articolo si farà particolare riferimento a questa seconda concezione dell'argomentazione, l'*argomentare per imparare*, con il fine di sviluppare anche la prima.

2.1 L'argomentazione nei documenti educativi istituzionali

L'interesse per l'argomentazione da parte della ricerca in ambito educativo ha avuto negli ultimi anni un notevole impatto anche sui decisori politici e sugli educatori che hanno redatto quadri di riferimento, indagini internazionali e piani di studio dei diversi livelli scolastici.

Lo sviluppo della competenza comunicativa, e in particolare argomentativa, appare infatti oggi come un traguardo di apprendimento cruciale, trasversale e transdisciplinare da perseguire in tutto il percorso educativo partendo dai primi anni scolastici.

Diverse organizzazioni internazionali hanno redatto documenti che ribadiscono questa linea.

Nel documento *Preparing 21st century students for a global society* (National Education Association, 2014), la comunicazione, e in particolare l'argomentazione, assumono un ruolo di primaria importanza tra le competenze fondamentali da sviluppare nella formazione degli studenti affinché maturino capacità critiche e comunicative, vitali per riuscire a scuola e soprattutto nella vita di tutti i giorni, in un mondo sempre più complesso.

Ancora, nelle attese europee in merito alle competenze chiave per l'apprendimento permanente (European Commission: Directorate-General for Education, Youth, Sport and Culture [DG EAC], 2019), l'argomentazione viene citata sia tra le abilità costituenti la *literacy competence* che nella *citizenship competence*. La *literacy competence* comprende la capacità di «formulare ed esprimere le proprie argomentazioni in forma orale e scritta in modo convincente e adeguato al contesto. Comprende il pensiero critico e la capacità di valutare e utilizzare le informazioni» (DG EAC, 2019, p. 6, traduzione degli autori), mentre la *citizenship competence* comprende la capacità di pensiero critico, nonché la «capacità di sviluppare argomentazioni e di partecipare in modo costruttivo alle attività della comunità» (DG EAC, 2019, p. 12, traduzione degli autori).

L'argomentazione indicata nei documenti internazionali sopra citati, descritta come una competenza trasversale indispensabile per il cittadino del mondo globalizzato contemporaneo, viene individuata anche come componente indispensabile in generale della competenza scientifica, e in particolare di quella matematica.

Il più recente quadro di riferimento del programma PISA, dedicato specificatamente alla valutazione matematica, risale al 2022. In questo documento la capacità di presentare argomenti in modo veritiero e convincente viene indicata come «un'abilità che sta diventando sempre più importante nel mondo odierno» (Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2023, p. 15, traduzione degli autori), indicando nella matematica una scienza che offre la possibilità di analizzare e trasformare oggetti e nozioni ben definiti attraverso attività quali la «riflessione su argomentazioni matematiche, e la spiegazione e giustificazione di risultati matematici» (OECD, 2023, p. 21, traduzione degli autori) e in cui «la chiarezza del contesto e la forte enfasi sul ragionamento logico e sul rigore ad un livello appropriato, la rendono perfetta per praticare e sviluppare l'abilità di questo tipo di argomentazione» (OECD, 2023, p. 41, traduzione degli autori).

L'argomentazione compare inoltre come competenza trasversale da favorire nei piani di studio nazionali relativi a tutti gli ordini scolari, solitamente associata a due altri termini di altrettanta rilevanza nell'ambito dell'educazione matematica: la comunicazione e la dimostrazione. In particolare, il tema è centrale nel contesto svizzero: *argomentare* e *giustificare* rappresenta uno dei due aspetti di competenza dichiarati a livello svizzero nel documento *Competenze fondamentali per la matematica. Standard nazionali di formazione* (Conferenza svizzera dei direttori cantonali della pubblica educazione [CDPE], 2011a) e ripresi sulla base de *L'accordo intercantonale sull'armonizzazione della scuola obbligatoria* (CDPE, 2011b) anche in Cantone Ticino. Nel *Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese* (Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport [DECS], 2022), ad esempio, la capacità di comunicare e argomentare le proprie affermazioni viene citata sia come una competenza trasversale, annoverata nel pensiero riflessivo e critico, sia come un processo cognitivo da sviluppare nello specifico ambito della matematica, a cui viene riconosciuta la potenzialità di permettere lo sviluppo dell'attitudine ad ascoltare, comprendere e valorizzare argomentazioni e punti di vista diversi dai propri, per poi farli agire in modo costruttivo con quelli personali.

Il contributo della matematica in tal senso viene riconosciuto anche dalle *Indicazioni nazionali per il curriculum della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione* (Ministero dell'Istruzione e del Merito [MIM], 2025), affermano che «in una prospettiva di crescita culturale, fin dalla scuola primaria lo stu-

dio delle scienze, insieme e in integrazione con la matematica, è indispensabile per favorire lo sviluppo delle capacità di ragionamento logico e di argomentazione, del pensiero critico, della proprietà di linguaggio e della padronanza della lingua italiana» e in modo particolare «per formare cittadini consapevoli, in grado di prendere decisioni informate su temi di rilevanza globale» (MIM, 2025, p. 130). La competenza argomentativa viene dunque descritta dalle indicazioni internazionali e nazionali come cruciale per la formazione dei cittadini di una moderna società democratica e, al tempo stesso, di fondamentale importanza per la costruzione della competenza scientifica (in particolar modo matematica) e di una visione della scienza aderente al suo statuto epistemologico.

L'argomentazione appare dunque come una competenza articolata e dalle numerose potenzialità, che non può essere semplicemente assimilata alla capacità di ragionare o di dimostrare, come spesso viene intesa nella pratica didattica delle classi di matematica, ma che prevede necessariamente la considerazione del contesto dialogico in cui è immersa, degli interlocutori a cui è rivolta, nonché dello scopo per cui viene formulata, come previsto dalla teoria pragma-dialettica dell'argomentazione, la cui prima teorizzazione viene formulata da van Eemeren e Grootendorst (1992).

3 La teoria pragma-dialettica dell'argomentazione

La teoria pragma-dialettica dell'argomentazione si fonda sugli aspetti pragmatici, sociali e dialettici dell'argomentazione, che viene concepita come un dialogo critico volto a risolvere una differenza di opinione, in cui i partecipanti al dialogo possono essere ritenuti responsabili delle proprie affermazioni.

In particolare, nel testo *Argumentation theory: A pragma-dialectical perspective*, van Eemeren (2018) definisce l'argomentazione come

«un complesso di atti comunicativi e interazionali che mirano a risolvere una divergenza di opinione con un interlocutore, proponendo una costellazione articolata di proposizioni di cui chi argomenta potrà essere ritenuto responsabile, con il fine di aumentare (o ridurre) l'accettabilità di una certa tesi in questione, per un giudice razionale che giudica in modo ragionevole».

(van Eemeren, 2018, p. 3, traduzione degli autori)

Questa definizione di argomentazione è in linea con la concezione di argomentazione citata nei documenti educativi istituzionali, che concepiscono l'argomentazione come strumento per un cittadino in grado di sostenere una tesi e al tempo stesso di assumere un atteggiamento critico nei confronti di argomentazioni altrui, al fine di risolvere collaborativamente problemi, sciogliere conflitti e prendere decisioni. Il focus sulla dimensione dialogica della teoria pragma-dialettica dell'argomentazione rende inoltre questo approccio in linea con le diverse teorie, ampiamente accettate in ambito educativo, che riconoscono nel linguaggio e nel dialogo strumenti fondamentali per l'apprendimento e lo sviluppo cognitivo (Bruner, 1990; Mercer, 2002; Mercer & Littleton, 2007).

L'importanza di adottare una prospettiva pragmatica per l'argomentazione non deriva solo dalla sua vicinanza con quanto si verifica nei contesti quotidiani, nella vita democratica e in ambito educativo, ma trova riscontro anche in ambito teorico in quanto tramite questa prospettiva si possono mettere in evidenza aspetti del discorso argomentativo che altrimenti sarebbero esclusi.

Si riporta a riprova di ciò il caso delle fallacie argomentative tipicamente pragmatiche che non potrebbero essere descritte adottando una visione logica dell'argomentazione. La fallacia dello *"shifting the burden of proof"* ne è un evidente esempio. Questa fallacia si verifica quando chi ha avanzato una tesi chiede all'interlocutore di provare che tale affermazione sia falsa, anziché fornire lui stesso

argomenti a supporto (per una descrizione più approfondita si veda, ad esempio, van Eemeren et al., 2014). Questo esempio mostra chiaramente come la descrizione dell'argomentazione debba necessariamente includere gli aspetti di gestione della conversazione presi in considerazione dalle prospettive pragmatiche dell'argomentazione.

Adottando una prospettiva pragma-dialettica l'argomentazione occorre nella comunicazione tra due o più interlocutori tutte le volte in cui vi sia una qualche differenza di opinione, sia questa reale oppure solo immaginata dagli interlocutori. Tale differenza di opinione non deve necessariamente assumere la forma di un vero e proprio conflitto o di una disputa, anzi, come evidenziato da van Eemeren (2018):

«il più delle volte la divergenza di opinioni non assume la forma di un disaccordo totale che coinvolge due posizioni opposte, ma rimane superficiale. In tal caso, una parte ha un'opinione su qualcosa e l'altra parte non condivide ancora tale opinione, ma è indecisa se accettarla o meno».

(van Eemeren, 2018, p. 1, traduzione degli autori)

Questo presupposto implica che «quando si argomenta si presume che il destinatario non sia ancora convinto dell'accettabilità della tesi in questione. In caso contrario argomentare sarebbe del tutto insensato» (van Eemeren et al., 2014, p. 2, traduzione degli autori).

Mettendosi in un'ottica scolastica si può notare come l'argomentazione intesa in questo senso si differenzia dalle attività di descrizione o di spiegazione tipiche delle pratiche scolastiche; infatti, se queste ultime hanno lo scopo di chiarire una certa idea o affermazione, senza che il tema in oggetto venga messo in discussione tramite un dialogo, l'argomentazione nasce invece con l'intento di aumentare o diminuire il grado di accettazione di una certa tesi, attraverso l'uso di argomenti a favore o contro l'idea in questione (van Eemeren & Grootendorst, 2003; van Eemeren & Henkemans, 2016; Walton, 2005).

La definizione di argomentazione formulata da van Eemeren (2018), con la quale si è aperto questo paragrafo, racchiude in sé una serie di caratteristiche generali attribuite all'argomentazione, alcune delle quali indipendenti dal modo in cui questa parola viene usata nel linguaggio ordinario.

A questo proposito, l'autore evidenzia le seguenti quattro caratteristiche dell'argomentazione, cruciali per poterla definire e trattare teoricamente: un'argomentazione è composta da una combinazione funzionale di un insieme di atti comunicativi, è in linea di principio parte di un dialogo, è un'attività della ragione e fa appello alla ragionevolezza di un interlocutore razionale. Da queste quattro caratteristiche deriveranno poi i cinque elementi analitici di interpretazione dei quesiti matematici.

1. Un'argomentazione è necessariamente costituita dalla *combinazione funzionale di un insieme di atti comunicativi* (potenzialmente anche non verbali o visuali, per quanto usualmente presentati in forma orale o scritta), che strutturano l'argomentazione. Ciò significa che la pragma-dialettica non identifica l'argomentazione con la sua struttura, come un complesso di inferenze logiche, ma considera invece l'argomentazione come un insieme di atti comunicativi, concentrandosi in primo luogo sulle funzioni specifiche che i vari atti linguistici svolgono rispetto alla gestione di una differenza di opinione (van Eemeren et al., 2014). L'analisi dell'argomentazione come insieme di atti comunicativi e interazionali si riscontra nella pragma-dialettica in un principio metateorico fondante noto come *funzionalizzazione*. Tale principio consiste nel trattare ogni attività linguistica come un atto che ha una finalità, concentrandosi dunque sul modo in cui il linguaggio viene usato nella pratica argomentativa per comunicare e interagire, focalizzando la propria attenzione sulle «funzioni specifiche che i vari tipi di atti argomentativi compiuti dagli interlocutori coinvolti nel discorso argomentativo svolgono nella gestione del loro disaccordo» (van Eemeren, 2018, p. 21, traduzione degli autori).

2. Un'argomentazione ha una *natura dialogica*, almeno in linea di principio, in quanto volta a suscitare una reazione nell'interlocutore che ne indichi l'accettazione della tesi in questione. Il dialogo in cui è immerso il discorso argomentativo può essere esplicito oppure rimanere implicito, come nel caso di un lettore o di una platea passiva.
Il ruolo della comunicazione e dell'interazione tra le parti, nell'argomentare una certa tesi, viene dunque riconosciuto come fondamentale dalla prospettiva teorica della pragma-dialettica, ponendola dunque in forte discordanza con gli approcci che descrivono l'argomentazione come il prodotto di un processo di pensiero individuale volto a stabilire la verità di un'affermazione. La concezione dell'argomentazione come scambio interattivo in cui i contributi di entrambe le parti dipendono sistematicamente l'uno dall'altro ha implicazioni metodologiche nella trattazione dell'argomentazione; questo principio metateorico è detto *socializzazione*.
3. L'argomentazione è un'*attività della ragione*, per cui chi argomenta può essere ritenuto responsabile delle costellazioni di proposizioni avanzate (van Eemeren, 2018). Le responsabilità che chi argomenta deve assumersi dipendono dalle proposizioni avanzate e dalla funzione comunicativa che queste hanno nel discorso (van Eemeren et al., 2014). Tali responsabilità possono tradursi in particolari obblighi interazionali. Chi argomenta e ha avanzato un punto di vista ha l'obbligo interazionale di difenderlo quando viene sfidato a farlo dall'ascoltatore. Il principio metateorico che deriva dal fatto che si possa essere ritenuti responsabili di un proprio atto comunicativo è detto *esternalizzazione*.
4. In un'argomentazione *l'interlocutore può dirsi un giudice ragionevole*; questo implica che l'argomentatore sarà tenuto a convincere il proprio interlocutore rispettando gli standard critici di ragionevolezza reciprocamente condivisi. Ciò significa che l'argomentazione non mira a far accettare una certa tesi a un uditorio automaticamente, come può invece accadere nelle pratiche persuasive che utilizzano e fanno leva in modo spregiudicato sui sentimenti degli ascoltatori; al contrario, l'obiettivo è quello di convincere l'interlocutore mostrando che i criteri condivisi di ragionevolezza sono stati rispettati, facendo in modo che possa giudicare ragionevolmente la fondatezza dell'argomentazione (van Eemeren et al., 2014). Questo punto è collegato al principio metateorico di *dialettizzazione*, per il quale una discussione critica volta a risolvere una differenza di opinione debba essere sottoposta a standard di ragionevolezza.

Nella prospettiva pragma-dialettica il concetto di ragionevolezza viene distinto da quello di razionalità e la differenza semantica tra i due viene chiarita da van Eemeren in questo modo: la ragionevolezza consiste nell'«uso della facoltà di ragionare in modo appropriato rispetto alla situazione comunicativa e interazionale» (van Eemeren, 2015, p. 577, traduzione degli autori), mentre la razionalità è concepita in modo più generale come l'«uso del ragionamento» (van Eemeren et al., 2014, p. 6, traduzione degli autori).

Dalla definizione fornita da van Eemeren (2018) emerge la profonda relazione che sussiste tra ragionamento e argomentazione. Per l'autore un'argomentazione coinvolge un ragionamento, e questo implica che l'argomentatore potrà essere ritenuto responsabile delle proprie argomentazioni e al tempo stesso che il destinatario di un'argomentazione debba essere considerato un giudice razionale, che giudica ragionevolmente, sulla base di standard critici di ragionevolezza reciprocamente condivisi. Il ragionamento risulta dunque essere un elemento basilare e centrale per l'argomentazione, per quanto un'argomentazione non sia assimilabile alla verbalizzazione di un ragionamento. Per tracciare le differenze tra i due concetti è necessario però chiarire cosa sia un ragionamento, facendo riferimento alle ricerche sul tema in ambito psicologico.

4 Il ragionamento

Nell'ambito di ricerca della psicologia cognitiva, Mercier e Sperber (2011, 2018) descrivono il ragionamento come un particolare tipo di inferenza. Se un'inferenza consiste in generale nell'«estrazione di nuove informazioni da quelle già disponibili, qualunque sia il processo cognitivo in atto» (definizione che risulta in accordo con quella proposta da altri ricercatori nel campo della psicologia cognitiva, come Moshman, 1998, p. 952), nel ragionamento questo atto di estrazione è accompagnato dalla coscienza del proprio pensiero, cioè dalla comprensione della relazione di supporto tra una o più ragioni e una conclusione. Ne deriva che nel ragionamento la coscienza delle ragioni rappresenta una caratteristica indispensabile a differenza di quanto avviene per le inferenze; esisteranno dunque alcune inferenze che non sono ragionamenti.

Mercier e Sperber (2018) delineano dunque il ragionamento come «il particolare processo di conseguimento di tale obiettivo [la generazione di nuove convinzioni] prestando attenzione alle ragioni» (p. 53, traduzione degli autori), enfatizzando il ruolo delle ragioni e della coscienza di tali ragioni nell'ottenimento di nuove convinzioni. Mercier e Sperber, dunque, si servono della coscienza del pensiero per distinguere i vari processi inferenziali, ponendo il ragionamento a uno degli estremi di un continuum che va da inferenze totalmente inconse a inferenze di cui abbiamo una parziale consapevolezza. In questo senso, secondo gli autori, le inferenze «non si distinguono l'una dall'altra per le proprietà dei meccanismi inferenziali coinvolti, ma per il modo in cui il processo di inferenza e la relativa conclusione sono oggetto di metacognizione» (Mercier & Sperber, 2018, p. 66, traduzione degli autori).

Ne risulta quindi una descrizione dei processi inferenziali che distingue, ad esempio, le percezioni, le intuizioni e i ragionamenti, sulla base della coscienza che abbiamo della loro formulazione. Nel caso di percezioni (o dei ricordi) non siamo assolutamente consapevoli di stare compiendo inferenze, ma al contrario abbiamo la sensazione che «ciò che percepiamo sia immediatamente presente e ciò che ricordiamo sia ricordato così come è stato memorizzato» (Mercier & Sperber, 2018, p. 62, traduzione degli autori). Ad esempio, nel momento in cui guardando dai finestrini di un treno e vedendo muoversi il treno accanto al nostro, pensiamo che stia partendo, stiamo in realtà compiendo un'inferenza. Tale inferenza è tanto spontanea e inconscia da renderci conto di averla formulata solo nel caso in cui si riveli errata, cioè nel caso in cui ci rendessimo conto che sia in realtà il nostro treno ad essere partito. Nel caso di un ragionamento, la consapevolezza riguarda sia le conclusioni a cui si è giunti, sia le ragioni che sono implicate in favore della conclusione.

Mercier e Sperber (2018) evidenziano, inoltre, che anche il ragionamento non risulta totalmente consapevole per l'individuo che lo formula, racchiudendo sempre in sé una componente intuitiva. Per quanto riguarda l'intuizione, essa consiste in un'inferenza caratterizzata da una certa consapevolezza di quanto si è concluso, ma non delle ragioni che sono state considerate. Si ha un'intuizione, ad esempio, nel momento in cui cogliamo un significato implicito durante una conversazione, o nel caso in cui percepiamo che nostro padre è di cattivo umore fin dalle prime parole di una telefonata. Il ragionamento, secondo gli autori, non rappresenta un processo cognitivo differente dall'intuizione, il ragionamento è infatti «l'uso di inferenze intuitive sulle ragioni» (Mercier & Sperber, 2018, p. 133, traduzione degli autori); in altre parole, nel caso di un ragionamento la componente intuitiva risiede nella comprensione che le ragioni considerate supportino una certa conclusione (gli autori chiamano tale conclusione *riflessiva* e la descrivono come *incorporata* in un argomento intuitivo, sottolineando la dimensione intuitiva che sottende un qualsiasi ragionamento).

Per chiarire questo punto si consideri come esempio il caso in cui venga promesso un premio se, scegliendo tra due sacchetti, si estragga una biglia bianca. Il primo sacchetto contiene tre biglie bianche e tre nere, mentre il secondo ne contiene quattro bianche e tre nere.

Si potrebbe intuire che, poiché la probabilità di estrarre una biglia bianca dal secondo sacchetto è più alta, sia preferibile scegliere il secondo sacchetto, e questo conduce alla conclusione riflessiva della scelta del secondo sacchetto. La conclusione di scegliere il secondo sacchetto è dunque un prodotto indiretto dell'intuizione che una probabilità più alta sia una buona ragione per preferire un sacchetto all'altro.

Si sottolinea inoltre che anche un argomento può essere ottenuto in modo riflessivo, consentendo la costruzione di ragionamenti gradualmente più complessi in cui più livelli di argomenti siano incorporati l'uno nell'altro. Riprendendo il caso dei due sacchetti, se ad esempio il nostro interlocutore non trovasse convincente l'argomento esposto, potremmo incorporarlo in un ragionamento più generale. Potremmo quindi produrre un argomento di questo tipo: a fronte del medesimo numero di biglie nere, il numero di biglie bianche contenute nel secondo sacchetto è più alto; quindi, la probabilità di estrarre una biglia bianca dal secondo sacchetto è più alta. In questo caso il fatto che la probabilità di estrarre una biglia bianca dal secondo sacchetto sia più alta costituirebbe un argomento riflessivo e la scelta del secondo sacchetto sarebbe una conclusione riflessiva. Il ragionamento potrebbe essere reso ulteriormente più complesso, incorporando ulteriormente l'argomento appena formulato in uno più generale.

In conclusione, secondo Mercier e Sperber (2011, 2018) il pensiero umano è composto in larga parte di processi inferenziali inconsci, tanto che sono relativamente rare le circostanze che ci inducono a prestare attenzione alle ragioni che supportano le nostre conclusioni. In accordo con gli autori, i motivi che ci spingono a sviluppare un ragionamento riguardano solitamente la messa in discussione delle nostre conclusioni da parte dell'esperienza o, caso ancora più probabile e significativo, da parte dei nostri interlocutori. Il dialogo con un interlocutore e il dialogo con la realtà rappresentano dunque i due contesti principali d'uso del ragionamento.

La ricerca di ragioni valide per le nostre conclusioni trova il suo contesto più naturale proprio nell'argomentazione, laddove l'intento di convincere e l'atteggiamento critico dell'altro ci inducono a ragionare per sostenere le nostre tesi e, in ultima analisi, a esplicitare e assumere coscienza di un certo processo inferenziale.

Spesso, infatti, un'argomentazione si sviluppa una volta che sia già presente in qualche forma un'opinione rispetto a una questione. Colui che argomenta cercherà dunque a posteriori, attraverso un ragionamento, ragioni che giustifichino quanto sostiene (Mercier & Sperber, 2018); esplicitando in questo modo i vari passaggi inferenziali.

Ripercorrendo il pensiero di Mercier e Sperber, è stata dunque fornita una caratterizzazione del ragionamento come attività cognitiva specifica, caratterizzata dalla coscienza e dall'attenzione per le ragioni coinvolte, evidenziandone il profondo legame con l'argomentazione, in quanto quest'ultima rappresenta il contesto privilegiato di applicazione del ragionamento.

5 Il rapporto tra ragionamento e argomentazione

In questo paragrafo viene mostrato il rapporto che sussiste tra ragionamento e argomentazione nella prospettiva della teoria pragma-dialettica dell'argomentazione e della caratterizzazione del ragionamento fornita da Mercier e Sperber, entrambe presentate in precedenza. In particolare, verrà approfondito il rapporto che intercorre tra l'argomentazione e la verbalizzazione di un ragionamento, in quanto quest'ultimo rappresenta un atto comunicativo particolarmente diffuso in ambito scolastico. Dalla definizione di argomentazione di van Eemeren, riportata in precedenza, emerge come questo atto linguistico non coincida con il ragionamento, ma come l'argomentazione coinvolga il ragionamento all'interno di un contesto conversazionale.

Mercier e Sperber (2011, 2018) ipotizzano inoltre che l'argomentazione sia il contesto più naturale per il ragionamento, in quanto quest'ultimo

«consente ai comunicatori di produrre argomentazioni per convincere i destinatari che non accetterebbero ciò che viene detto loro sulla base della sola fiducia [e] consente ai destinatari di valutare la solidità di tali argomentazioni e di accettare informazioni valide di cui altrimenti risulterebbero scettici».

(Mercier & Sperber, 2011, p. 72, traduzione degli autori)

In particolare, il rapporto tra ragionamento e argomentazione viene qui descritto attraverso i seguenti cinque elementi analitici: verbalizzazione, coscienza delle ragioni, dialogo, differenza di opinione e incentivo all'argomentazione.

Verbalizzazione. Un primo elemento basilare da osservare riguarda la formulazione di un'argomentazione e di un ragionamento. Mentre un ragionamento può rimanere inespresso, formulato solo mentalmente, un'argomentazione deve essere almeno in linea di principio espressa o semiotizzata. Se il ragionamento è un processo mentale di comprensione di una relazione, anche in ambito matematico, perché si possa parlare di argomentazione, è necessario secondo la definizione di van Eemeren che tale ragionamento venga esplicitato in un «complesso di atti comunicativi e interazionali», attraverso «una costellazione articolata di proposizioni» (van Eemeren, 2018, p. 3, traduzione degli autori). Da questo punto di vista, la teoria pragma-dialettica dell'argomentazione assume come principio fondamentale in termini di oggetto d'analisi le argomentazioni verbalizzate. In particolare, un soggetto all'interno di un dialogo sarà ritenuto responsabile soltanto di ciò che ha effettivamente esplicitato e non di ciò che ha pensato; al contrario, alcuni approcci retorici all'argomentazione si concentrano sulle motivazioni e sugli atteggiamenti che soggiacciono al discorso argomentativo. Questo principio è detto di *esternalizzazione* e consiste nel «determinare le posizioni degli interlocutori in base al modo in cui si sono espresse nel discorso» (van Eemeren et al., 2014, p. 526, traduzione degli autori).

Coscienza delle ragioni. La coscienza delle ragioni rappresenta un aspetto comune tra ragionamento e argomentazione.

Come già anticipato, adottando la prospettiva teorica di Mercier e Sperber (2011, 2018), infatti, il ragionamento rappresenta un particolare processo cognitivo attraverso cui cerchiamo ragioni a supporto di una certa conclusione. Il ragionamento implica dunque il raggiungimento di una coscienza progressivamente maggiore delle ragioni sottese ai processi inferenziali compiuti, solitamente inconsci. Il contesto argomentativo rappresenta per i due ricercatori il contesto più naturale di applicazione del ragionamento; in tale contesto, infatti, l'attenzione alle ragioni è incentivata dal dialogo con l'interlocutore, il cui atteggiamento critico induce colui che argomenta a ricercare e fornire ragioni che possano risultare efficaci e adeguate alla tesi presentata. In un contesto argomentativo, lo scopo persuasivo e la necessità di essere compresi dal proprio interlocutore, così come le obiezioni di quest'ultimo, inducono quindi colui che argomenta a prendere coscienza delle ragioni che supportano le proprie conclusioni.

Dialogo. Un terzo punto di rapporto tra il ragionamento e l'argomentazione emerge ancora una volta dalla riflessione su ciò che afferma van Eemeren e si basa sulla dimensione dialogica dell'argomentazione. L'argomentazione è «un complesso di atti interazionali diretti a suscitare una risposta che indichi l'accettazione della tesi che viene sostenuta» (van Eemeren et al., 2014, p. 5, traduzione degli autori). In linea di principio l'argomentazione è dunque sempre parte di un dialogo con un destinatario. In particolare, secondo la teoria pragma-dialettica il carattere sociale e interazionale dell'argomentazione si riflette sulla natura e sulla distribuzione degli atti comunicativi che le parti coinvolte compiono nel risolvere una differenza di opinione (van Eemeren, 2018).

Al contrario, come detto nel par. 4, il ragionamento, per quanto trovi il proprio contesto di applicazione

più naturale proprio nei contesti argomentativi, viene impiegato anche nella risoluzione di problemi o per rispondere a domande di cui non abbiamo una soluzione intuitiva. Questa constatazione si rispecchia anche nel rapporto tra la verbalizzazione di un ragionamento e l'argomentazione. Un'argomentazione non si limita a un monologo con lo scopo di veicolare in modo unidirezionale un ragionamento compiuto in solitaria, ma si costituisce come un atto comunicativo inserito in un dialogo e non riguarda il solo mittente, ma anzi si rivolge e si plasma sull'interlocutore.

Un ragionamento è sempre coinvolto nella costruzione di un'argomentazione, ma non può rappresentare di per sé l'argomentazione stessa, in quanto quest'ultima non si costituisce del pensiero di un singolo, ma per sua natura è il prodotto della cooperazione degli interlocutori che vi prendono parte (Muller Mirza & Perret-Clermont, 2009).

In un'argomentazione è infatti il feedback costante dell'interlocutore che permette a chi argomenta di calibrare i propri argomenti in modo che siano appropriati e centrati sul destinatario, e allo stesso modo è il dialogo che permette di negoziare le premesse materiali (cioè le premesse condivise) e procedurali (cioè le regole da seguire) condivise tra le parti, che servono come punti di partenza fondamentali per l'argomentazione (van Eemeren, 2018).

Questo punto si rispecchia anche nell'estrema rilevanza didattica del dialogo per l'apprendimento in generale, trovando conferma nelle consolidate teorie pedagogiche che descrivono lo sviluppo del bambino come l'appropriazione progressiva di strumenti costruiti in un contesto interpersonale (Vygotksy, 1978).

Differenza di opinione. Un quarto punto da prendere in considerazione nel tracciare il rapporto tra ragionamento e argomentazione riguarda l'aspetto legato alla differenza di opinione. A questo proposito l'autore sottolinea che «[...] il più delle volte la divergenza di opinioni non assume la forma di un disaccordo totale che coinvolge due punti di vista opposti, ma rimane di natura elementare» (van Eemeren, 2018, p. 1, traduzione degli autori).

Nell'ambito quotidiano della vita comunitaria e dell'azione umana, l'argomentazione emerge solitamente nel caso in cui si debba prendere una decisione comune o stabilire la validità di un'affermazione per cui non sia possibile una verifica diretta. In accordo con Rigotti e Greco Morasso (2009) si può dire che «l'ambito proprio dell'argomentazione è quello della vita comunitaria e dell'azione umana» (p. 19, traduzione degli autori). Argomentare nella vita quotidiana, infatti, concerne più spesso l'agire piuttosto che il sapere, e le azioni spesso non riguardano la sfera dei principi generali ma si muovono nel «campo delle cose che sono in un certo modo ma che potrebbero anche essere in un altro» (p. 19, traduzione degli autori), potendo quindi essere cambiate o attuate dall'intervento umano. In questi casi si viene a costituire una differenza di opinione, la cui risoluzione razionale prevede appunto il ricorso all'argomentazione.

Il ragionamento ha invece ambiti di applicazione più generali: ricorriamo al ragionamento ogni qualvolta cerchiamo la risoluzione di un problema, ponderiamo le opzioni di una scelta, ci poniamo un quesito ecc. Ciò avviene anche individualmente e senza che questo generi una contrapposizione di tesi o emerga dalla necessità di dirimere una differenza di opinione. In questi casi il ragionamento si avvicina all'intuizione, ricercando, attraverso l'inferenza a ritroso, ragioni a favore di conclusioni intuitive, vagliando e valutando tali conclusioni.

Questa differenza di applicazione si rispecchia anche nel confronto tra la verbalizzazione di un ragionamento e l'argomentazione. Esplicitare un ragionamento, laddove questo non nasca dalla necessità di dirimere un conflitto, conduce a una struttura dell'atto comunicativo e a una scelta delle ragioni che sono basate sul convincimento del soggetto che ha formulato il ragionamento, piuttosto che sull'intento pragmatico di risoluzione di un dubbio. Un'argomentazione, al contrario, «nasce sempre in risposta o in previsione di una divergenza di opinione, e ogni linea argomentativa sarà dunque scelta in funzione di risolvere tale divergenza» (van Eemeren, 2018, p. 21, traduzione degli autori). Non solo la necessità dell'argomentazione, ma anche la sua struttura e i criteri cui deve rispondere, sono direttamente collegati al dubbio o alla differenza di opinione che essa ha lo scopo di risolvere.

Incentivo all'argomentazione. Un ultimo e importante elemento da prendere in considerazione riguarda la presenza di un incentivo all'argomentazione. Di fronte a una differenza di opinione, infatti, è indispensabile che gli interlocutori coinvolti abbiano delle motivazioni personali per risolvere tale differenza e intraprendere quindi un discorso argomentativo. Nel contesto quotidiano, per quanto non sia una regola assoluta, ciò deriva dal fatto che ciascuna parte coinvolta desidera solitamente che la differenza si risolva a proprio favore, e questo si traduce nell'intenzione di convincere il proprio interlocutore della validità della propria tesi.

In generale, nel caso in cui si stia cercando la soluzione a un certo problema o si stiano ponderando le varie opzioni di una scelta, un ragionamento può avere un intento puramente cognitivo, epistemico, oppure essere finalizzato alla valutazione di una conclusione intuitiva una volta che questa venga smentita dall'esperienza. L'argomentazione mira invece a risolvere una differenza di opinione ricercando al contempo l'efficacia del proprio atto comunicativo e il mantenimento degli standard di ragionevolezza. Colui che argomenta cerca allo stesso tempo non solo di garantire che la propria argomentazione sia considerata ragionevole, ma anche che sia efficace nel convincere il proprio interlocutore (van Eemeren, 2018). A tale scopo chi argomenta sceglie i punti di partenza ritenuti più opportuni, il tipo di argomentazione più adatto e imposta le proprie argomentazioni sulla base delle caratteristiche del proprio interlocutore e in modo che risultino più chiare e convincenti possibili (van Eemeren, 2018).

Anche in questo caso sono evidenti le differenze tra l'argomentazione e gli atti comunicativi come la verbalizzazione di un ragionamento. Quest'ultima può avere infatti uno scopo esclusivamente informativo, comunicando ad esempio le ragioni che si sono identificate a supporto di una certa tesi e che sono risultate convincenti per sé stessi o descrivendo il procedimento adottato per la risoluzione di un problema. Questo interessante atto comunicativo, lecito e formativo a scopo didattico, risulta però diverso rispetto a un'argomentazione vera e propria, in cui la volontà di convincere facendo appello alla ragione subisce l'influenza cruciale dell'interlocutore, focalizzandosi sulla ricerca di ragioni che possano convincere l'altro oltre che sé stessi. Basta pensare a quando un allievo cerca di convincere il docente della bontà del suo processo risolutivo quando è in discussione una valutazione numerica maggiore o minore di una verifica.

6 Argomentazione a scuola

Nella pratica scolastica sono numerose le attività matematiche alle quali vengono attribuiti traguardi legati all'argomentazione. Tali proposte risultano profondamente diverse tra loro, differenziandosi ad esempio per la tipologia di quesito che propongono, per il contesto in cui questo è inserito o per gli atti linguistici richiesti nello svolgimento dell'attività. In questo paragrafo si riportano esempi di attività provenienti da diversi contesti, quali le prove di valutazione nazionali italiane dell'Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione (INVALSI), le competizioni del Rally Matematico Transalpino (RMT), attività di classe e un laboratorio proposto in un festival di matematica.

Nello specifico vengono analizzati alcuni quesiti didattici argomentativi alla luce degli elementi analitici identificati nel par. 5: *verbalizzazione, coscienza delle ragioni, dialogo, differenza di opinione e incentivo all'argomentazione*, al fine di verificare quali e quanti di questi elementi caratteristici dell'argomentazione nella prospettiva pragma-dialettica vengono potenzialmente stimolati in tali attività. L'analisi condotta riguarda la formulazione dei quesiti e il potenziale contesto nel quale vengono

applicati ma non il dialogo effettivo che emerge dall'interazione con e tra gli studenti.

Tale analisi può dunque risultare utile didatticamente in fase progettuale. Alla luce dei risultati di questa analisi si mostrerà come alcune di queste attività interpretino l'argomentazione come la verbalizzazione di un procedimento, altre come la verbalizzazione di un ragionamento che coinvolge anche la coscienza delle ragioni e come solo in pochi casi esse cerchino di adottare uno sguardo più ampio che si avvicina all'ottica della pragma-dialettica, includendo aspetti dialogici, una differenza di opinione da risolvere e un incentivo all'argomentazione.

Inoltre, nel corso dell'analisi si discuteranno alcuni fattori progettuali relativi ai quesiti e ai contesti didattici in cui questi sono inseriti, che potrebbero favorire o ostacolare il realizzarsi degli elementi analitici dell'argomentazione pragma-dialettica, e che andrebbero contemplati durante la progettazione e realizzazione di attività argomentative in classe, allo scopo di sviluppare negli studenti competenze argomentative.

6.1 Primo esempio: la verbalizzazione del procedimento

In questo paragrafo si riporta un'analisi di alcuni quesiti che in ambito scolastico vengono tipicamente considerati argomentativi e che, a nostro parere, si limitano piuttosto alla verbalizzazione di un procedimento. Gli atti linguistici coinvolti da questi quesiti sono associabili più alla descrizione che all'argomentazione; ricordiamo che si tratta di atti diversi tra loro, con differenze teoriche che sono state esplicitate all'interno del par. 3.

Un esempio di questa tipologia di quesiti qui riportato è tratto dalle prove nazionali italiane dell'INVALSI, riguardanti l'ambito matematico. Va qui ricordato che i quesiti delle prove standardizzate INVALSI vengono risolti individualmente dagli allievi, che hanno a disposizione un tempo massimo di circa un'ora per risolvere circa trenta quesiti. L'argomentazione rappresenta una competenza chiave per tutti i gradi scolastici della scuola italiana, come viene indicato, seppur con diversa enfasi, dalle relative *Indicazioni nazionali*, e in quanto tale rientra tra le competenze matematiche valutate dalle prove INVALSI.

Nello specifico, l'argomentazione figura tra i processi misurati dal *Quadro di Riferimento delle prove INVALSI di Matematica* (INVALSI, 2018) e viene esplicitamente menzionata nell'*Archivio prove INVALSI di Matematica*² nel processo 600, «acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (congetturare, argomentare, verificare, definire, generalizzare, ...)», e nel processo 610, «utilizzare forme tipiche del ragionamento matematico (congetturare, argomentare, verificare, definire, generalizzare, dimostrare, ...)», nonché tra le parole chiave affiancate ai quesiti: «confronto fra argomentazioni», «esplicitazione di argomentazioni» e «giustificazione di argomentazioni».

Va anche detto che il *Quadro di Riferimento delle prove INVALSI di Matematica* (INVALSI, 2018) specifica che le prove standardizzate risultano poco adatte a valutare pienamente il conseguimento della competenza di sostenere argomentazioni, evidenziando dunque i limiti da questo punto di vista dello strumento valutativo.

Il quesito oggetto di analisi è riportato in Figura 1 ed è tratto dalla prova Mat-SNV 2018,³ destinata ad allievi di quinta elementare. Tale quesito è stato classificato nell'*Archivio prove INVALSI di Matematica* con entrambi i processi 600 e 610 e con la parola chiave «esplicitazione di argomentazioni».

2. <https://www.gestinv.it/RicercaGuidata.aspx>.

3. La sigla Mat-SNV 2018 indica la prova di matematica del Servizio Nazionale di Valutazione dell'INVALSI dell'anno 2018.

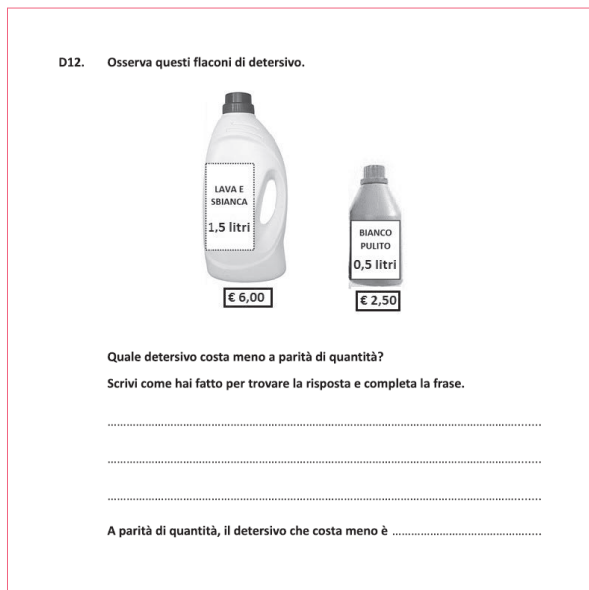


Figura 1. Il quesito 12 della prova Mat-SNV 2018.

Il quesito in questione richiede la formulazione di una risposta a una domanda e la produzione di un breve testo scritto sollecitato dalla richiesta: «Scrivi come hai fatto per trovare la risposta...», dunque rivolta alla *verbalizzazione* di una procedura risolutiva seguita.

Come ribadito in precedenza, la verbalizzazione di un procedimento, pur avendo un ruolo formativo, non implica necessariamente la ricerca attraverso un ragionamento delle ragioni che supportano il procedimento scelto e che validano la soluzione raggiunta. In questo caso, infatti, la sola richiesta di esporre il procedimento seguito non sollecita direttamente la ricerca e la coscienza delle ragioni che lo supportano. Il tipo di quesito, e soprattutto la richiesta posta, giocano dunque un ruolo fondamentale rispetto alla coscienza da parte degli studenti delle ragioni che supportano un procedimento o una soluzione. Il processo cognitivo del ragionamento, infatti, come esposto nel par. 4 attraverso la teoria di Mercier e Sperber (2018), viene attivato nei casi in cui i processi cognitivi inconsci quali l'intuizione o la memoria risultino insufficienti e di solito in seguito al confronto con la realtà o con un interlocutore. Di conseguenza, la coscienza delle ragioni coinvolte in un'inferenza non viene raggiunta spontaneamente dall'individuo nel caso in cui non risulti necessaria o ne venga fatta richiesta esplicita. Nell'esempio in questione, l'allievo potrebbe ottenere una strategia risolutiva attraverso un'intuizione oppure la memoria, potrebbe ad esempio intuire che si possa triplicare il costo del secondo flacone per poi confrontare questo valore con il costo del primo, oppure potrebbe rievocare questo procedimento dalla memoria se già appreso in precedenza. In entrambi i casi il procedimento applicato potrebbe essere ottenuto senza che ci sia *coscienza* da parte dell'alunno *delle ragioni* che lo rendono valido. In accordo con Mercier e Sperber (2018) e con van Eemeren e Grootendorst (2003), la coscienza delle ragioni a supporto di una certa tesi rappresenta un aspetto centrale nella produzione di argomentazioni: il contesto argomentativo richiede infatti a colui che argomenta di chiarire il proprio processo inferenziale, identificando ragioni che possano risultare convincenti per il proprio interlocutore. Inoltre, il testo del quesito e le necessità valutative delle prove standardizzate non favoriscono la presenza di un *dialogo*, dato che l'atto comunicativo richiesto allo studente non si rivolge a un interlocutore di cui si conoscono le ragioni (il valutatore delle prove) e di cui si possono immaginare le controargomentazioni, impedendo a chi avanza la tesi di regolare di conseguenza la propria argomentazione. Anche il realizzarsi di una *differenza di opinione* non viene favorita direttamente dal quesito, dato che non vengono presentate tesi e ragioni differenti tra le quali lo studente deve posizionarsi, sostenendo la propria tesi e prendendo al tempo stesso in considerazione quelle altrui, e non viene neppure proposta una situazione sufficientemente ampia da favorire la produzione di diverse soluzioni tra le quali

scegliere, non consentendo così all'argomentazione di essere l'unico strumento razionale per gestire una differenza di opinione.


Non vi è inoltre un *incentivo* alla formulazione di un'argomentazione, dato che l'interlocutore a cui si rivolge lo studente, ossia il valutatore delle prove INVALSI, non deve essere persuaso della validità della soluzione proposta, conoscendo la risposta corretta e i criteri di validazione. È necessario però chiarire che la richiesta di produrre un testo scritto individualmente ostacola il realizzarsi di un dialogo, ma non rappresenta un vincolo assoluto. In generale, è infatti possibile produrre un testo argomentativo rispetto a un tema di dibattito e all'interno di un dialogo implicito, immaginando e anticipando le possibili controargomentazioni di un interlocutore di cui si conoscono le convinzioni precedenti, con lo scopo di convincerlo della propria tesi. Nel caso specifico della risoluzione delle prove INVALSI, però, non risulta possibile per gli studenti immaginare un interlocutore con queste caratteristiche.

Infine, va ribadito come la scelta di etichettare come argomentativi questo tipo di quesiti da parte dell'istituto INVALSI possa avere ricadute negative sulla pratica didattica, in quanto rafforza l'idea negli insegnanti che un'argomentazione possa ricondursi alla descrizione di una procedura risolutiva e che la competenza argomentativa in matematica possa essere costruita proponendo solamente questo tipo di quesiti.


6.2 Secondo esempio: la coscienza delle ragioni

Un altro esempio di quesito tratto dalle prove INVALSI, in particolare dalla prova Mat-SNV del 2012, è il seguente (Figura 2).

D5. L'insegnante ha consegnato a Lucia e a Giada due fogli uguali di carta bianca rettangolari e due foto rettangolari uguali. Le due ragazze devono incollare le foto sul foglio bianco. Hanno eseguito il lavoro in questo modo:



Lavoro eseguito da Lucia



Lavoro eseguito da Giada

a. Chi ha lasciato più spazio bianco?

A. Lucia

B. Giada

C. Lucia e Giada hanno lasciato lo stesso spazio bianco

D. Non si può sapere perché non si conoscono le misure

b. Giustifica la tua risposta.

.....

.....

.....

Figura 2. Il quesito 5 della prova Mat-SNV 2012.

Si tratta di un quesito destinato ad allievi di quinta elementare che, come il precedente, è stato etichettato con i processi 600 e 610. Questo quesito richiede allo studente di giustificare la sua risposta. Come indicato nel dizionario *Il Nuovo Vocabolario di Base della lingua italiana*, di De Mauro (2016), l'atto linguistico «giustificare» assume qui il significato di «motivare con valide ragioni» le proprie scelte.

In questo caso, la richiesta di giustificare la soluzione dovrebbe incentivare l'allievo a ricercare e a esprimere verbalmente le ragioni che supportano la propria scelta. Il quesito prevede dunque il primo elemento teorico dell'argomentazione pragma-dialettica, ossia la *verbalizzazione*. In particolare, in questo caso l'atto comunicativo richiesto all'alunno è rivolto a esplicitare le ragioni a supporto della risposta scelta. È dunque presente anche il secondo degli elementi analitici definiti nel par. 5, la *coscienza delle ragioni*. La risposta corretta del quesito: «Lucia e Giada hanno lasciato lo stesso spazio bianco», potrebbe infatti essere raggiunta in modo intuitivo, senza che le ragioni per cui ciò valga siano consce, ma la richiesta esplicita di giustificare la risposta data incentiva il ricorso al ragionamento per cercare tali ragioni. Secondo Mercier e Sperber (2018), infatti, il ragionamento rappresenta un atto cognitivo in cui la coscienza riguarda sia le conclusioni a cui si è giunti sia le ragioni che sono coinvolte in favore della conclusione. In questo quesito il ragionamento potrebbe condurre gli allievi a sostenere che "l'aver sottratto aree uguali ad aree uguali" sia una buona ragione (consapevole) per inferire che le aree ottenute siano uguali (nel lessico di Mercier e Sperber questa conclusione è detta *riflessiva*).

Ribadiamo come la coscienza delle ragioni coinvolte in un'inferenza sia un aspetto fondamentale per la costruzione di un'argomentazione; in ottica didattica, se si vuole sviluppare la competenza argomentativa, è quindi importante cercare di incentivarla tramite la richiesta esplicita di giustificare, motivare o direttamente argomentare le proprie scelte. A questo proposito ricordiamo che, sempre secondo Mercier e Sperber (2018), il pensiero umano è composto in larga parte da processi inferenziali inconsci. Come già anticipato, si ricorre invece al ragionamento quando una certa conclusione, raggiunta inconsciamente, risulta errata alla prova della realtà, oppure quando risulta inefficace di fronte a un interlocutore durante una discussione argomentativa. In ottica didattica questa considerazione ci induce a riflettere sul fatto che alla richiesta esplicita e diretta di identificare ragioni (attraverso la richiesta di giustificare o motivare) sia opportuno affiancare attività didattiche inserite all'interno di contesti argomentativi in cui risulti necessario risolvere una differenza di opinione, oppure in cui le conclusioni intuitive risultino errate.

Come per il precedente esempio (par. 6.1), inoltre, il testo del quesito e il contesto delle prove standardizzate non prevedono la presenza di un *dialogo*, nemmeno implicito. L'atto comunicativo richiesto allo studente è infatti rivolto al valutatore delle prove standardizzate, con cui non è possibile stabilire premesse condivise sui cui basare l'argomentazione. Inoltre, l'alunno non conosce le attese del valutatore, né quali ragioni potrebbero essere considerate appropriate; ciò gli impedisce di impostare il proprio atto comunicativo sulla base dell'interlocutore, come avverrebbe all'interno di un dialogo implicito.

Anche in questo caso, come nel precedente, il problema non introduce, né favorisce, una *differenza di opinione*, dato che la soluzione del problema può essere verificata in modo diretto e non vengono proposte tesi diverse da dover dibattere.

A questo aspetto si collega l'assenza di un *incentivo all'argomentazione*: in questo caso l'alunno è consapevole che l'interlocutore è in possesso della tesi corretta e di ragioni valide da un punto di vista matematico; di conseguenza viene meno l'intento persuasivo della comunicazione, che viene incentivata esclusivamente dal desiderio (eventuale) di ottenere un buon punteggio.

I contesti comunicativi associati ai due quesiti presentati in questo paragrafo e nel precedente fanno riferimento all'argomentazione come alla verbalizzazione di procedure o di ragionamenti. Tale interpretazione risulta assai diffusa nella pratica scolastica e trova riscontro anche nella letteratura sul tema in didattica della matematica, come emerge ad esempio dalla definizione fornita alla voce *Argumentation*

in *Mathematics Education* nell'*Encyclopedia of Mathematics Education* (Sriraman & Umland, 2020) in cui le argomentazioni prodotte da studenti e insegnanti durante le lezioni di matematica vengono definite come

«una sequenza di ragionamenti che intende dimostrare o spiegare perché un risultato matematico sia vero. Tale risultato può essere un enunciato generale riguardante una classe di oggetti matematici o semplicemente la soluzione di un problema che è stato posto. In questo senso, un'argomentazione matematica può essere una dimostrazione formale o informale, una spiegazione del modo in cui uno studente o un insegnante sia giunto a formulare una particolare congettura, di come abbia ragionato su un problema per arrivare a una soluzione, o semplicemente una serie di calcoli che ha portato a un risultato numerico».

(Sriraman & Umland, 2020, p. 63, traduzione degli autori)

Questa definizione risulta particolarmente ampia e al tempo stesso manchevole di qualunque riferimento alla dimensione dialogica dell'argomentazione.

6.3 Terzo esempio: un potenziale contesto favorevole

Il terzo esempio che prendiamo in considerazione coniuga ulteriori elementi della teoria pragma-dialettica, per quanto, come vedremo, solo alcuni di questi vengano incentivati in modo diretto.

Si tratta di un quesito tratto dalle gare del Rally Matematico Transalpino (RMT), una competizione di matematica che è stata organizzata dal 2001 al 2024 dall'Associazione Rally Matematico Transalpino [ARMT] (2020) e alla quale partecipava l'intera classe. Tale competizione era destinata ad allievi dalla scuola elementare fino al primo biennio di scuola superiore. I partecipanti alla competizione provenivano dal Belgio, dalla Francia, dall'Italia, dal Lussemburgo e dalla Svizzera, componendo un gruppo internazionale di lavoro e sperimentazione di materiali didattici. La struttura della competizione prevedeva che ciascuna classe risolvesse in completa autonomia una lista di problemi matematici, senza ricevere alcun supporto da parte del docente. Gli alunni dovevano quindi organizzare internamente il proprio lavoro, distribuendosi i problemi, che venivano dunque risolti in piccoli gruppi oppure individualmente. In ciascun sottogruppo si instaurava un eventuale dibattito per arrivare a una soluzione condivisa.

L'argomentazione viene indicata da ARMT come una componente centrale nei problemi del RMT e viene identificata sia nella verbalizzazione scritta sia nella fase di discussione di gruppo durante la risoluzione (ARMT, 2009). Nel contesto delle gare del RMT, infatti, gli alunni dialogano tra di loro nel tentativo di comprendere il contesto del problema, durante l'individuazione di una strategia risolutiva e durante la fase finale, in cui si chiede di presentare la propria soluzione in forma scritta, mostrando come si sia proceduto per ottenere la soluzione. Si noti dunque quanto sia il contesto della gara stessa a facilitare l'atto argomentativo, prima che il quesito stesso.

I problemi del RMT sono anche diffusamente utilizzati nella pratica al di fuori del contesto della gara, divenendo, come auspica la stessa associazione:

«parte integrante ("costitutiva") del programma di matematica e dei suoi obiettivi, in particolare per ciò che riguarda l'approccio allo spirito e al ragionamento scientifico: sviluppo dell'autonomia di apprendimento, organizzazione di una ricerca, rigore delle notazioni, capacità di argomentare e di comunicare i risultati».

(ARMT, 2020)

Il seguente quesito è tratto dalla seconda prova del 2019 e destinato a studenti di quarta e quinta elementare e prima media (Figura 3).

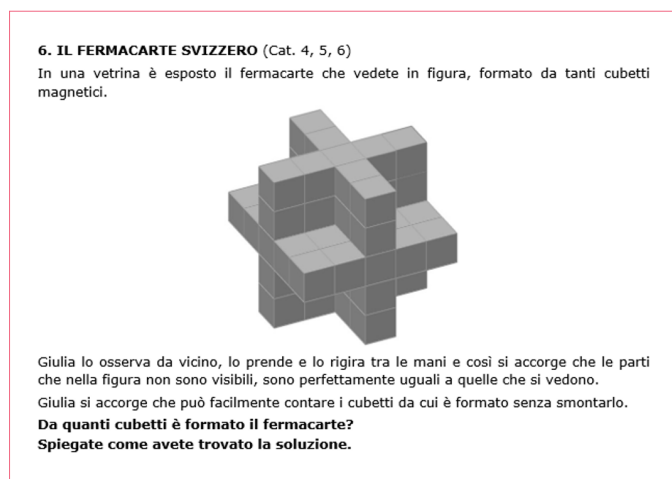


Figura 3. Il quesito 6 della seconda prova del RMT del 2019.

Il quesito mostra l'immagine di un fermacarte composto da un certo numero di cubetti. La risoluzione del problema presuppone di immaginare la conformazione del fermacarte per poterne contare i cubetti dai quali è formata, per poi spiegare come è stata trovata la soluzione. In particolare, rispetto a quest'ultima richiesta, i valutatori delle prove fanno riferimento al procedimento risolutivo adottato durante la risoluzione, come confermato dalla seguente griglia di valutazione delle risposte scritte consegnata ai valutatori:

«4 punti: risposta corretta (61 cubetti) con spiegazione dettagliata della strategia adottata e di eventuali conteggi (in caso che venga detto esplicitamente che mancano da 1 a 5 cubi che non si vedono, si accetta la risposta coerente: da 56 a 60 cubi); 3 punti: risposta corretta con descrizione del procedimento seguito non del tutto chiara e dettagliata; 2 punti: risposta corretta senza spiegazione oppure risposta non corretta dovuta a un errore di calcolo, ma con spiegazione dettagliata; 1 punto: inizio di ragionamento corretto (per esempio, individuazione del numero di cubetti presenti in alcune parti della figura...); 0 punti: incomprensione del problema».

(ARMT, 2006)

Procedendo con l'analisi del quesito alla luce degli elementi analitici della pragma-dialettica, la richiesta esplicita di spiegare come si sia ottenuta la propria soluzione presuppone una *verbalizzazione* della procedura svolta durante la risoluzione, in questo caso il significato attribuito all'atto linguistico di spiegare risulta in accordo con quello fornito nel par. 3.

Rispetto alla *coscienza delle ragioni* coinvolte, questa potrebbe emergere durante la fase di discussione tra gli studenti in ciascun gruppo, attraverso le argomentazioni volte a convincere i propri compagni, per quanto il quesito non richieda esplicitamente ragioni che giustifichino la soluzione avanzata. Il *dialogo* viene favorito dall'organizzazione delle prove del RMT, la cui risoluzione avviene in gruppo. I problemi vengono suddivisi internamente dalla classe, è dunque possibile che un piccolo gruppo di alunni si dedichi alla risoluzione del quesito instaurando un dialogo. Il dialogo in questo caso è esplicito, il feedback costante dei compagni obbliga i membri del gruppo a calibrare i propri argomenti per giungere a una decisione comune.

Il quesito non incentiva in modo diretto una *differenza di opinione*, per quanto questa possa emergere nel caso in cui due o più studenti durante i lavori in gruppo siano in disaccordo sulla procedura da adottare. Non vi è una differenza di opinione nemmeno con il valutatore, che è già in possesso della soluzione corretta e delle strategie risolutive valide. Una differenza di opinione potrebbe invece essere incoraggiata presentando agli alunni diverse strategie di risoluzione tra cui scegliere, oppure

attraverso la proposta di un problema per cui non sia possibile stabilire una sola soluzione, in modo che gli studenti stessi formulino diverse strategie e approcci al problema.

Per quanto riguarda l'*incentivo all'argomentazione*, durante la fase di discussione tra gli studenti potrebbe manifestarsi tramite l'intento persuasivo di voler proporre la propria strategia risolutiva considerata corretta, ma nei confronti del valutatore esterno viene meno l'intento persuasivo, in quanto gli alunni possono supporre che conosca la soluzione corretta e le strategie per raggiungerla.

Come evidenziato, questo quesito si focalizza in modo esplicito esclusivamente sulla verbalizzazione di una procedura risolutiva; i restanti elementi, invece, per quanto possano eventualmente emergere attraverso la richiesta agli alunni di risolvere come classe i diversi problemi della prova del RMT, non vengono favoriti in modo diretto.

Per quanto il quesito durante la competizione sia risolto in gruppo e all'interno di un contesto dialogico, si richiede esplicitamente la verbalizzazione di un procedimento dato anche dal criterio fornito ai valutatori della prova. Dunque, la scelta di etichettare come argomentativi questo tipo di quesiti potrebbe ancora una volta rafforzare la convinzione nei docenti che questi elementi siano sufficienti alla realizzazione dell'argomentazione in classe e alla costruzione della competenza argomentativa degli studenti.

6.4 Quarto esempio: la presenza di un dialogo

I problemi che simulano un dialogo vengono solitamente classificati come argomentativi dai libri di testo. Questi problemi presentano spesso alcune tesi contrapposte, chiedendo agli allievi di sceglierne una ed eventualmente di giustificare la propria scelta. Lo studente è quindi chiamato a prendere posizione e a convincere un ipotetico interlocutore a cambiare idea.

Un esempio di questo tipo di problema, tratto dal libro di testo per le scuole medie *Tutto chiaro!* (Montemurro, 2021), è il seguente (Figura 4).

ARGOMENTARE

144. L'insegnante chiede: "Qual è la soluzione dell'equazione $6x = 0$?". Rispondono quattro alunni.

Andrea → "È indeterminata".	Alice → "È impossibile".
Nicole → "È zero".	Riccardo → "È 6".


Tu come avresti risposto? Perché?

.....

Figura 4. Un quesito tratto dal libro di testo *Tutto chiaro!* (Montemurro, 2021, p. 278).

Esempi di questo tipo sono presenti anche nelle prove INVALSI; riportiamo di seguito un quesito destinato ad allievi di quinta elementare (Figura 5). Il quesito è tratto dalla prova Mat-SNV del 2022 e ad esso vengono attribuite la parola chiave: «giustificazione di argomentazioni» e la dimensione «argomentare».

D24. Nel seguente distributore ci sono 80 palline colorate: 40 sono rosse, 20 sono verdi e 20 sono gialle. Alice e Marco discutono su quale sia la percentuale di palline rosse dentro il distributore.



**Alice dice: "Il 50% delle palline nel distributore è rosso".
Marco dice: "Il 40% delle palline nel distributore è rosso".
Chi ha ragione?
Scegli una delle due risposte e completa la frase spiegando perché ha ragione.**

Alice ha ragione perché

.....

.....

Marco ha ragione perché

.....

.....

Figura 5. Il quesito 24 della prova Mat-SNV 2022.

Analizzando questo quesito (Figura 5) attraverso gli elementi analitici dell'argomentazione pragma-dialettica si nota come il quesito prevede la *verbalizzazione*, che viene richiesta in modo esplicito. In particolare, si domanda agli studenti di spiegare perché il personaggio scelto abbia ragione. Come indicato nel dizionario *Il Nuovo Vocabolario di Base della lingua italiana* di De Mauro (2016), la richiesta di «spiegare» assume qui il significato di esplicitare «per quale motivo» la risposta scelta sia corretta. L'attenzione alle ragioni viene incentivata anche dalla frase «Alice/Marco ha ragione perché», che l'allunno è chiamato a integrare come incipit della propria produzione scritta. Questo quesito incentiva dunque in modo diretto la *coscienza delle ragioni* coinvolte, che rappresenta il secondo degli elementi analitici presi in considerazione. La presenza di un *dialogo*, seppur simulato, permette di mettere a confronto tesi e argomentazioni contrapposte. L'argomentazione potrebbe infatti rivolgersi verso il personaggio che ha avanzato la tesi che non è stata scelta dallo studente, qualificandosi così come interlocutore immaginario con il quale argomentare. Ipotizzare le ragioni della controparte consente di argomentare organizzando il proprio atto comunicativo in modo che sia centrato sull'interlocutore, fornendo ragioni appropriate ed evidenziando implicitamente le debolezze delle ragioni dell'altra parte. In tal modo la propria argomentazione si inserisce in un dialogo implicito, in cui è possibile immaginare le ragioni o le possibili controargomentazioni del proprio interlocutore. Occorre però ammettere che la presenza di più opzioni tra cui scegliere e la richiesta di giustificare tale scelta non garantiscono che l'attività costituisca un contesto autentico per l'attività argomentativa. L'assenza di un dialogo esplicito, infatti, impedisce di negoziare attivamente le premesse materiali e procedurali con il proprio interlocutore e di mettere in atto il processo dialettico di raggiungimento di un accordo comune che rappresenta il cuore dell'attività argomentativa. Per quanto riguarda la necessità di dirimere una *differenza di opinione*, il quesito introduce due tesi distinte, tra le quali lo studente è chiamato a scegliere. Si configura dunque una differenza di opinione in

cui si inserisce l'atto comunicativo dell'alunno. Ciononostante, non è possibile per lo studente formulare una propria tesi e la situazione descritta non risulta essere una situazione realistica, in cui si debba prendere una decisione e per cui non sia possibile verificare in modo diretto la soluzione. In questo caso, infatti, è possibile applicare un algoritmo di calcolo per verificare in modo univoco la soluzione, mentre l'argomentazione trova usualmente impiego negli ambiti in cui più scelte valide sono possibili e in cui la migliore scelta possibile non può essere stabilita in modo assoluto. La differenza di opinione proposta risulta quindi artefatta, non emerge infatti in un contesto in cui si debba decidere tra due tesi ugualmente valide per ottenere un'opinione comune.

In ultimo, per quanto sia presente un interlocutore implicito da convincere, l'assenza di una motivazione personale per cui sia significativo sostenere una delle tesi proposte all'interno di un contesto realistico, ad esempio in cui sia necessario dirimere una differenza di opinione per prendere una decisione, ostacola il realizzarsi di un *incentivo all'argomentazione*, e in particolare di un intento persuasivo.

6.5 Quinto esempio: dirimere una differenza di opinione

Per quanto concerne la progettazione di contesti didattici in cui l'argomentazione si costituisca come mezzo per la risoluzione di un dubbio o di una differenza di opinione, alcune sperimentazioni didattiche si sono proposte di realizzare problemi per i quali non esistesse un criterio chiaro o una procedura per determinare una soluzione univoca. Riportiamo a titolo di esempio uno dei problemi tratto da Antonini (2018) proposto a studenti di seconda e terza media. Il ricercatore ha attinto dalla teoria dei giochi per elaborare problemi in cui gli alunni potessero immedesimarsi e la cui soluzione fosse incerta, mettendo gli studenti nella condizione di formulare ipotesi e argomentare nel tentativo di raggiungere una soluzione condivisa.

Durante lo svolgimento del problema gli studenti coinvolti hanno provato collettivamente a raggiungere una soluzione comune al seguente quesito:

«Tre musicisti, Ada, Bea e Ciro, vengono contattati per suonare a una festa. Potranno esibirsi da soli, in coppia o in trio. Le ricompense stabilite dall'organizzatore dell'evento sono le seguenti: 100 euro a Ada (se suona sola), 150 euro a Bea (da sola), 180 euro a Ciro (da solo), 600 euro al trio se suonano insieme. Se suonano in coppia, i ricavi saranno i seguenti: 400 euro alla coppia Ada e Bea, 300 euro a Ada e Ciro, 420 euro a Bea e Ciro. Mettendovi nei panni dei tre musicisti, provate a discutere l'offerta e spiegate in che modo Ada, Bea e Ciro potrebbero accordarsi. Ricordatevi di motivare in modo adeguato le vostre affermazioni».

(Antonini, 2018, p. 37)

Gli alunni sono chiamati a motivare le proprie affermazioni: la *verbalizzazione* viene dunque incentivata direttamente.

Per quanto riguarda la *coscienza delle ragioni*, come indicato dal dizionario *Il Nuovo Vocabolario di Base della lingua italiana* di De Mauro (2016) l'atto linguistico di «motivare» assume qui il significato di «spiegare con appropriata motivazione o giustificazione». Inoltre, il quesito propone una situazione simile ai contesti quotidiani di applicazione del ragionamento, contesti in cui la necessità di convincere un interlocutore ci induce a cercare ragioni che possano risultare efficaci. Durante la fase di discussione, gli studenti devono dunque necessariamente prestare attenzione alle ragioni a supporto della propria soluzione e delle altrui soluzioni nel tentativo di giungere a una risposta comune.

Il problema viene risolto collettivamente: questo inserisce le argomentazioni all'interno di un *dialogo* esplicito in cui sia possibile valutare criticamente le argomentazioni altrui permettendo agli interlocutori di stabilire le premesse materiali e procedurali indispensabili all'argomentazione.

Per quanto riguarda la *differenza di opinione* nella quale si inserisce l'argomentazione, osserviamo che il problema proposto non ha soluzione certa, questo implica che durante la risoluzione gli studenti siano incentivati a formulare soluzioni personali e a dirimere il conflitto che ne consegue attraverso un

dialogo argomentativo. In questo caso, l'argomentazione risulta infatti l'unico strumento per sciogliere le differenze di opinione e decidere quale decisione prendere. In questo senso il contesto del problema si avvicina alle situazioni di realtà in cui l'argomentazione trova il suo contesto più naturale, nelle quali spesso non esiste un criterio chiaro per raggiungere o verificare la validità di una certa soluzione a un problema, rendendo l'argomentazione uno strumento inevitabile per prendere una decisione.

Infine, a proposito di un adeguato *incentivo all'argomentazione*, e in particolare dell'impegno persuasivo da parte di chi argomenta, osserviamo che questo sarà tanto più sentito quanto più chi argomenta percepisce come importante la tesi che sostiene, come accade nel contesto della vita quotidiana e dell'agire umano. Nell'esempio in questione la risoluzione del problema non ha conseguenze dirette per chi argomenta, non si tratta di prendere una decisione o di argomentare a favore di una tesi che risulti cara a chi la sostiene. La situazione proposta richiede invece uno sforzo di immedesimazione da parte degli studenti in uno scenario che potrebbe non essere loro familiare; dunque, potrebbe non esserci un incentivo sufficiente all'argomentazione.

6.6 Sesto esempio: incentivo all'argomentazione

Come abbiamo mostrato nel par. 5, l'argomentazione in senso pragma-dialettico necessita di un adeguato incentivo affinché possa realizzarsi, dato che nel contesto quotidiano l'intento persuasivo rappresenta la motivazione più comune perché si produca un'argomentazione.

A questo proposito si riporta un esempio significativo verificatosi in occasione della quarta edizione del festival *Matematicando. A spasso con la matematica per le strade di Locarno* che si è svolto nel 2024 nella città di Locarno (Svizzera).

Tale evento è un festival biennale di matematica in cui, oltre ad esserci spettacoli a tema matematico, sezioni e classi dei diversi livelli scolastici conducono laboratori matematici rivolti a coetanei e a cittadini. All'interno di tale cornice, l'argomentazione rappresenta il mezzo per convincere i propri interlocutori, giovani e adulti, della validità di ciò che si propone in ambito matematico, condizione indispensabile per il successo dell'attività stessa.

In particolare, l'esempio qui proposto scaturisce dal laboratorio *Probability* (Pezzi & Cosci, 2026), destinato a studenti di scuole elementari e medie, che è stato organizzato e gestito da classi degli stessi livelli scolastici. Durante l'anno scolastico, in preparazione al festival che si svolge nel mese di maggio, ciascuna classe ha sperimentato delle attività riguardanti la probabilità e in seguito gli allievi hanno scelto e progettato insieme quattro postazioni da proporre in modalità laboratoriale durante l'evento. I problemi proposti nelle postazioni sono stati scelti in modo da dare adito a possibili interpretazioni erronee intuitive in ambito probabilistico, emerse dalla letteratura di riferimento.

Durante il festival, il laboratorio è stato gestito dai ragazzi che accoglievano le varie classi partecipanti e le dividevano in quattro gruppi. Ogni gruppo visitava le quattro postazioni a rotazione e aveva a disposizione, come in un gioco a premi, un certo numero di monete da giocare lungo l'intero percorso. Durante il festival, gli studenti che animavano le postazioni dovevano gestire le attività, presentando i problemi di ogni postazione, monitorando le scommesse e le vincite, e spiegando infine le soluzioni dei problemi agli studenti partecipanti.

Di seguito si riporta il contenuto di una delle quattro postazioni.

Gli allievi organizzatori mostravano ai coetanei una ruota con i numeri da 1 a 10, ne illustravano il funzionamento e invitavano i concorrenti a provare. Successivamente proponevano il seguente quesito:

Dopo aver girato tre volte la ruota, quale tra queste sequenze di numeri è più probabile che esca?

10 – 10 – 10

1 – 2 – 3

2 – 6 – 9

Nessuna delle precedenti, hanno tutte la stessa probabilità.

(Pezzi & Cosci, 2026, p. 4)

Questo problema fa riferimento alla "misconcezione della rappresentatività" (Fischbein & Schnarch, 1997), che comporta la stima della probabilità di un evento in base alla rappresentatività di tale evento rispetto alla classe di eventi a cui appartiene. Ad esempio, se consideriamo due estrazioni del lotto: "1, 2, 3, 4, 5, 6" e "39, 1, 17, 33, 8, 27", la seconda sequenza di numeri formata da numeri non ordinati appare più rappresentativa rispetto alla prima di un'estrazione casuale. Sulla base di questa considerazione si potrebbe valutare che la prima sequenza abbia una probabilità minore di essere estratta, mentre entrambe hanno la stessa probabilità di esserlo. Per un approfondimento dei problemi coinvolti nel laboratorio si veda la scheda didattica *Probability* (Pezzi & Cosci, 2026).

Per scegliere la risposta corretta i concorrenti avevano la possibilità di girare la ruota e di discutere assieme l'opzione da scegliere e il quantitativo di monete da puntare. Dopo aver condiviso tali scelte, gli studenti dovevano comunicarle agli organizzatori. A questo punto gli studenti organizzatori invitavano i propri coetanei a spiegare la propria risposta e, nel caso in cui fosse errata, dovevano provare a convincerli del fatto che la loro scelta non fosse corretta (Figura 6).



Figura 6. Una fotografia scattata durante lo svolgimento del laboratorio.

L'attività didattica considerata prevede dunque la *verbalizzazione* sia da parte degli studenti organizzatori, sia da parte dei partecipanti.

La *coscienza delle ragioni* poteva emergere in diversi momenti dell'attività: le varie fasi di discussione tra gli studenti partecipanti e tra gli studenti organizzatori e quelli partecipanti prevedevano infatti il raggiungimento di una risposta condivisa e la persuasione dei propri interlocutori, affinché il gioco potesse proseguire. Come dichiarato nel par. 5, tali situazioni rappresentano il contesto più naturale di applicazione del ragionamento, dato che risulta necessario cercare ed esplicitare ragioni appropriate nel caso in cui una conclusione raggiunta intuitivamente, come prevedibile in questa circostanza, non fosse accettata dall'interlocutore. La coscienza delle ragioni coinvolte è dunque stata incentivata indirettamente durante l'attività, per quanto la produzione di ragioni non fosse richiesta esplicitamente. In questo contesto, il *dialogo* viene incentivato in modo esplicito. Durante l'intera attività, infatti, e in tutte le fasi di discussione, gli atti comunicativi degli studenti coinvolti sono stati rivolti a interlocutori da persuadere e che avrebbero potuto esprimere i propri dubbi e le proprie controargomentazioni rispetto alle tesi presentate. Tale condizione rende possibile la strutturazione di argomentazioni sulla base dei feedback diretti degli interlocutori, realizzando la natura sociale e interazionale della pratica argomentativa.

La *differenza di opinione* tra i partecipanti alla discussione è stata incentivata dalla scelta del quesito. Il quesito selezionato è stato infatti formulato in modo che potesse far emergere risposte legate alla misconcezione della rappresentatività. L'intuizione che porta alla conclusione che una sequenza ordinata sia un caso molto speciale di un'estrazione casuale è particolarmente diffusa; questo aspetto

potrebbe generare differenze di opinione tra gli studenti organizzatori e i partecipanti, ma anche tra i partecipanti stessi. Per quanto il problema possa essere risolto attraverso l'applicazione del calcolo della probabilità, nel caso sia conosciuto dagli studenti, la presenza della misconcezione della rappresentatività e il fatto che la probabilità fosse stata affrontata poco nelle classi partecipanti al laboratorio hanno consentito di generare autentiche differenze di opinione durante l'attività.

Infine, può dirsi presente un *incentivo all'argomentazione*, ossia un intento persuasivo degli alunni coinvolti nell'attività didattica. In questo esempio il contesto ha giocato un ruolo fondamentale: gli studenti sia organizzatori sia partecipanti sono stati infatti coinvolti in prima persona grazie al contesto del festival e alla dinamica del gioco a premi. Tutto ciò ha contribuito a costruire un contesto in cui gli studenti si sono sentiti motivati ad argomentare le proprie tesi, sia durante la fase di discussione tra i partecipanti, incentivati a persuadere i propri compagni dalla dinamica del gioco a premi, sia durante la fase finale di spiegazione. In quest'ultima fase, infatti, l'intento persuasivo degli studenti organizzatori è stato supportato anche dal contesto e dal proprio ruolo. Dopo aver lavorato a lungo sui problemi nei mesi precedenti, e dovendo giustificare ai partecipanti il fatto che avessero vinto o perso le proprie monete, gli organizzatori hanno fatto ricorso a numerosi argomenti pur di convincere i propri interlocutori, ad esempio mostrando con una tabella tutti i casi verificabili, lasciando che i concorrenti girassero la ruota molte volte, oppure evidenziando analogie con altri giochi già risolti dai partecipanti.

7 Conclusioni

Il lavoro riportato in questo articolo, basato sulla teoria pragma-dialettica dell'argomentazione (van Eemeren, 2018), affiancata alla descrizione teorica del ragionamento di Mercier e Sperber (2018), ha consentito di identificare e caratterizzare i seguenti cinque elementi analitici: verbalizzazione, coscienza delle ragioni, dialogo, differenza di opinione e incentivo all'argomentazione. La scelta di tale prospettiva teorica consente di trattare la competenza argomentativa in modo conforme a quanto atteso dalle linee guida nazionali e internazionali in ambito educativo, dai quadri di riferimento dei programmi di valutazione internazionale e dai piani di studio dei vari Paesi. Tale approccio integra le dimensioni sociale, pragmatica e dialogica della pratica argomentativa, nell'ottica di favorire allo stesso tempo sia il processo di argomentare per imparare, sia la capacità di imparare ad argomentare; una competenza, quest'ultima, considerata fondamentale per il futuro cittadino di una società democratica.

L'analisi condotta ha permesso di validare l'efficacia dei cinque elementi analitici identificati, che risultano una buona chiave di lettura per vedere se e quanto diversi quesiti didattici tra loro eterogenei soddisfino o meno le caratteristiche dell'argomentazione pragma-dialettica.

In particolare, dall'analisi effettuata è emerso come alcuni noti quesiti presi in esame in questo articolo, che solitamente vengono considerati come quesiti volti a sviluppare la competenza argomentativa negli allievi, presentino solo alcuni degli elementi analitici considerati, concentrandosi principalmente sugli aspetti della verbalizzazione di un processo risolutivo o di un ragionamento, senza che l'atto comunicativo prodotto sia inserito in un contesto sociale e pragmatico che coinvolge il dialogo, la differenza di opinione, o l'incentivo alla persuasione. Questo tipo di interpretazione dell'argomentazione come verbalizzazione di un procedimento o di un ragionamento rappresenta un valido traguardo didattico in ottica matematica, soprattutto in vista dell'apprendimento della dimostrazione matematica, ma a nostro parere tali attività non risultano sufficientemente formative per sviluppare negli studenti competenze argomentative in linea con le competenze chiave richieste per un futuro cittadino attivo e critico di una società democratica. Dunque, la scelta di etichettare come argomentativi questo tipo

di quesiti da parte dei libri di testo, delle prove standardizzate o delle varie risorse circolanti può avere ricadute negative sulla pratica didattica, in quanto rafforza l'idea che la competenza argomentativa possa svilupparsi senza che vengano presi in considerazione ulteriori elementi pragmatici fondamentali per l'argomentazione.

L'analisi condotta su questi quesiti, effettuata tramite i cinque elementi analitici, ha inoltre permesso di chiarire il ruolo di alcuni aspetti riguardanti il quesito e il contesto nel quale si colloca, nell'ottica di stimolare negli studenti l'argomentazione in senso pragma-dialettico.

Un aspetto emerso riguarda il *tipo di problema* proposto per incentivare l'argomentazione, che spesso coinvolge una risposta univoca per la quale si vuole verificare la conoscenza da parte degli studenti. Eppure, come abbiamo evidenziato dalla letteratura (Rigotti & Greco Morasso, 2009), un problema ricco e aperto sarebbe più adatto per incentivarla, dato che si avvicinerebbe maggiormente alle situazioni quotidiane e di vita comunitaria in cui si debba prendere una decisione, senza che sia possibile verificare in modo chiaro e diretto la correttezza di una scelta rispetto a un'altra. In questo modo il problema potrebbe sollecitare la produzione di opinioni diverse, non essendo risolubile applicando una procedura risolutiva algoritmica conosciuta, consentendo così il verificarsi della funzione fondamentale dell'argomentazione di gestione razionale di una differenza di opinione nel tentativo di ottenere una convinzione comune (van Eemeren et al., 2014).

Un altro aspetto emerso riguarda l'*atto linguistico* richiesto allo studente nei quesiti di matematica, che condiziona ciò che ci si attende da loro. Il tipo di atto (descrivi, spiega, giustifica, motiva ecc.) orienta considerevolmente la risposta dello studente, e va dunque richiesto con consapevolezza. A questo proposito, abbiamo accennato al fatto che scelte differenti in questo senso, quali ad esempio le richieste di descrivere un procedimento o un ragionamento, di motivare o di giustificare, abbiano ricadute sulla verbalizzazione e sulla coscienza delle ragioni, incentivando più o meno esplicitamente l'attenzione degli studenti sulle ragioni coinvolte nelle varie situazioni proposte.

Un altro aspetto riguarda la presenza di un *interlocutore*, sia questo immaginario, oppure reale. Perché l'atto comunicativo dello studente sia rivolto verso un interlocutore immaginario, è ad esempio possibile descrivere nel quesito un dialogo simulato, fornendo valide e sufficienti ragioni per tutte le tesi presentate. In tal modo sarà possibile per lo studente formulare un'argomentazione rivolta e plasmata su un interlocutore di cui conosce la tesi, le ragioni, e di cui può immaginare le possibili controargomentazioni. In tal modo l'argomentazione sarà immersa in un dialogo implicito, nel quale colui che argomenta non reagisce direttamente a obiezioni espresse in tempo reale, ma produce un monologo in cui anticipa i possibili dubbi o le controargomentazioni di un certo interlocutore o pubblico. Un dialogo esplicito è invece possibile nel caso in cui l'interlocutore sia effettivamente reale, non sia già convinto della tesi che gli viene presentata, oppure non conosca già la soluzione del quesito, e che sia disposto a dialogare con colui che argomenta per ottenere una tesi comune. Si è infatti messo in evidenza nel quadro teorico come il dialogo sia fondamentale al fine di negoziare le premesse delle proprie argomentazioni, permettendo al contempo di comprendere le ragioni altrui e regolando di conseguenza le proprie argomentazioni, realizzando così il carattere sociale e interazionale dell'argomentazione (van Eemeren, 2018).

Infine, un ultimo importante aspetto riguarda il *contesto sociale* dell'attività, in cui lo studente possa formulare una propria tesi sentendosi motivato a sostenerla, e personalmente coinvolto. Questa dimensione sociale costituisce un aspetto determinante perché lo studente sia incentivato ad argomentare. Si è infatti mostrato come un incentivo all'argomentazione, come ad esempio un intento persuasivo, sia un ingrediente fondamentale per il costituirsi di un contesto argomentativo. La propensione a convincere grazie all'uso della ragione, e ancor di più la disposizione a lasciarsi persuadere se posti di fronte a buoni argomenti, costituiscono infatti due elementi fondamentali della competenza argomentativa.

In conclusione, si può affermare che gli elementi analitici evidenziati e gli aspetti progettuali emersi dall'analisi consentano di strutturare contesti didattici che favoriscono l'insorgere di un'argomentazione

aderente alla prospettiva della pragma-dialettica, configurandosi come un approccio per promuovere lo sviluppo di quelle competenze critiche, comunicative e argomentative auspiccate dai quadri di riferimento nazionali e internazionali per la formazione di un cittadino consapevole, critico e partecipe di una società democratica.

Bibliografia

- Andriessen, J., Baker, M., & Suthers, D. (Eds.) (2003). *Arguing to learn: Confronting cognitions in computer-supported collaborative learning environments*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-94-017-0781-7>
- Antonini, S. (2018). Giocare con la matematica: Argomentare, modellizzare e costruire significati. *Quaderni di ricerca in didattica*, 2, 13–18. <https://flore.unifi.it/handle/2158/1244500>
- Association Rallye Mathématique Transalpin. (2006). Il fermacarte svizzero. In *Banca di problemi del RMT. ARMT*. https://www.projet-ermitage.org/ARMT/navi_fic2.php?code=3d75-it&flag=1&langue=it&enonce=27rmtii_it-6&w=0
- Association Rallye Mathématique Transalpin. (2009). Collezione di giornalini. In *Banca di problemi del RMT. ARMT*. https://www.projet-ermitage.org/ARMT/navi_fic2.php?code=nu36-it&flag=1&langue=it&w=
- Association Rallye Mathématique Transalpin. (2020). *Concezione RMT. ARMT*. Consultato il 1 aprile 2025 da <https://armtint.eu/concezione-rmt/>
- Bruner, J. (1990). *Acts of meaning: Four lectures on mind and culture*. Harvard University Press.
- Conferenza svizzera dei direttori cantonali della pubblica educazione. (2011a). *Competenze fondamentali per la matematica*. CDPE. https://edudoc.ch/record/96785/files/grundkomp_math_i.pdf
- Conferenza svizzera dei direttori cantonali della pubblica educazione. (2011b). *L'accordo intercantonale sull'armonizzazione della scuola obbligatoria (concordato HarmoS) del 14 giugno 2007*. CDPE. https://edudoc.ch/record/100376/files/Harmos-konkordat_i.pdf
- De Mauro, T. (2016). *Il Nuovo Vocabolario di Base della lingua italiana*. Internazionale. <https://dizionario.internazionale.it>
- Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport. (2022). *Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese*. DECS. <https://www.pianodistudio.ch>
- European Commission: Directorate-General for Education, Youth, Sport and Culture. (2019). *Key competences for lifelong learning*. Publications Office of the European Union. <https://data.europa.eu/doi/10.2766/569540>
- Fischbein, E., & Schnarch, D. (1997). *Brief report: The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 96–105. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.28.1.0096>
- Geisler, S., & Rolka, K. (2021). "That wasn't the math I wanted to do!" – Students' beliefs during the transition from school to university mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19(3), 599–618. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10072-y>

- Handal, B. (2003). Teachers' mathematical beliefs: A review. *The Mathematics Educator*, 13(2), 47–54. <https://doi.org/10.63301/tme.v13i2.1863>
- Inglis, M., & Mejia-Ramos, J. P. (2009). The effect of authority on the persuasiveness of mathematical arguments. *Cognition and Instruction*, 27(1), 25–50. <https://doi.org/10.1080/07370000802584513>
- Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione. (2018). *Quadro di riferimento delle prove INVALSI di matematica*. INVALSI. https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/file/QdR_MATEMATICA.pdf
- Kuhn, D. (1992). Thinking as argument. *Harvard Educational Review*, 62(2), 155–179. <https://doi.org/10.17763/haer.62.2.9r424r0113t67011>
- Kuhn, D., Hemberger, L., & Khait, V. (2017). *Argue with me: Argument as a path to developing students' thinking and writing* (2nd ed.). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315692722>
- Means, M. L., & Voss, J. F. (1996). Who reasons well? Two studies of informal reasoning among children of different grade, ability, and knowledge levels. *Cognition and Instruction*, 14(2), 139–178. https://doi.org/10.1207/s1532690xci1402_1
- Mercer, N. (2002). *Words and minds: How we use language to think together*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203464984>
- Mercer, N., & Littleton, K. (2007). *Dialogue and the development of children's thinking*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203946657>
- Mercier, H., & Sperber, D. (2011). Why do humans reason? Arguments for an argumentative theory. *Behavioral and Brain Sciences*, 34(2), 57–74. <https://doi.org/10.1017/S0140525X10000968>
- Mercier, H., & Sperber, D. (2018). *The enigma of reason*. Harvard University Press. <https://doi.org/10.4159/9780674977860>
- Ministero dell'Istruzione e del Merito. (2025). *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*. MIM. https://www.mim.gov.it/documents/20182/10554370/curricolo_web.pdf/f91c31a0-5ed4-65f3-bfea-fb49adaba55f?version=1.0&t=1773224873548
- Montemurro, A. (2021). *Tutto chiaro! Aritmetica-Geometria. Con Quaderno E Prontuario*. Ediz. Tematica. DeAgostini Scuola.
- Moshman, D. (1998). Cognitive development beyond childhood. In D. Kuhn & R. Siegler (Eds.), *Handbook of child psychology: Vol. 2. Cognition, perception, and language* (5th ed., pp. 947–978). Wiley.
- Muller Mirza, N., & Perret-Clermont, A.-N. (Eds.) (2009). *Argumentation and education: Theoretical foundations and practices*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-98125-3>
- National Education Association. (2014). *Preparing 21st century students for a global society: An educator's guide to the "Four Cs"*. <https://thinkcreatesharegrow.weebly.com/uploads/1/7/8/0/17807859/a-guide-to-four-cs.pdf>

- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2023). *PISA 2025 science framework*. OECD. <https://pisa-framework.oecd.org/science-2025/>
- Pezzi, D., & Cosci, L. (2026). Probability. In Centro competenze didattica della matematica (Eds.), *Schede didattiche*. Matematicando, SUPSI. <https://www.matematicando.supsi.ch/risorse-didattiche/probability/>
- Rigotti, E., & Greco Morasso, S. (2009). Argumentation as an object of interest and as a social and cultural resource. In N. Muller Mirza & A.-N. Perret-Clermont (Eds.), *Argumentation and education: Theoretical foundations and practices* (pp. 9–66). Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-98125-3_2
- Schwarz, B. B. (2009). Argumentation and learning. In N. Muller Mirza & A.-N. Perret-Clermont (Eds.), *Argumentation and education: Theoretical foundations and practices* (pp. 91–126). Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-98125-3_4
- Schwarz, B. B., & Baker, M. J. (2016). *Dialogue, argumentation and education: History, theory and practice*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781316493960>
- Sriraman, B., & Umland, K. (2020). Argumentation in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 63–66). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_11
- van Eemeren, F. H. (2015). *Reasonableness and effectiveness in argumentative discourse: Fifty contributions to the development of pragma-dialectics* (Vol. 27). Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-20955-5>
- van Eemeren, F. H. (2018). *Argumentation theory: A pragma-dialectical perspective* (Vol. 33). Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-95381-6>
- van Eemeren, F. H., Garssen, B., Krabbe, E. C. W., Snoeck Henkemans, A. F., Verheij, B., & Wagemans, J. H. M. (Eds.) (2014). *Handbook of argumentation theory*. Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-90-481-9473-5_1
- van Eemeren, F. H., & Grootendorst, R. (1992). *Argumentation, Communication and Fallacies. A Pragma-dialectical Perspective*. Lawrence Erlbaum.
- van Eemeren, F. H., & Grootendorst, R. (2003). *A systematic theory of argumentation: The pragma-dialectical approach*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511616389>
- van Eemeren, F. H., & Henkemans, A. F. S. (2016). *Argumentation: Analysis and evaluation* (2nd ed.). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315401140>
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: Development of higher psychological processes*. Harvard University Press. <https://doi.org/10.2307/j.ctvjf9vz4>
- Walton, D. (2005). *Fundamentals of critical argumentation*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511807039>