

Recensioni¹

D'Amore, B. (2024). *Arte, matematica, futurismo. Un racconto tra scienza e pittura da Giacomo Balla a oggi*. Pendragon.



“Racconto” è il termine scelto dall'autore per descrivere il suo ultimo lavoro dedicato agli incontri fra arte e matematica. Termine quanto mai appropriato, dato che è la cronistoria artistica a scandire una scrittura puntuale, ove gli affondi teorici si alternano alle immagini di creazioni artistiche accuratamente selezionate. Questo “racconto tra scienza e pittura” è vivamente consigliato a chi s'interessa di arte e di matematica come espressioni contigue di un umanesimo improntato all'analisi. Non a caso D'Amore da sempre confessa la sua ammirazione per Filiberto Menna, storico e critico d'arte italiano autore de *La linea analitica dell'arte moderna* (prima edizione 1975), al quale va riconosciuto il merito di avere approfondito una concezione dell'arte intesa come struttura linguistica. Entrando nello specifico del saggio *Arte, matematica, futurismo*, il rigore scientifico che Menna ha riscontrato, per esempio, nella ricerca di Piet Mondrian e di Enrico Prampolini non sarebbe presente in modo altrettanto consapevole nell'arte di Giacomo Balla, come nota anche Piergiorgio Odifreddi nell'introduzione. Odifreddi e lo stesso D'Amore mettono in luce la pseudoscientificità del Futurismo, i cui esponenti erano di fatto «poco competenti nella matematica come disciplina scientifica» (p. 20) e che pertanto potevano interpretarla solo in modo «un po' ingenuo» (p. 18). Tale giudizio non è però ingeneroso, dato che D'Amore riconosce all'arte futurista, e a Balla in particolare, un ruolo significativo rispetto all'evoluzione che il linguaggio pittorico compiva in quegli anni verso l'astrazione. Oltre a Balla e ai futuristi, cui il saggio di D'Amore dedica due capitoli, il lettore scopre interessanti analisi di opere di Marcel Duchamp (*Nudo che scende le scale*, 1912), di Pablo Picasso (*Ritratto di Ambroise Vollard*, 1910) e di Salvador Dalí (*Corpus Hypercubus*, 1954). Il tema specifico di queste pagine riguarda l'annoso problema della quarta dimensione, ovvero del tempo, che non è rappresentabile

1. Indipendentemente dal Paese in cui è stato realizzato il materiale recensito o a cui appartiene l'autore della recensione, in questa sezione della rivista, per esigenze di uniformità, useremo le seguenti denominazioni: scuola dell'infanzia (allievi dai 3 ai 5 anni), scuola elementare (allievi dai 6 ai 10 anni), scuola media (allievi dagli 11 ai 14 anni), scuola media superiore (allievi dai 15 ai 18 anni).

con immagini fisse e che pure, interrogandosi sulla possibilità di una quarta dimensione dello spazio, Aristotele negò affermando che «un solido, muovendosi, non dà luogo a una figura con un maggior numero di dimensioni. Dunque il massimo possibile delle dimensioni dello spazio è tre» (p. 40). Le opere di Duchamp e Picasso, ma soprattutto l'iper cubo di Dalí, dimostrano invece che la ricerca artistica trae linfa dall'esplorazione di possibilità nuove, al di là delle attese estetiche della sua epoca. E se fu solo con l'arte del secolo XX che tali sfide figurative trovarono espressione, il problema della quarta dimensione venne affrontato scientificamente assai prima. Sta in queste pagine il merito forse maggiore di *Arte, matematica, futurismo*, perché offre al lettore passaggi eruditi – talvolta anche impegnativi e per addetti ai lavori – ma inseriti in un avvincente racconto a due voci fra arte e matematica. Si passa quindi dal vescovo-matematico Nicola d'Oresme, in epoca medievale, al monaco agostiniano seguace di Martin Lutero Michael Stifel, entrambi predisposti alla speculazione sul tempo ma intimoriti di prendere posizione a favore di una quarta dimensione, la quale sarebbe "contro natura". Il fatto che sia l'epoca illuminista a salutare una teoria dello spazio a quattro dimensioni conferma come il lento procedere delle ricerche dell'ingegno umano non sia l'esito di saperi decontestualizzati, ma dipenda dalla cultura e dalle condizioni sociali e di potere in cui i ricercatori si trovano a operare. A proposito della relazione fra scienza (fisica, matematica, meccanica) e arte visiva, Bruno D'Amore riprende nella premessa ad *Arte, matematica, futurismo. Un racconto tra scienza e pittura da Giacomo Balla a oggi* la nota polemica contro l'idea delle "due culture", che a suo parere non esisterebbero: «esiste la cultura» (p. 12). Tuttavia, giusta l'unicità della cultura, quale connotazione assume tale unicità nel suo irriducibile nucleo fondante? È qui che l'autore professa il suo ideale umanista, contestando l'errore di chi crede nell'assolutismo dogmatico della matematica: «essendo tale disciplina null'altro che un umanesimo tra gli umanesimi, con tutto ciò che questo comporta» (p. 84). Su tale linea concettuale, e grazie alla sua preparazione di critico d'arte, D'Amore tratteggia efficacemente il carattere di novità di molte operazioni artistiche contemporanee, richiamando la difficoltà di distinguere l'opera d'arte dalle immagini prodotte dal discorso formale del matematico. Si tratta di un argomento tutt'altro che trascurabile e di ampia portata interpretativa perché rammenta, a chi faticasse ad apprezzare l'arte contemporanea, l'utilità di adottare un nuovo paradigma che potremmo definire "trans-estetico". Per dirla con le parole dell'autore: «Uno stesso disegno, uno stesso oggetto, per volontà del suo produttore o espositore, può assumere valenze che lui stesso giudica voler essere esplicitamente artistiche» (p. 66). È quindi l'intenzionalità autoriale a determinare se un oggetto fa parte o meno del campo dell'arte, più che le caratteristiche intrinseche dell'artefatto. Conseguenza quasi paradossale di ciò è che a sostanziare l'arte visiva, oggi, siano spesso elementi invisibili, con buona pace dei principi classici come la forma, l'espressione, la tecnica: tutti decisamente ridimensionati da un discorso artistico più attento a suscitare sorpresa che piacere estetico.

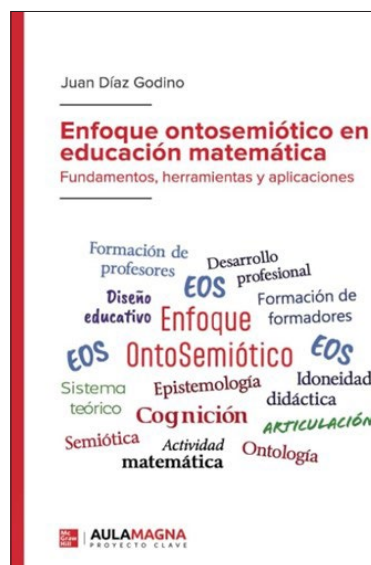
Bibliografia

Menna, F. (2001). *La linea analitica dell'arte moderna. Le figure e le icone*. Einaudi.

Mario Bottinelli Montandon

Dipartimento formazione e apprendimento / Alta scuola pedagogica
SUPSI, Svizzera

Godino, J. D. (2024). *Enfoque ontosemiótico en educación matemática. Fundamentos, herramientas y aplicaciones*. McGraw-Hill.



Premessa

Ho avuto la fortuna di ricevere questo libro prima della sua pubblicazione ufficiale e definitiva, quando il collega e amico Juan Godino lo inviò ad alcuni ricercatori che avevano negli anni dato contributi allo sviluppo della sua creazione scientifica, l'approccio ontosemiotico (EOS). Letto con attenzione totale d'un fiato e apprezzato per la sua portata senza limiti, nonostante la mole enorme, lo ricevo di nuovo a distanza di mesi, pubblicato in forma definitiva, elegante, ricco. Basta leggere l'indice per capire che siamo di fronte a una bomba culturale di potenza straordinaria. Ma bisogna con attenzione leggere le pagine a una a una...

Juan appartiene al ristretto gruppo di coloro che hanno saputo creare teorie significative, profonde, dalla portata enorme, tali da reindirizzare la ricerca nel nostro campo, quello della didattica della matematica, su binari nuovi, potenti, significativi, con una visione che si apre su numerosi fronti. Ricordo di aver avuto parte non banale sia nel far conoscere (parecchi decenni fa, almeno cinque) la teoria delle situazioni di Guy Brousseau, e poi di favorire in tutti i modi possibili lo studio teorico e concreto della teoria della oggettivazione di Luis Radford, almeno da 25 anni, creando numerose occasioni di confronti teorici e di divulgazione, per esempio invitando Luis in Italia ai frequentatissimi convegni da me diretti dal 1986 e in Svizzera (favorendo un celebre incontro di discussione fra lui stesso e Brousseau, che si protrasse per ore).

Ora, in questo 2024, credo si possa affermare che sono ben oltre una ventina le teorie significative della didattica della matematica, quelle di cui ha senso parlare; ho suggerito ai miei migliori allievi di dedicarsi all'impresa di presentarle al pubblico dei giovani ricercatori, già che mi rendo conto che le nuove teorie tendono a far... dimenticare le vecchie (Asenova et al., 2022).

La collaborazione con Juan è sempre stata profondissima e ricca; a partire da decenni fa... non ricordo più quando... Ma nel 2006, quando Luis Radford e io fummo editor di un numero speciale della rivista *Relime* (Messico), decidemmo di comune accordo di chiedere a Juan uno degli articoli (Radford & D'Amore, 2006).

Nel 2005 avevo avuto modo di fermarmi a Granada con Martha Isabel Fandiño Pinilla, ospiti di Juan e di Carmen Batanero, per una serie di attività di grande interesse comune; ma c'era stato qualche anno prima un formidabile incontro a Chivilcoy (Argentina), nel 2003, durante il quale Martha e io

avevamo favorito uno scambio di opinioni orali fra Guy e Juan; per esempio, durante un lungo viaggio in bus, i due si erano affrontati (sì, è proprio il caso di dirlo) sul piano teorico e la mia funzione di traduttore non era stata banale (Brousseau parlava sì spagnolo, ma non sempre in maniera del tutto comprensibile). [Va detto che, prima del covid, si facevano incontri veri, con viaggi, hotel, pasti in comune, formidabili occasioni di scambio personale; il che oramai è raro assai, sempre più raro. Molte volte Juan è venuto a Bogotá per lavorare al nostro fianco, per esempio in occasione di prove finali di dottorato, approfittando per scambiare idee, fare seminari e preparare testi].

A partire dai primi anni 2000, con Juan e talvolta con altri autori, fra i quali Vicenç Font e Martha, scrivemmo vari articoli destinati ad approfondire l'analisi critica del potere della teoria o a farla conoscere a studiosi di altri Paesi; questa attività durò vari anni, anzi: non è mai terminata. Per far ciò erano necessarie riunioni di approfondimento, tra le quali ricordo quella a Santiago di Compostela (2006), noi quattro autori impegnati lì per tesi di dottorato come esperti.

A proposito di tesi, in occasione della discussione del lavoro di uno dei miei migliori allievi dottorali, George Richard Paul Santi, nel marzo 2010 invitai a fare da relatori a Palermo (Italia) sia Juan sia Luis e fu un'occasione fantastica di discussione e approfondimento. Così come il convegno di Santa Marta (Colombia), indetto dalla università la Sabana di Chia, in occasione del quale si pubblicarono atti molto significativi per i quali chiedemmo un contributo a Juan e ad altri amici (per esempio: Brousseau, Arzarello, Cantoral, Duval, Font, Llinares, Gagatsis, ...).

Altre occasioni di contatto in convegni furono più volte a Luján (Argentina, per esempio nel 2021); a Bologna in occasione di un convegno internazionale che si tenne in mio onore nel 2011 (Sbaragli, 2011); un convegno virtuale a Granada nel 2017, nel quale Martha e io presentammo un'analisi approfondita di alcuni aspetti della EOS che ci appaiono tenuti in considerazione in questo ultimo fantastico libro di Juan; e altri. Moltissimi lavori di Juan sulla EOS sono stati da noi tradotti in italiano, già che la teoria EOS faticava un po' a entrare fra i ricercatori di quella nazione. E infine ricordo un libro scritto da Juan, Martha e da me, pubblicato in italiano nel 2003 e poi in spagnolo in Colombia nel 2008 (D'Amore et al., 2008).

Potrei proseguire, ma mi fermo qui; tutto quanto precede è scritto per confermare che la collaborazione sulla e lo studio della EOS sono sempre stati prepotenti e forti fra noi: Juan (che l'ha elaborata) e noi che ci abbiamo creduto e che abbiamo contribuito nell'analisi critica e nella diffusione.

Così che risulta ora chiaro che, quando abbiamo visto l'indice di questo libro e letto la prima versione, il nostro cuore ha palpitato; non ci sembrava fosse possibile entrare in maggiori e più profondi dettagli di quella che consideriamo una delle teorie più complete e affascinanti dell'intero panorama di ricerca in didattica della matematica. Eppure, così è: questo libro di molto approfondisce il lavoro di decenni precedenti proponendo estensioni e analisi inattesi, ma necessari.

A delineare alcuni punti fondamentali di tale teoria, dedicheremo le seguenti pagine (tratte da Asenova et al., 2022), che vanno interpretate come contributo alla diffusione della EOS e come specifico orientamento alla lettura di questo nuovo, potente, profondo, dotto libro.

Cenni generali alla EOS

Con l'accesa discussione sull'insegnamento e l'apprendimento della matematica negli anni '80, sono nate diverse teorie che hanno affrontato aspetti assai diversi della didattica della matematica, talmente diversi che apparentemente le differenze epistemologiche e ontologiche assunte da ciascuna le rendevano distanti e inconciliabili. Tuttavia, in Spagna, Godino e Batanero (1994) trovano nella nozione di *significado* un punto di convergenza tra le tante posizioni dell'epoca.

Per Godino e Batanero (1994) l'idea di significato è centrale nella didattica della matematica perché è direttamente correlata al problema della comprensione che gli studenti raggiungono degli oggetti matematici. In risposta a ciò, l'approccio ontosemiotico (EOS) è emerso come un sistema teorico che trova nella posizione pragmatica del significato (Peirce, 1958) un'opportunità di precisione concettuale che, legata ai concetti di pratica e oggetto matematico, consente una descrizione dettagliata

dell'insegnamento e dell'apprendimento della matematica che è compatibile con molteplici teorie sviluppate in questo campo.

La EOS parte dalla definizione di pratica come qualsiasi «azione o manifestazione (linguistica e non) compiuta da qualcuno per risolvere problemi matematici, comunicare la soluzione ad altri, validare la soluzione e generalizzarla ad altri contesti e problemi» (Godino & Batanero, 1994, p. 334). Quel "qualcuno" che sviluppa una pratica matematica può essere una persona o un'istituzione, intendendo quest'ultima come un gruppo di persone impegnate a risolvere un problema. In questo modo, viene dato un ruolo principale al problem solving considerandolo come l'attività che fa emergere significativamente la conoscenza matematica, aggiungendo così una visione antropologica agli approcci teorici in didattica della matematica.

Per quanto riguarda gli oggetti matematici, essi sono intesi come entità astratte, cariche di aspetti culturali che emergono con ruoli rappresentativi, strumentali, regolativi, esplicativi e giustificativi nelle pratiche matematiche (D'Amore & Godino, 2007), il che implica che essi abbiano componenti personali e rivelino un dualismo istituzionale. Un oggetto matematico personale è l'emergere del sistema di pratiche personali che un soggetto sperimenta durante il suo processo di apprendimento; mentre l'oggetto istituzionale ha un carattere sociale che corrisponde all'ambito dei problemi in cui è accolto e proposto da un'istituzione (Godino & Batanero, 1994). In tal modo il significato è definito come la corrispondenza che si stabilisce tra un oggetto matematico e il sistema di pratiche in cui esso emerge e del quale fa parte.

Un altro aspetto che la EOS evidenzia è che la natura culturale delle pratiche matematiche porta con sé la necessità di usare il linguaggio come un mezzo che ci permette di comunicare con gli altri; così che, nell'attività matematica, i processi di interpretazione sono essenziali, intendendo la nozione di funzione semiotica come quel rapporto di dipendenza tra i vari oggetti che emergono e regolano le pratiche matematiche, che consente la modellazione e la descrizione della conoscenza personale e istituzionale degli oggetti matematici.

Proprio in vista della ricerca della modellizzazione delle pratiche matematiche, nella EOS viene proposta la nozione di processo matematico come sequenza di azioni che si sviluppano nel corso della risoluzione di un problema (Font & Rubio, 2016). La relazione dinamica che si instaura tra oggetti matematici e significati attraverso i processi che si sviluppano in una pratica matematica ci porta a concepire l'apprendimento come l'appropriazione che una persona fa dei significati istituzionali di un oggetto (Godino et al., 2020).

L'applicazione di questa concezione di oggetti, pratiche e significati nell'analisi di specifiche situazioni di apprendimento e insegnamento della matematica ha portato la EOS a riflettere sulla presenza di ulteriori elementi non riconosciuti in queste dimensioni epistemiche (istituzionali) e cognitive (personali), ampliando le considerazioni del suo sistema teorico con quattro ulteriori sfaccettature: affettiva, mediativa, interazionale ed ecologica. Secondo Godino et al. (2020), grazie a questa estensione, si possono affrontare diverse questioni e considerare diverse componenti della pratica matematica:

- l'emersione e lo sviluppo della matematica (aspetto epistemico), assumendo la visione pragmatica e antropologica precedentemente spiegata;
- i modi di conoscere gli oggetti matematici e che cosa essi significano per un soggetto (aspetto cognitivo), dove la funzione semiotica e la configurazione ontosemiotica (relazioni tra processi, pratiche e oggetti) sono usate per modellare e descrivere pratiche matematiche, oltre che per anticipare i conflitti che uno studente può incontrare;
- il modo di concepire e mettere in relazione insegnamento e apprendimento (aspetto didattico), per il quale la configurazione didattica si propone come strumento di rappresentazione e studio delle relazioni dinamiche fra tre aspetti: (1) le pratiche, gli oggetti e i processi che il docente ritiene necessari per avvicinarsi a un oggetto matematico, (2) il sistema delle funzioni didattiche e i mezzi utilizzati e (3) i fattori cognitivi e affettivi presenti nel processo di apprendimento;

- i fattori e le norme che condizionano, sostengono e regolano le pratiche matematiche (aspetto ecologico), affermando che possono essere di natura sociale o disciplinare e che, attraverso di essi, è possibile riflettere, valutare e modificare le pratiche matematiche per il loro miglioramento;
- le motivazioni, gli interessi, gli atteggiamenti, le credenze e le emozioni sia degli studenti che degli insegnanti (aspetto affettivo), comprendendo che essi inducono e condizionano le pratiche matematiche, motivo per cui sono direttamente correlati al grado di coinvolgimento degli studenti nel processo di insegnamento e apprendimento;
- il tipo di azioni e risorse che dovrebbero essere utilizzate in un processo di insegnamento e apprendimento di uno specifico oggetto matematico (aspetto mediazionale), alludendo all'importanza della disponibilità e dell'uso tempestivo di risorse materiali e temporanee.

Queste sfaccettature che si propongono nella EOS sono in relazione tra loro e sono destinate a soddisfare le esigenze di descrizione e prescrizione che, secondo Font e Godino (2011), deve affrontare la didattica della matematica. Per questo la EOS, oltre a offrire strumenti di studio per i processi di insegnamento e apprendimento in ogni loro sfaccettatura, offre anche a docenti e ricercatori una serie di criteri che consentono loro di studiare, riflettere, valutare e guidare il miglioramento di tali processi. Questi criteri sono associati a ciascuna delle sfaccettature e si presentano come il risultato di un processo consensuale di riconoscimento dei risultati delle molteplici teorie della didattica della matematica, per le quali non sono visti come una guida compiuta o rigida da considerare da parte degli insegnanti, ma si propongono come punto di partenza nella ricerca del consolidamento della didattica della matematica come disciplina scientifica ad alto impatto sociale.

È proprio lo studio dei processi di miglioramento dell'apprendimento e dell'insegnamento della matematica che conduce a uno dei costrutti centrali della EOS, l'idoneità didattica. Per la EOS, la didattica della matematica ha come preoccupazione primaria l'identificazione e lo studio dei problemi e dei fattori che condizionano l'apprendimento della matematica, al fine di fornire soluzioni alternative o migliorative. Per questo propone che, pur non esistendo "classi buone o cattive", sia importante disporre di criteri che permettano di riflettere su ciò che accade in aula e prendere decisioni che portino a pratiche significative per l'apprendimento degli studenti, essendo l'idoneità didattica di un processo di insegnamento e apprendimento lo stato di equilibrio tra i criteri delle sfaccettature della EOS. Questa idoneità è relativa ai fattori contestuali, culturali e storici in cui si inquadrano le pratiche matematiche.

È importante inoltre ricordare, all'interno della EOS, i contributi degli ultimi due decenni in relazione alla connessione tra questo sistema teorico e la formazione dell'insegnante di matematica. A questo proposito, la EOS ha proposto un modello di conoscenze e competenze didattico-matematiche (CCDM) basato su tre dimensioni: (1) didattica, alludendo alle conoscenze degli insegnanti in relazione alle sei facce della EOS precedentemente illustrate; (2) matematica, corrispondente alla conoscenza della matematica, dei suoi problemi, procedure, oggetti e connessioni; (3) obiettivo didattico-matematico, relativo alla conoscenza delle norme e metanorme dei processi di insegnamento e apprendimento, nonché alla valutazione dell'idoneità didattica (Pino-Fan & Godino, 2015).

Il CCDM si propone come un modello a doppia intenzione: da un lato consente lo studio e la descrizione delle conoscenze degli insegnanti e dall'altro fornisce criteri che consentono di determinare i fattori da considerare nella progettazione dei piani di formazione degli insegnanti. In particolare, propongono l'analisi, la progettazione, l'implementazione e la valutazione dei processi di insegnamento e apprendimento attraverso le sfaccettature e i criteri della EOS, come una possibilità di gestione delle competenze professionali dell'insegnante di matematica.

Le possibilità di espansione della EOS sono molteplici per la sua disponibilità al dialogo e all'interazione con i progressi di tutte le teorie di didattica della matematica, naturalmente discutendo e superando le differenze epistemologiche e ontologiche che esistono.

Il libro di Juan Godino

Visto l'enorme successo internazionale della EOS, ma viste anche le diverse interpretazioni che hanno fatto seguito alla sua diffusione, e le altre teorie che sono state create prima e dopo, notevole è la diffusione internazionale della EOS, tanto che considero necessario questo possente lavoro esplicativo del suo creatore, dettagliato, profondo e critico.

Questo nuovo testo di Juan fa spesso riferimento a teorie che non si situano solo alla base della EOS, il che amplia il suo studio, il suo senso e le sue applicazioni. È estremamente rilevante e significativo che vi siano molti riferimenti ad attività matematiche concrete e di vario genere, con esempi espliciti trattati con dettaglio.

La matematica è presentata con mille sfaccettature diverse, tutte coerenti, ma tali che ciascuna richiede interpretazioni, linguaggi e modalità distinte, che vengono esplicitati e discussi.

Profonda e assai utile è l'analisi delle diverse teorie del significato e delle loro relazioni con la EOS, in particolare, per quanto riguarda me stesso, gli studi di Peirce.

Estremamente interessanti le analisi relative alla teoria del significato in relazione specifica con la didattica della matematica.

Essa, la didattica della matematica è presentata, discussa e analizzata da moltissimi punti di vista diversi, che non solo sono esaustivi, ma che finalmente danno della didattica della matematica il suo senso molteplice e onnicomprensivo, ciò che molte altre teorie non riescono a dare.

A mio avviso sono interessanti non solo le analogie, ma anche e forse soprattutto le differenze che quasi mai si danno a vedere in analoghe occasioni. Anche in questo caso, gli esempi specifici sono calzanti e molto significativi, soprattutto i paragrafi sui numeri naturali, il concetto di funzione e dunque il linguaggio delle relazioni, cardini della educazione matematica in tutto il mondo.

Molto efficace e necessario il paragrafo che porta il nome di *Approccio ontosemiotico al dominio affettivo in didattica della matematica*, tematica assente in molte altre opere che trattano temi di carattere didattico, ma qui centrale e significativo.

Nel capitolo 4 si sviluppa una teoria del progetto educativo in matematica basata sulla EOS e si prende in esame, come non ho mai visto fare, con dettagli assai specifici e interessanti, la dimensione normativa in tutti i suoi specifici aspetti (norme epistemiche, norme ecologiche, norme sulle interazioni, norme mediazionali, norme cognitive, norme affettive, dimensione metanormativa). In tutto il libro sono presi in esame i criteri di idoneità didattica e la dinamica di un processo educativo-istruzionale (nelle sottotraiettorie epistemica, istruzionale, cognitiva e affettiva).

Trovo molto efficaci i paragrafi destinati all'analisi delle prospettive teoriche relazionate con il progetto, temi allo stesso tempo molto concreti ma anche profondamente teorici e analitici.

Fin dalla nascita della teoria EOS, ricordo vennero messi in evidenza aspetti che sono stati oggetto di discussione e che oggi vengono presentati con notevole profondità e dettaglio, qualcosa che Juan chiama teoria dell'idoneità didattica, basata su vari aspetti (epistemico, ecologico, mediazionale, interazionale, cognitivo, affettivo), i quali hanno interesse di per sé ma soprattutto per le loro interazioni, tema che occupa un ruolo centrale in questo libro.

Dicevo sopra, e lo ripeto qua, che Juan presenta sempre in profondità le relazioni della EOS con altre teorie su temi centrali, relazioni talvolta di concordanza almeno parziale, ma non sempre.

Molta attenzione presta Juan al docente, alla sua professionalità, alla consapevolezza del suo ruolo e alla sua formazione, tema anche a me caro che ho affrontato in tante occasioni ma che, in questo libro, riesce a essere non solo tema concreto, pratico, reale, ma anche di profondo carattere teorico.

Ho molto apprezzato il capitolo 7, dedicato al sistema teorico che sottende la EOS, di una profondità culturale enorme, sottile, precisa, scientifica. Fino a proporre la EOS come quadro teorico di ricerca.

Molto attuale è il tema delle relazioni fra teorie diverse, come cito io stesso in molte ricerche degli ultimi 10 anni e come invito i miei allievi a studiare; dunque, ben vengano i paragrafi concernenti le concordanze e complementarietà con altre teorie che sono le seguenti: teoria delle situazioni didattiche, teoria antropologica in didattica della matematica, didattica della matematica realista, teoria APOS,

teoria dell'oggettivazione, programma etnomatematico. Juan non solo coglie le differenze, ma anche le analogie, e ciò da due punti di vista: i loro costituenti e le diversità di uso nella pratica didattica. Paragrafi finali di prestigio culturale ma anche di generosità intellettuale, quelli destinati al confronto di teorie secondo la dualità comprensione-uso (uno dei temi più cari a Juan, spesso ricorrente) e questioni aperte all'interno del sistema teorico EOS, come strumento non concluso, in perenne evoluzione. Il che testimonia, a mio avviso, la visione critica e autocritica di estrema forza intellettuale di Juan.

Bibliografia

- Asenova, M., D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M. I., Fúñeme Mateus, C. C., Iori, M., & Santi, G. (2022). *Teorie rilevanti in Didattica della matematica*. Bonomo.
- D'Amore, B., & Godino, J. D. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(2), 191–218.
- D'Amore, B., Godino J. D., & Fandiño Pinilla, M. I. (2008). *Competencias y matemática*. Magisterio.
- Font, V., & Godino, J. D. (2011). Inicio a la investigación en la enseñanza de las Matemáticas en secundaria y bachillerato. In J. Goñi (Ed.), *Formación del Profesorado. Educación Secundaria* (pp. 9–56). Grao.
- Font, V., & Rubio, N. (2016). Procesos en matemáticas. Una perspectiva ontosemiótica. *La matematica e la sua didattica*, 24(1-2), 97–123.
- Godino, J., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325–355.
- Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2020). El enfoque ontosemiótico: Implicaciones sobre el carácter prescriptivo de la didáctica. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 12(2), 3–15.
- Peirce, C. S. (1958). *Collected papers of Charles Sanders Peirce. 1931-1935*. Harvard UP.
- Pino-Fan, L., & Godino, J. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Revista Paradigma*, 36(1), 87–109.
- Radford, L., & D'Amore, B. (Eds.) (2006). *Semiotics, Culture and Mathematical Thinking*. Número especial de la revista *Relime*. Clame.
- Sbaragli, S. (Ed.) (2011). *La matematica e la sua didattica, quarant'anni di impegno. Mathematics and its didactics, forty years of commitment. In occasion of the 65 years of Bruno D'Amore*. Pitagora.

Bruno D'Amore

Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Colombia

Peres, E., & Siminovich, S. (2024). *L'armonia dei numeri primi. Giochi matematici e nuove simmetrie creative*. Edizioni Dedalo.



Non è possibile parlare di questo libro senza ricordare prima di tutto il legame, affettivo e professionale, tra uno dei due autori, Ennio Peres, e il Centro competenze didattiche della matematica del DFA/ASP della SUPSI di Locarno. Giocolologo di fama internazionale, con la sua intelligenza e creatività Ennio ha curato la rubrica *Matematica magica*, disponibile nella piattaforma www.matematicando.supsi.ch, e inventato numerosi giochi per l'iniziativa *Ludolinguistica*, rientrante nel progetto Agora del Fondo nazionale svizzero *Italmatica per tutti: la lingua italiana per favorire l'insegnamento-apprendimento della matematica*, pubblicata nella stessa piattaforma.

Grazie Ennio,

Il Centro competenze didattiche della matematica ti ricorda sempre con tanto affetto e stima

L'armonia dei numeri primi. Giochi matematici e nuove simmetrie creative è uscito dopo la scomparsa di Ennio Peres, grazie alla dedizione e alla tenacia della moglie Susanna Serafini. Il libro nasce dall'incontro tra due uomini affini, ma anche complementari l'uno all'altro, le cui vite si sono intersecate grazie a due passioni comuni, quella per la matematica e quella per la musica. Passioni vissute da entrambi, ma in modo speculare: Ennio Peres aveva infatti una formazione matematica, ma anche una passione come musicista autodidatta; Sergio Siminovich, invece, al contrario è un musicista italo-argentino di professione, ma anche un appassionato matematico autodidatta. Un connubio non insolito, quello per due «aree molto vicine in passato, oggi artificialmente divise sin dalla scuola con epiteti come "scienza esatta" e "mondo artistico"» (p. 10). Questi aspetti potrebbero a prima vista apparire marginali, ma in realtà sono molto importanti: rendono vivo un insegnamento sotterraneo a tutto il libro, che ha a che fare da un lato con l'importanza di riconoscere e saper vivere una vita intellettuale in cui, nel rispetto della propria identità, possono tuttavia coesistere e dialogare diverse discipline, dall'altro con la consapevolezza che questo dialogo interiore si instaura solo se è vissuto anche esteriormente, aprendoci e accogliendo le prospettive altrui. Stando poi ai contenuti del libro e al rapporto che, pagina dopo pagina, si instaura con il lettore, non può non venire in mente che a fare da sfondo allo stile di entrambi sia nuovamente un medesimo approccio: quello del gioco, che d'altra parte non è che un modo particolare e non convenzionale di guardare la realtà che ci circonda. Così si può ipotizzare che sia stato questo "giocosu risuonare" del matematico nel musicista, e

del musicista nel matematico, a condurre i due autori a ideare un libro in cui ragionamenti e giochi riguardanti i numeri primi coesistono armoniosamente con una inedita, vera e propria teoria di analisi dei numeri primi.

Numeri primi, sì. Perché è di questo che il libro parla, in due parti ben calibrate fra loro. La prima è scritta da Ennio Peres, e presenta diversi ragionamenti matematici uniti a una grande quantità di giochi curiosi riguardanti questi numeri millenari e misteriosi. Ad esempio, il capitolo 2 della prima parte descrive diverse tipologie di numeri primi (chi sa che esistono numeri primi “sexy”?) dalle caratteristiche affascinanti; oppure il capitolo 8, in cui vengono presentati divertenti “trucchi di magia” possibili grazie alle proprietà dei numeri primi. La seconda parte è scritta da Sergio Siminovich, il quale ci fa entrare in un originale mondo di nuovi metodi di indagine e inedite classificazioni, sempre relative ai numeri primi. Ad esempio, nel capitolo 3 della seconda parte, giustamente intitolato “rare bellezze”, vengono presentate “furtive” simmetrie e feconde promesse di strutture in forma di progressioni di numeri primi; oppure il capitolo 6, forse il più curioso e originale, in cui viene presentato un vero e proprio dialogo platonico tra Zenone e Socrate, ovviamente a tema numeri primi.

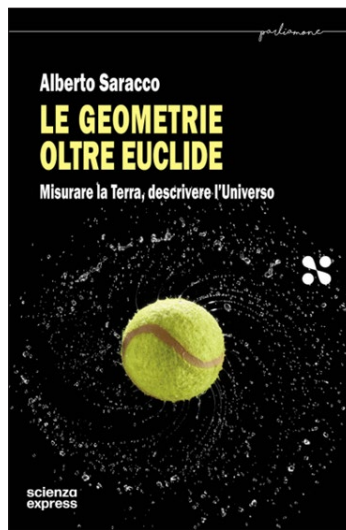
Se nella prima parte tutto è articolato con allegria, ma anche appassionato rigore deduttivo, nella seconda parte si lascia maggiormente spazio all’esperienza, all’analogia, all’osservazione di casi che inducono a speranzose generalizzazioni. Anche in questa complementarità di approcci il libro rende onore a un’altra verità troppo spesso nascosta (chissà poi perché): l’attività matematica ha a che fare tanto con il rigore (a volte un po’ ingabbiante) di una prova, quanto con la creatività (spesso liberante) della ricerca disinvolta ed esplorativa di associazioni e schemi ricorrenti.

Come concludere questa recensione? Forse con un appello alla didattica, come si conviene in una rivista di settore come questa, rimarcando il valore eccezionale di testi come questo. Valore che risiede principalmente nel ricordare a tutti gli attori del grande teatro della didattica della matematica che la nostra disciplina è bella, creativa, giocosa, appassionante... ma anche logica, organizzata, intellegibile, razionale... in una parola: armoniosa.

Michele Canducci

Dipartimento formazione e apprendimento / Alta scuola pedagogica
SUPSI, Svizzera

Saracco, A. (2024). *Le geometrie oltre Euclide. Misurare la Terra, descrivere l'Universo*. Scienza Express.



Le geometrie oltre Euclide di Alberto Saracco (ed. Scienza Express) mi ha colpito fin dalle prime righe. Il testo scorre agile e preciso e, pagina dopo pagina, il lettore è guidato con destrezza alla scoperta di un ricco paesaggio di idee geometriche.

Idee esposte nel modo più coinvolgente: con sobrietà e trasparenza, senza sensazionalismi o altri elementi di distrazione.

Il testo si snoda attraverso la geometria antica, l'impostazione euclidea, la diffusione dell'approccio analitico, il programma di Erlangen e la riflessione sui fondamenti, senza tralasciare accenni ad alcune sfaccettature più recenti (differenziali, complesse, metriche, topologiche). Il profondo legame tra geometria e descrizione del mondo fisico è discusso sia all'inizio sia al termine del racconto e forma così la cornice del libro.

La narrazione si avvale della forza trainante che è intrinseca allo sviluppo del pensiero matematico. Domande generano idee, soluzioni generano domande, la curiosità diventa principio creativo.

Questo conferisce freschezza ad un testo ricco di spunti che possono aprire nuovi orizzonti anche agli assidui frequentatori della divulgazione matematica (anche grazie alla cura prestata alla scelta dei riferimenti bibliografici!). Penso ad esempio alla bella trattazione delle geometrie non euclidee che include, tra l'altro, una breve ma circostanziata finestra sulle relazioni tra i lavori di al-Tusi, Khayyam e Saccheri. Ricordo anche l'interessante discussione degli approcci assiomatici, dove l'architettura dell'assiomatizzazione di Hilbert è descritta in modo esplicito pur senza disperdersi in lunghe liste, e che termina parlando anche dei contributi di Birkhoff, tanto interessanti quanto (mi sembra) raramente affrontati a livello divulgativo.

Il testo presenta inoltre un ottimo equilibrio tra i vari ingredienti che concorrono alla qualità della divulgazione. Ad esempio, equilibrio nella rinuncia al facile sensazionalismo: una scoperta matematica è opera di un romantico genio solitario o mera compilazione di elementi preesistenti? Saracco ricorda che spesso «la verità sta nel mezzo» (p. 76). E già che ci siamo: scoperta o invenzione? «Ogni matematico di professione ha la sua idea in proposito, nella maggior parte dei casi un misto tra le due» (p. 96).

Mi rendo conto di non poter elencare qui tutte le gemme incontrate durante la lettura e che mi ero riproposto di descrivere nella recensione. Invito dunque tutti a gustare in prima persona questo libro che unisce rigore espositivo e appassionante narrativa.

Emanuele Delucchi

Istituto Dalle Molle di studi sull'intelligenza artificiale
USI/SUPSI, Svizzera

Sbaragli, S., & De Carli, A. (2024). Altri nove personaggi per la raccolta “*Matematici a fumetti*”.
www.matematicando.supsi.ch/iniziative/matematici-a-fumetti/



Silvia Sbaragli (didatta della matematica) e Andrea De Carli (docente di arti visive e illustratore) aggiungono nove nuove storie a quelle già pubblicate nella prima edizione di *Matematici a fumetti*. Un'edizione uscita sia in forma cartacea presso la casa editrice Dedalo (Sbaragli & De Carli, 2021) sia in versione online scaricabile gratuitamente.

In queste nuove storie, sempre molto belle dal punto di vista grafico, Ellie e suo zio Angelo, incontrano e interagiscono con nuovi personaggi e nuove idee matematiche.

L'idea di unire matematica e fumetto non è nuova, ma l'opera di Silvia Sbaragli e Andrea De Carli fa intravedere scelte di fondo particolarmente originali e interessanti dal punto di vista educativo.

La prima scelta, a mio avviso fondamentale, è quella relativa al ruolo della matematica in questa "serie" di fumetti. In un lavoro rivolto a bambini e ragazzi dagli 8 ai 14 anni, la matematica non è infatti la cornice o il contesto per un racconto particolare all'interno di una serie di racconti – come, ad esempio, accade in alcuni notissimi e interessanti fumetti Disney o, nei cartoon, in alcune puntate dei Simpson – no, in questo caso la matematica è la vera protagonista dei racconti e filo che li unisce, a prescindere dalle varie ambientazioni in epoche diverse e dai personaggi di Ellie e dello zio Angelo che fungono da narratori delle storie, quasi da voci fuori campo.

La seconda scelta riguarda l'espedito narrativo dei continui rimbalzi nel tempo che permette di raccontare storie ambientate in epoche diverse, senza seguire un percorso temporale lineare, ma raccontando, attraverso le storie romanzate e divertenti che vedono in azione Ellie e lo zio, idee matematiche interessanti e curiose, condividendo il fatto che queste idee sono il frutto dei pensieri e dei dubbi di personaggi vissuti realmente, e in epoche diverse. Insomma si mostra, senza dirlo esplicitamente, ma appunto rappresentandolo, come la matematica sia una disciplina umanistica in senso etimologico, un prodotto del pensiero dell'uomo, e sempre in evoluzione. Quest'ultimo aspetto viene condiviso attraverso i racconti che vedono protagonisti i personaggi più recenti come, nel caso di queste nuove uscite, Sierpiński.

La terza scelta riguarda il fatto di essere un lavoro non solo interessante di per sé, ma che esplicitamente offre lo spunto per sviluppare in proprio, in classe, esperienze di creazione di fumetti sulla matematica, con tutto ciò che ne consegue: ricerca di personaggi e idee, discussione delle stesse finalizzata anche alla creazione di una sceneggiatura, per poi arrivare alla realizzazione del fumetto. Nella prima edizione del libro *Matematici a fumetti*, la parte finale è proprio dedicata alla condivisione di idee e tecniche per la creazione e realizzazione di storie a fumetti.

Due ultimi aspetti da considerare.

Il primo riguarda le scelte delle nuove storie che discutono idee matematiche anche complesse, come i paradossi (ad esempio quello di Zenone), che suscitano curiosità e permettono lavori di argomentazione anche filosofica, e che introducono personaggi noti anche in altri campi, come ad esempio Piero della Francesca e Albrecht Dürer, permettendo quindi di sviluppare in classe discussioni sul rapporto tra matematica e arte (in qualche modo insito nel progetto di matematica e fumetto, ma da un altro punto di vista), ma anche considerazioni storiche sull'evoluzione nel corso dei secoli della figura dello studioso. La seconda riguarda una caratteristica unica e preziosissima non solo di questo progetto, ma di moltissimi (direi quasi tutti) i progetti condotti da Silvia Sbaragli: quella di creare materiale pensato, ragionato, ben confezionato per l'educazione matematica, e renderlo fruibile.

I singoli episodi del progetto sono infatti tutti pubblicati in versione digitale open access al seguente link: www.matematicando.supsi.ch/iniziative/matematici-a-fumetti/.

Bibliografia

Sbaragli, S., & De Carli, A. (2021). *Matematici a fumetti*. Edizioni Dedalo.

Pietro Di Martino
Dipartimento di Matematica
Università di Pisa, Italia