

Mi descrivi il tuo disegno del Mattoncino Lego?

Un'esperienza didattica di matematica nella scuola dell'infanzia

Could you describe me the Lego Brick drawing?
A mathematical teaching experience in Kindergarten

Benedetto Di Paola* e Antonella Montone*

*Dipartimento di Matematica e Informatica – Università degli Studi di Palermo, Italia

*Dipartimento di Matematica – Università degli Studi di Bari Aldo Moro, Italia

Sunto / La consapevolezza dell'importanza di guardare, attraverso una lente di tipo matematico, i disegni prodotti dai bambini, considerandoli come strumento diagnostico per quello che D'Amore et al. (2004) chiamano come il "Campo di Esperienza" *Spazio, Ordine e Misura*, ha dato spunto a questo contributo che discute una sperimentazione didattica condotta in una sezione di scuola dell'infanzia (5 anni). All'interno della stessa è stato chiesto ai bambini di rappresentare dei mattoncini Lego con un disegno, e di descrivere successivamente i propri elaborati rintracciando e argomentando in essi eventuali segni di scarto numerico-spaziali rispetto al mattoncino osservato/manipolato, attraverso visioni prospettiche differenti. L'analisi qui discussa ci sembra interessante sia per i ricercatori in Didattica della Matematica sia per gli insegnanti di scuola dall'infanzia e primaria, che vogliono indagare il ruolo del disegno come forma espressiva e diagnostica per approfondire conoscenze, abilità e competenze matematiche dei loro studenti.

Parole chiave: percezione visiva; rappresentazione 2D/3D; artefatto; disegno; scuola dell'infanzia.

Abstract / The awareness of the importance to observe, through a mathematical lens, the children drawings, considering them as diagnostic tools for the context that D'Amore et al. (2004) call as "Campo di Esperienza" *Spazio, Ordine e Misura*, is the base of this contribution. It discusses a didactic experience conducted in a Pre-Primary school (students 5 years old) in which we asked children to represent Lego bricks with a drawing. We also asked them to describe their works, tracing any sign of numerical-spatial difference with the real object, observed from different perspectives. The discussed results seem to us interesting both for researchers in Mathematics Education and for Pre-Primary and Primary School teachers who want to deepen the role of drawing as an expressive and diagnostic form to analyse students knowledge, abilities and proto-mathematical skills.

Keywords: visual perception; 2D/3D representation; artifact; drawing; Kindergarten.

1 Premessa

Da diversi decenni è stata acquisita la consapevolezza della necessità di favorire apprendimenti significativi e competenze proto-disciplinari, disciplinari e meta-disciplinari stabili.

Se da un lato occorre infatti selezionare i saperi essenziali, relativi all'alfabetizzazione di base di cui parlano i diversi piani di studio, in particolare le Indicazioni Nazionali (MIUR, 2012) italiane, dall'altro è necessario utilizzare strumenti e ambienti adeguati per proporre attività per la costruzione di significati matematici, attraverso metodo-

logie significative che veicolino i saperi in gioco in modo formale o informale (D'Amore & Di Paola, 2016). Pertanto, come sottolineato dalla Ricerca in Didattica, già dai primi anni di scuola, diviene indispensabile abbandonare la "logica del programma" che si affida essenzialmente all'organizzazione sequenziale, accademica, dei contenuti disciplinari, in favore di un curriculum verticale a spirale (D'Amore, Di Paola, Fandiño Pinilla, Monaco, Bolondi & Zan, 2014). La ratio sottesa a quest'approccio fa riferimento all'idea di formazione continua del cittadino e, quindi, al costante approfondimento e/o rivisitazione di conoscenze, abilità e competenze capaci di permettere allo studente di vivere in modo diretto occasioni di ripensamento critico e autonomo del proprio sapere (D'Amore & Sbaragli, 2003; D'Amore & Di Paola, 2016). Certamente essere docenti in un panorama così complesso non è semplice; lo stile educativo deve ispirarsi all'ascolto, all'accompagnamento dello studente nella scoperta di "nuovi mondi", all'istituzionalizzazione delle sue conoscenze che piano piano, negli anni, possono proiettare lo studente verso forme di apprendimento sempre più autonome e consapevoli (Fandiño Pinilla, 2008).

Riferendo tali osservazioni alla specificità della scuola dell'infanzia, e fissando l'attenzione alla competenza da favorire nel bambino in questa fascia di età, in accordo con le Indicazioni Nazionali e i nuovi scenari (del 2012 e del 2018), ciò che l'insegnante dovrebbe proporre in sezione è «giocare, muoversi, manipolare, curiosare, domandare, descrivere, rappresentare, immaginare situazioni ed eventi (...)» (MIUR, 2012, p. 16). La scuola dell'infanzia è in questo senso «la scuola dell'attenzione e dell'intenzione, del curriculum implicito (...)» (MIUR, 2018, p. 8).

Tutto ciò che il bambino vive in sezione nel suo "primo" triennio educativo dovrebbe poi essere vissuto in continuità nel passaggio alla scuola elementare che, attraverso le esperienze educative proposte durante la scuola dell'infanzia, dovrebbe portarlo a potenziare l'esercizio autonomo di differenti stili cognitivi che via via, nel percorso di crescita, tra la scuola elementare e la scuola superiore, dovrebbero permettergli di sviluppare, attraverso gli alfabeti caratteristici delle varie discipline, un pensiero riflessivo e critico (Di Paola, Battaglia & Fazio, 2016; Di Paola & Ruisi, 2016). Tuttavia ciò non sempre succede: spesso il meccanismo si inceppa e molte delle competenze acquisite nei vari segmenti scolastici si "perdono" nel passaggio da un grado scolastico a quello successivo. Questo è maggiormente vero sui gradi scolastici più bassi e in molti casi interessa la scuola dell'infanzia, che purtroppo non sempre viene valorizzata quanto si dovrebbe. Una parte della "colpa" ricade sulla ricerca in didattica. In particolare, in accordo con quanto sostenuto da D'Amore e Di Paola (2016), relativamente all'insegnamento/apprendimento della Matematica, sono ancora molti gli insegnanti e gli autori che per questo segmento educativo «fanno riferimento a teorie didattiche spesso superate, a materiali strutturati in alcuni casi inutili, a situazioni di pseudo-apprendimento spesso mal poste e quindi dannose» (D'Amore & Di Paola, 2016, p. 1). Se esiste infatti, come sostengono gli autori, un linguaggio ormai condiviso a livello nazionale e internazionale per la didattica della matematica nei livelli scolastici successivi e nell'Università, lo stesso purtroppo non si può dire per la scuola dell'infanzia. In questo livello scolastico, per quanto riguarda la ricerca e le successive applicazioni nella didattica corrente, molto è ancora da costruire, anche se sono sempre di più gli specialisti che, sulla scia lasciata da qualche nucleo di ricerca in didattica come quelli di Bologna (pionieri da questo punto di vista), Bari, Modena, Reggio Emilia e Palermo, cominciano a osservare i fenomeni didattici specifici per questo segmento educativo. In questo senso, se negli anni passati in molti lavori si osservava un "prendere a prestito" elementi teorico/sperimentali più adatti per

altri livelli scolastici e un provare a “trasporli” in questo livello scolastico (con scarsi risultati), oggi, sempre di più la comunità dei ricercatori in didattica della matematica sta provando a teorizzare aspetti di competenza e processi proto-disciplinari in modo specifico per i bambini della fascia di età 3-5 anni. La scuola dell'infanzia ha, infatti, delle specificità talmente particolari che, spesso, la trasposizione a partire dai livelli scolastici successivi è impossibile da realizzare.

In generale poi, come si evidenzia in D'Amore et al. (2014), trattare la matematica con allievi così giovani come quelli della scuola dell'infanzia può essere interessante perché spesso obbliga a ripensamenti importanti su questioni teoriche anche per gradi scolastici successivi.

Guardando alla didattica tipica di questo livello scolastico, una delle modalità espressive più comuni, è certamente il disegno libero o guidato, assieme alla narrazione, all'uso di giochi simbolici e ad attività di gioco definite su registri semiotici di varia natura (Angeli, D'Amore, Di Nunzio & Fascinelli, 2011; Bartolini Bussi, 2008). Il disegno viene spesso utilizzato dagli insegnanti come una tecnica, un'occasione, per far comunicare ai bambini le loro idee “ingenue”, la loro visione del mondo così da provare a scoprire le loro “storie” (Anning & Ring, 2004), le loro abilità, le loro competenze (Cherney, Seiwert, Dickey & Flichtbeil, 2006; Fandiño Pinilla, 2008). I disegni, “letti” attraverso una lente di tipo proto-matematico, possono rappresentare secondo noi (ma non siamo certamente i primi a dirlo) uno strumento diagnostico potentissimo dal punto di vista matematico, inquadrando la disciplina in quello che D'Amore et al. (2004) chiamano come il “Campo di Esperienza” *Spazio, ordine e misura*. In accordo con quanto discusso in letteratura sull'argomento (Arrigo & Sbaragli, 2004; Sbaragli 2006; Di Paola, Manno, Scimone & Sortino, 2007) un'analisi attenta di una rappresentazione figurale proposta da un bambino come risposta ad un determinato compito cognitivo, messa anche in relazione ad altre forme comunicative come ad esempio il linguaggio naturale o quello gestuale da lui/lei utilizzato per descrivere il proprio disegno, può permettere all'insegnante uno studio più profondo (e quindi un successivo potenziamento delle relative competenze sottese) dei modelli mentali e degli schemi di ragionamento propri della nostra cultura (Di Paola, 2016; Donaldson, 2010; Montone, Pertichino & Ancona, 2005), di tipo matematico, messi in atto dal bambino nell'azione grafico-pittorica (D'Amore, 2015).

Se tutto ciò si può realizzare alla scuola dell'infanzia, partendo da attività di tipo a-didattico, nei gradi successivi si potranno prevedere attività più strutturate e ag-ganciate a obiettivi e traguardi matematici specifici.

2 Quadro teorico: i “segni” lasciati nello spazio del disegno

L'attività figurale è da sempre motivo di studio e riflessione in ambito di ricerca psichiatrico, psicologico, grafologico, pedagogico e didattico. In accordo con Lowenfeld (1947) l'espressione figurale viene usata come indicatore delle abilità emergenti in aree diverse come quella motoria, percettiva, linguistica, simbolica, sensoriale, spaziale ecc. Il disegno quindi, in questo senso, è da sempre considerato un “indicatore” delle capacità intellettive del disegnatore.

Numerosi sono i lavori che discutono il disegno infantile e le fasi di sviluppo rintracciabili attraverso questa forma di rappresentazione. Le ricerche di Luquet (2001)

hanno messo in evidenza come il bambino, grazie ad una lenta e progressiva crescita cognitiva, passi pian piano dallo scarabocchio all'uso consapevole dei segni per rappresentare la realtà. La prima fase di sviluppo è quella del *realismo fortuito*, rintracciabile intorno ai due anni di età, in cui il bambino disegna qualche linea e vi attribuisce un significato suo, proprio, astrattamente legato ad un aspetto emozionale, psicologico.

Segue poi la fase del *realismo mancato* che dura fino ai 4-5 anni circa. Durante quest'arco temporale nel disegno infantile si rintraccia una assoluta mancanza di sintesi operata dal bambino. Nelle sue rappresentazioni figurali i segni lasciati nello spazio bianco del foglio da disegno sono spesso tra loro slegati, incerti, confusi. Le figure tracciate appaiono in molti casi lacunose e composte da parti non messe in relazione tra loro.

La terza fase è quella del *realismo intellettuale* che copre l'arco temporale che va dai 5 agli 8 anni circa. In questa fase il bambino appare più competente nel riprodurre l'aspetto di ciò che disegna. Il tratto sul foglio appare più "maturo" e si evidenzia un maggiore controllo dalle relazioni tra i segni grafici proposti.

Nell'ultima fase, chiamata da Luquet (2001) *realismo visivo*, il bambino disegna gli oggetti così come appaiono davanti ai suoi occhi, evidenziando un'alta competenza di rappresentazione figurale.

Citiamo inoltre brevemente (per non allontanarsi troppo dall'obiettivo dell'articolo) ulteriori approfondimenti che discutono il disegno da un punto di vista che fa da sfondo a quanto qui si discute, ma non in ambito propriamente didattico, come ad esempio i lavori di Di Leo (1981), Oliverio Ferraris (1978), Talladini e Valentini (1990). Invece ci interessa far esplicito riferimento a quanto rintracciato in letteratura in merito al ruolo che questa forma espressiva può avere nella scuola dell'infanzia, come strumento diagnostico nell'ambito alla terna *Spazio, ordine e misura* (D'Amore et al., 2004).

Non sono molte le ricerche che affrontano questa tematica; significative certamente quelle proposte da Piaget (1967, 1971) e i successivi sviluppi (Morino, 1970; Morra, 2005) che discutono la relazione, rintracciabile nel disegno fatto da un bambino, tra emozione, immaginazione e punto di vista osservativo, nella rappresentazione di un oggetto tridimensionale. Come sostiene Pontecorvo (1992) riprendendo queste ricerche, un disegno, che riporta in modo corretto dei segni in una relazione spaziale utile a rappresentare al meglio un oggetto reale, evidenzia una buona capacità del disegnatore di «decentramento spaziale» (Pontecorvo, 1992, p. 354). Questo aspetto fa riferimento alla difficile abilità, nell'atto del disegnare, di tener conto di punti di vista differenti (Bartolini Bussi, 2008; Montone, 2013), messi correttamente in relazione tra loro. Le ricerche di Luquet (2001) mostrano su quest'ambito come l'analisi di un disegno realizzato su un foglio di carta bianco di un oggetto tridimensionale, rappresentato in prospettiva, possa evidenziare diverse tappe evolutive relative a competenze di tipo proto-matematico. Il bambino disegnatore, negli anni, passa infatti da una semplice "figura piana" (tipica di una visione frontale) al disegno di uno o più lati/facce tra loro ribaltate/sovrapposte sullo stesso piano. Questa rappresentazione poi pian piano si trasforma in un'altra che, seppur inizialmente lacunosa, evidenzia i primi approcci a concetti geometrici più complessi come ad esempio il parallelismo tra i lati e le facce di un solido. Solo dopo parecchi anni e parecchi disegni si rilevano nei bambini rappresentazioni figurali contenenti un corretto effetto di profondità dato all'oggetto da disegnare. I segni che il bambino della scuola dell'infanzia traccia nelle sue rappresentazioni figurali possono, in questo senso in accordo

con Piaget (1967, 1971), "raccontare" la progressiva maturazione e riorganizzazione, sul piano cognitivo ed emotivo, delle immagini mentali (Piaget, 1971) che via via in lui si perfezionano.

Guardando al binomio disegno-conoscenza matematica, la relazione tra l'oggetto geometrico conosciuto e il disegno che lo raffigura è molto delicata.

Per Duval (1998) non può esserci un'acquisizione concettuale di un oggetto da conoscere, senza dover necessariamente far riferimento ad una sua rappresentazione realizzata per mezzo di segni. Ogni forma di conoscenza è quindi, sempre e a qualunque età, inseparabile da un'attività di rappresentazione (D'Amore, 2000). Il disegno è una di queste.

Per Sbaragli (2006)

«i concetti geometrici richiedono rappresentazioni figurali per riuscire ad essere compresi, ma queste non sono soddisfacenti per formare il concetto geometrico; solo con un atto mentale, un disegno può essere interpretato e può arrivare a condividere con il concetto che rappresenta, anche la generalità».

(p. 1)

Leggere i segni matematici lasciati su un disegno non è per nulla facile! Tuttavia diviene fondamentale individuarli e analizzarli per comprendere il livello di evoluzione nella costruzione dei significati del soggetto in apprendimento.

Pertanto nella pratica didattica, per un intervento di analisi efficace, il punto di partenza deve sempre essere il soggetto apprendente. I segni rintracciati nel suo disegno "raccontano" qualche cosa di lui/lei (delle sue competenze proto-matematiche) se prima vengono *tradotti* e poi, come riportato sopra in Sbaragli (2006), *interpretati*. Se però l'interpretazione riguarda il significato simbolico del disegno stesso, la traduzione richiede la decodifica dell'immagine attraverso una serie di parametri che prendono in considerazione, tra gli altri, gli aspetti formali, grafologici e contenutistici del disegno. Analizzare il disegno di un bambino per interpretarlo e tradurlo al meglio significa allora guardare alla qualità del tratto, agli annerimenti, alle cancellature, alle dimensioni delle figure e/o degli oggetti disegnati, alle eventuali imprecisioni del disegno, alla collocazione nel foglio degli oggetti rappresentati, alle relazioni numerico/spaziali tra le parti degli oggetti raffigurati sul foglio (si pensi alla proporzione tra lunghezze, superfici, volumi ecc.) (D'Amore & Sbaragli, 2011; Sbaragli, 2011).

Alcuni di questi aspetti, in tempi non recenti, sono stati discussi dagli psicologi della Gestalt e in larga misura confermati da ricerche più attuali come quelle proposte dalle neuroscienze (Battista, 2007; Della Sala, 2016; Gallese, 2014). Queste ultime hanno analizzato i processi che il cervello mette in evidenza nel disegnare un oggetto reale curandone sia il contesto (la posizione spaziale nel foglio bianco sul quale si disegna) sia i particolari (percepiti e controllati in modo soggettivo), che contraddistinguono l'oggetto tridimensionale da disegnare (Moss, 2015).

Il rapporto tra spazio vuoto (rappresentato dal foglio di carta bianco) e gli oggetti geometrici disegnati all'interno, può, in accordo con Speranza (1997), far riferimento a due differenti definizioni di spazio: "spazio indipendente" o "spazio non indipendente".

«Spazio non indipendente significa che noi pensiamo essenzialmente, o primariamente, agli oggetti (o alle figure); lo spazio è solo la coesistenza di

questi(e) (...) Spazio indipendente significa invece che noi pensiamo prima allo spazio e poi in questo collochiamo gli oggetti (le figure)».

(Speranza, 1997, p. 130)

Nella riproduzione di una figura geometrica, attraverso il disegno, il compito cognitivo che si richiede al bambino è di

«generare un'immagine mentale della figura, di mantenerla attiva per un certo periodo di tempo e di confrontare la propria produzione grafica con l'immagine mentale generata. Altri compiti di geometria richiedono, poi, di eseguire trasformazioni di vario tipo».

(Sbaragli & Mammarella, 2011, p. 71)

Fino all'ingresso nella scuola dell'infanzia i bambini sembrano mostrare soltanto le funzioni cognitive relative al riconoscimento e alla riproduzione, seppur spesso con errori, lacune, distorsioni (Clements, 2004). Vighi (2016) sostiene che in molti casi il bambino piccolo, di questo livello scolastico, concepisce lo spazio come "non indipendente" ponendo più attenzione agli oggetti da disegnare (per come li percepisce), che allo spazio geometrico disponibile in sé per il disegno.

Ritornando alla complessa relazione tra l'oggetto geometrico conosciuto, il disegno che lo raffigura, e ciò che quel disegno rappresenta per il bambino, va anche sottolineato che per un possibile apprendimento significativo da parte di un soggetto apprendente è necessario che lo studente "si muova" tra più registri semiotici, legati a più rappresentazioni dello stesso oggetto matematico (Duval, 1998). Queste operazioni, ormai note in ricerca in didattica della matematica, fanno capo alle trasformazioni di *trattamento* e *conversione* (Duval, 1998). Volendo fare un esempio che consideri il disegno come registro semiotico, si ha *trattamento* quando si passa da una rappresentazione di un dato oggetto matematico a un'altra, mantenendo costante il registro semiotico disegno; si ha *conversione* quando, abbandonando l'idea di voler usare uno strumento metodologico univoco, si passa ad utilizzare un altro registro semiotico differente dal disegno (D'Amore, 2000, 2006; Sbaragli, 2005). Analizzare quindi conoscenze e competenze di un soggetto apprendente obbliga a far ricorso alle stesse funzioni di trasformazione di *trattamento* e *conversione* tra più registri semiotici. Non ci si può fermare all'analisi del solo disegno!

Questo è ciò che abbiamo provato a fare sperimentalmente con i bambini della scuola dell'infanzia mettendo in relazione registri diversi come il disegno, il gesto e il linguaggio naturale. Con la consapevolezza che in questo livello scolastico risulta più "naturale" per i bambini il ricorso a modelli ed attività che rientrano nella geometria tridimensionale (Cottino & Sbaragli, 2004), il compito proposto ha riguardato la rappresentazione figurale e successivi trattamenti e conversioni di oggetti reali ben noti nella scuola dell'infanzia, come i mattoncini Lego.

L'analisi dei disegni prodotti dai bambini, commentata nei paragrafi successivi, ha fatto riferimento ai risultati discussi in letteratura sullo stesso tema di ricerca da parecchi autori, secondo prospettive differenti e molteplici approcci teorico/sperimentali, (Bianchi, 2006; Cox, 1978, 1985; Luquet, 2001; Montone, 2013; Sbaragli, 2006; Vighi, 2008, 2016) che evidenziano le possibili diverse strategie messe in atto dai bambini (scuola dell'infanzia ed elementare) per rappresentare gli elementi tridimensionali.

Interessante poi, ai fini della nostra ricerca, la prospettiva di Greig (2000) che sottolinea come davanti a compiti cognitivi più complessi (oggetti reali più difficili per il bambino o a lui meno noti) a causa della sua naturale "limitata" veduta (legata all'età), il disegno di un oggetto tridimensionale viene in molti casi semplificato, spesso in modo del tutto errato. Questa semplificazione per Greig (2000) può variare in funzione delle competenze del bambino e per tale motivo necessita di una traduzione e interpretazione spesso non facile. Questi aspetti non sempre sono condivisi da lavori di ricerca in ambito matematico.

3 Campione e domande di ricerca

La ricerca è stata svolta in una sezione omogenea (5 anni) di una scuola dell'infanzia di Palermo in un contesto socio culturale disagiato. La classe è composta da 9 allievi (4 maschi e 5 femmine). La durata complessiva del percorso sperimentale è stata di 2 mesi (febbraio - marzo).

Le domande che hanno guidato la ricerca condotta sono le seguenti:

- Che tipo di disegno producono i bambini di scuola dell'infanzia alla richiesta di rappresentare un oggetto reale a loro ben noto come un mattoncino Lego?
- Che tipo di disegno producono questi bambini se l'oggetto da rappresentare è un mattoncino Lego a loro "meno noto" e/o di forma "meno regolare"?
- Quali argomentazioni producono i bambini all'atto di raccontare il proprio disegno?
- Che consapevolezza dimostrano nel gioco del cambio di visione prospettica di un oggetto reale?
- Come cambia eventualmente il disegno dei bambini (con un trattamento) dopo il "riconoscimento" (mediato da una discussione con l'insegnante) di un possibile scarto tra la propria rappresentazione figurale dell'oggetto richiesto e l'oggetto reale osservato secondo una visione differente?

4 Metodologia di ricerca

L'indagine sperimentale ha fatto riferimento a:

- un'analisi qualitativa dei comportamenti rintracciati in sezione operata grazie ad un'osservazione sincrona dell'azione in classe da parte dall'insegnante e una successiva osservazione della stessa, precedentemente audio e video registrata, in presenza di due ricercatori in didattica della matematica;
- un'analisi qualitativa di tutti i protocolli (disegni) dei bambini, analizzati in team dall'insegnante di classe e da due ricercatori in didattica della matematica;
- un'analisi qualitativa delle argomentazioni prodotte dai singoli bambini durante un'intervista condotta dall'insegnante di classe e finalizzata all'analisi dei processi sottesi alla rappresentazione figurale dei mattoncini proposti ai bambini e alla identificazione e discussione dei possibili scarti di rappresentazione figurale, rintracciati sui disegni prodotti in relazione all'oggetto reale osservato/manipolato.

La sperimentazione didattica si è articolata in più fasi qui di seguito sintetizzate:

- Fase 0: *“Scopriamo i mattoncini della scatola dei Lego”*. In questa prima fase, dopo aver spiegato ai bambini il gioco proposto, si invita ciascuno a scegliere un mattoncino (tra quelli più semplici selezionati dall'insegnante di classe). Ogni bambino osserva (attraverso la manipolazione libera) il proprio mattoncino provando a coglierne la forma, la presenza di spigoli, di “punte” e la loro eventuale numerosità ecc. Dopo una prima fase di esplorazione autonoma ogni bambino presenta verbalmente il proprio mattoncino ai compagni.
- Fase 1: *“Disegniamo i nostri mattoncini”*. Ogni bambino prova a ricalcare le forme del “proprio” mattoncino su un foglio bianco (in formato A4) e successivamente a disegnarlo liberamente su un altro foglio bianco (in formato A4).
- Fase 2: *“Mi presenti il tuo mattoncino?”*. In questa seconda fase, svolta in giorni successivi a quelli dedicati alla fase precedente, si richiede ai bambini di descrivere ancora una volta al resto dei compagni della sezione il proprio mattoncino, mostrando questa volta anche il disegno dello stesso. L'insegnante di classe chiede di “confrontare” i vari mattoncini tridimensionali con i relativi disegni elaborati dai compagni. Si cerca, attraverso una discussione tra pari, di far emergere gli aspetti di criticità delle rappresentazioni figurali operate dai bambini.
- Fase 3: *“Il mattoncino blu”*. Viene proposto a tutti i bambini della sezione di disegnare uno stesso mattoncino (più grande di quelli precedentemente forniti nella fase 1), scelto dall'insegnante ma condiviso da tutti come un “bel mattoncino” da disegnare. La consegna è stata quindi: *“Vince chi fa il disegno che rappresenta meglio il mattoncino, la sua forma, le sue facce, le sue “punte”* (questo è il termine condiviso in classe per i piolini presenti nel mattoncino blu), ...”.

Per il compito proposto viene scelto il mattoncino Lego riportato sotto (Figura 1). Come per la fase 0 ogni bambino inizialmente osserva (attraverso la manipolazione libera) il mattoncino blu provando a coglierne la forma, la presenza di spigoli, di “punte”, la loro numerosità ecc. In un secondo momento il mattoncino viene posto sul banco e i bambini disegnatori si seggono in linea davanti a questo. Il setting proposto viene scelto per favorire nei bambini più punti di vista di osservazione, legati alla loro posizione spaziale. Si cerca di favorire la produzione di disegni dello stesso oggetto, ma con prospettive diverse.



Figura 1
Mattoncino Lego per la
fase 3.

La scelta del disegno più simile al mattoncino blu tra quelli realizzati dai singoli bambini viene operata dalla classe grazie ad una discussione *orchestrata dall'insegnante* (Bartolini Bussi & Boni, 1995), atta a permettere a tutti gli studenti di valutare in autonomia il disegno del compagno e la relativa accuratezza in relazione anche al punto di vista utilizzato. Il mattoncino blu rimane fisso sul banco per tutta la durata dell'attività.

- Fase 4: *“Mi descrivi il tuo disegno?”*. In un setting creato ad hoc (singolo bam-

bino-insegnante di classe, seduti accanto) si intervistano tutti i bambini della sezione. A ciascuno viene riproposto il proprio disegno del mattoncino blu. Durante l'intervista si chiede inizialmente di argomentare il perché delle proprie scelte grafico-pittoriche e di eventuali scarti e/o criticità numerico-spaziali tra il mattoncino blu osservato (che rimane sempre a disposizione del bambino intervistato per eventuali libere manipolazioni) e quello da lui/lei disegnato in sezione secondo un determinato punto di vista. Si lasciano liberi i bambini di "modificare" (o disegnare ex-novo), eventualmente, il proprio disegno precedentemente prodotto (fase 3).

- Fase 5 e fase 6: *"Si cambia forma!"*. Replicando quanto proposto durante la terza e quarta fase del percorso sperimentale viene chiesto a tutti i bambini della sezione di disegnare un mattoncino "più irregolare" di quello blu. Si tratta di un mattoncino rosso di forma "trapezoidale" (mostrato sotto, **Figura 2**) diversa da quelle degli altri mattoncini Lego precedentemente mostrati in sezione.



Figura 2
Mattoncino Lego per le
fasi 5 e 6.

- La scelta di proporre tale mattoncino è legata al voler far operare i bambini con un oggetto reale tridimensionale di una forma a loro meno nota perché poco usata nei giochi proposti nella sezione in questione. Questa costruzione viene presentata come ultimo stimolo del percorso. Tale scelta nasce dalla consapevolezza secondo la quale la scarsa linearità e forse la forma più atipica del mattoncino, relativamente all'identificazione delle relazioni tra le parti che compongono l'oggetto stesso (spigoli orizzontali, verticali, obliqui e "punta" più grande), avrebbero potuto rendere più ricca la rappresentazione nel registro figurale delle relazioni parte/tutto e, quindi, la relativa fase argomentativa di discussione successiva nell'intervista operata con i bambini. Come in precedenza, durante la sesta e ultima fase, anche in questo caso infatti si chiede ai bambini, intervistati singolarmente, di commentare le scelte fatte sul proprio disegno (realizzato in sezione durante la quinta fase sperimentale) ed eventualmente modificarlo (o rifarlo) alla luce di un possibile riconoscimento di scarto tra la rappresentazione del mattoncino rosso disegnato sul foglio e quello reale (posto anche durante l'intervista a disposizione del bambino per eventuali manipolazioni).

5 Discussione dei risultati

Di seguito si riportano i disegni e le argomentazioni prodotte nelle varie fasi da alcuni bambini tra quelli coinvolti nella sperimentazione. I protocolli qui riportati possono

considerarsi esaustivi in relazione alla varietà delle strategie individuate nei disegni prodotti da tutti i bambini della sezione.

Per brevità si è scelto di riportare i disegni delle ultime 4 fasi tralasciando le precedenti. Di seguito viene inoltre riportata una ricostruzione sintetica delle sollecitazioni proposte dall'insegnante durante le varie interviste realizzate con i bambini nelle fasi 4 e 6. Queste, come detto in precedenza, sono state registrate e successivamente analizzate in team dall'insegnante di classe e da due ricercatori in didattica della matematica. I commenti alle interviste riportati di seguito rappresentano quindi l'accordo raggiunto dai tre soggetti coinvolti in fase di analisi, dopo un'iniziale riflessione autonoma su quanto osservato sui protocolli dei singoli bambini e in merito alle loro argomentazioni prodotte in assetto di intervista.

5.1 Il mattoncino blu di Dario

Nel disegno prodotto e mostrato in sezione (durante la fase 3, Figura 3), Dario ha tracciato una forma rettangolare con 11 pallini disposti in un'unica fila. La visione del mattoncino appare frontale come in realtà era la sua posizione in sezione rispetto al mattoncino stesso.



Figura 3
Il mattoncino blu della
fase 3, rappresentato da
Dario.

Durante l'intervista (fase 4) la maestra gli propone il suo disegno lasciando a disposizione il mattoncino blu, posto sul banco davanti a lui, con la possibilità di manipolarlo.

Ins.: «Mi descrivi il tuo disegno?».

D.: «Sì! Ci sono questi cerchietti che escono» (indica le punte del mattoncino blu posto sul banco).

Ins.: «Ah, Ok! Come li hai disegnati nel foglio?».

D.: «Così» (fa scorrere il dito sui cerchietti disegnati).
(Lunga pausa di silenzio, circa 1 minuto).

D.: «Mmm. No, forse però non è fatto bene ...».

Osservando il mattoncino blu da un punto di vista diverso probabilmente si accorge immediatamente di certe caratteristiche che non ha rappresentato nel suo disegno (il punto di vista osservativo in sezione era quasi frontale, diverso da quello proposto durante l'intervista) ed esplicita:

D.: «Ma come faccio queste punte?».

Ins.: «Non lo so, che dici tu?».

(Lunga pausa di silenzio, circa 1 minuto).

Ins.: «Hai contato le punte?».

D.: (Dopo aver contato le punte sul mattoncino blu) «Sì! Dodici».

Ins.: «Contiamo quelle del disegno?».

D.: (il bambino conta ad alta voce) «Undici! Mamma mia!» (ridendo e toccandosi la fronte con la mano) ... «Uno!».

L'espressione «Mamma mia!» potrebbe far pensare ad un bambino impaurito. Ciò in realtà non è, il bambino prendendo coscienza dello scarto tra il numero di punte da lui rappresentato e quello reale, dopo aver esplicitato la "dimenticanza" ride e, soddisfatto, esplicita la nuova scoperta! L'espressione linguistica utilizzata da Dario è inoltre tipica del contesto geografico sul quale si è operato.

Ins.: «Che hai scoperto Dario?» (ridendo).

D.: «Ne manca una. La aggiungo!».

Ins.: «Come vuoi, sei stato bravo comunque!».

(Dario disegna una punta in più sul foglio, in linea con le altre).

Ins.: «Queste "punte", come sono messe nel mattoncino blu? Perché le hai disegnate così?».

D.: «Sono in fila» (Dario tocca il mattoncino blu). «Qui e qui» (indica le due file di punte del mattoncino).

Ins.: «Bene! Ho capito. E tu come le hai disegnate? Mi descrivi il tuo disegno?».

D.: (ridendo e guardando il disegno) «Ho messo le punte in una fila. Ora sto vedendo anche le altre».

Ins.: «Ok ... e quindi?».

D.: «Io ne avevo visto solo una. Non lo vedevo da sopra il mattoncino».

Ins.: «Ah, ho capito! Bene, bene! Forse perché avevi disegnato mentre eri di fronte al mattoncino?».

D.: «Sì. Lo avevo così» (allontana l'oggetto e lo pone di fronte a sé).

D.: «Lo posso disegnare di nuovo, ora?».

Ins.: «Sì, certo».

(D. posa il mattoncino blu sul banco, un po' distante da sé stesso, e inizia a disegnare il rettangolo in un altro foglio bianco a sua disposizione. Poi però si ferma).

D.: «Sì però ... Mmm ... Ma come faccio a mettere le punte accanto sul foglio? Non lo voglio disegnare da sopra. Lo voglio disegnare mentre è lì» (indica l'oggetto posto sul banco di fronte a sé, in una posizione che lui stesso ha deciso).

Ins.: «Non saprei ... Come possiamo fare? Come vuoi disegnare?».

D.: «Le contiamo prima».

Ins.: «Ok. Contiamo quante sono nelle due file ... quante punte ci sono in ogni fila?».

D.: (dopo aver contato) «Sei ... ma come faccio a mettere dietro queste?» (indicando la seconda fila del mattoncino blu).

Ins.: «Non saprei, proviamoci! Io ti guardo, prova a disegnarlo».

D.: «Ci provo!».

Dario a questo punto si rimette a disegnare in silenzio. Cambiando il punto di vista, cambia il disegno! Ciò che è interessante è analizzare come cambia.

In questa seconda rappresentazione figurale, riportata in Figura 4, viene tracciata (in modo più o meno fedele a quella riportata sul primo disegno da lui prodotto) la forma rettangolare. A differenza di quanto prodotto in precedenza vi è però, come chiaramente verbalizzato da Dario, un tentativo di disporre le punte presenti sul mattoncino blu in due file differenti. Le punte disegnate sono però inaspettatamente 8 per la prima fila e 13 nella seconda fila ed è inoltre assente una relazione di parallelismo tra le due file di punte. Ciò non deve stupire, il compito richiesto è molto complesso, lo sforzo cognitivo è alto. Una linea di punte viene disegnata da Dario lontana dalla base di appoggio, forse per dar un senso di profondità che però, chiaramente, il bambino nel suo disegno gestisce in modo ancora insicuro.



Figura 4
Seconda rappresentazione del mattoncino blu da parte di Dario.

Da notare il miglior dettaglio delle punte rispetto al primo disegno. Queste non appaiono più come palline ma evidenziano delle forme più allungate e quindi più simili al reale.

Ins.: «Questo disegno ti sembra più accurato del primo? Più preciso?».

D.: «Sì».

Ins.: «Perché, me lo dici?».

D.: «È più bello. È fatto meglio, è uguale al mattoncino blu messo lì».

Ins.: «Me lo descrivi?».

(Lunga pausa di silenzio. D guarda il disegno).

Ins.: «Quante punte hai disegnato?».

(Lunga pausa di silenzio. D guarda nuovamente il disegno).

D.: «13 qui. C'era spazio. Ne ho messi tanti. Lui (indicando il rettangolo con il dito e facendolo scorrere lungo il lato lungo dello stesso) è lungo! ... Il disegno ti piace (ridendo)? Ne potevo mettere di più, c'è ancora spazio. Però mi sono fermato, se no erano troppe».

(...)

Ins.: «Il disegno è bellissimo! Sei stato bravissimo! Perché queste punte le hai disegnate qua sopra? Sono curiosa (sorridente)».

D.: «Perché sono sopra le altre. Guarda! (indica le due file di punte del mattoncino disegnato e osserva il mattoncino blu cercando un riscontro). Prima le avevo fatte diverse perché vedevo solo quelle dritte!».

Chiaramente, come è normale che sia, i disegni prodotti evidenziano come Dario sia nella fase del *realismo mancato* (Luquet, 2001); ciò non deve sorprendere, vista l'età del bambino e il difficile compito cognitivo a lui richiesto. Dario non fa "errori", non sbaglia. Nelle due occasioni di disegno interpreta il mattoncino blu attraverso lenti

diverse (prova ne è la verbalizzazione durante l'intervista «è uguale al mattoncino blu messo lì», «Prima le avevo fatte diverse perché vedevo solo quelle dritte!»), collegate a sue posizioni spaziali diverse rispetto all'oggetto da disegnare.

La risposta di Dario «Ne potevo mettere di più» sembra però confermare quanto discusso in ambito di ricerca in merito alla gestione dello spazio. In accordo con Vighi (2016), Dario infatti sembra percepire lo spazio come "non indipendente". Non curandosi (o facendolo in parte) delle relazioni tra gli oggetti geometrici disegnati, perde di vista quanto discusso con l'insegnante sulla numerosità delle punte e facendosi guidare dal voler rendere "più bello" il disegno solo dal punto di vista estetico, usa lo spazio del foglio secondo una relazione numerico-spaziale non rintracciabile nel mattoncino a lui proposto.

L'analisi dei disegni e delle argomentazioni verbali prodotte da Dario nelle fasi sperimentali qui discusse hanno permesso, anche grazie alla collaborazione dell'insegnante-ricercatore, un'analisi più approfondita delle competenze visuo-spaziali e logico-verbali sottese al compito. Ciò ha favorito un successivo potenziamento delle stesse.

5.2 La visione "prospettica" del mattoncino blu di Giulia

Anche il disegno proposto da Giulia nella terza fase riporta una forma rettangolare sulla quale vengono posizionati dei cerchietti in linea.



Figura 5
Il mattoncino della fase 3,
rappresentato da Giulia.

Il rettangolo è abbastanza irregolare, i cerchietti sono correttamente 6, anche se, come si vede nel disegno riportato accanto, non esiste nessuna relazione tra la base del mattoncino blu e i cerchietti disegnati.

Giulia nel suo disegno non rappresenta i cerchietti distribuendoli su tutto il lato lungo del rettangolo ma solo per metà. La relazione spaziale tra i cerchietti e il lato del rettangolo evidenzia quindi una mancata relazione tra le parti che compongono l'oggetto (Battista, 2007).

Ins.: «Brava, bel disegno! Me lo descrivi?».

G.: «Sì! Ci sono questi cerchietti che escono».

(pausa di silenzio).

G.: «Ho disegnato il mattoncino blu! Questo ... (prende in mano il mattoncino posto sul banco), ti ricordi?».

Ins.: «Sì, sì. Bene! Guardiamo meglio il tuo disegno, che hai fatto?».

G.: «Sì! Ho disegnato questo (indica il rettangolo) e poi le palline».

Ins.: «Ok. Come le hai disegnate queste palline? Come le hai messe sul rettangolo? Me lo spieghi? Ti va?».

G.: «Ho contato e poi le ho disegnate».

- Ins.: «Brava! Guardiamo adesso assieme il mattoncino blu».
- G.: «Va bene» (prende il mattoncino in mano, guarda poi l'insegnante e il disegno).
- Ins.: «Mi hai detto che le hai contate, vero? Quante sono le punte nel mattoncino?».
- G.: «6 (senza guardare il mattoncino), tutte vicine».
- Ins.: «Sei sicura?».
- G. annuisce.
- Ins.: «Le contiamo insieme?».
- G.: (riprende in mano il mattoncino posto sul banco e dopo aver contato correttamente) «Dodici».
- Ins.: «Ah sono dodici? ...» (sorridente).
- G.: «Sì!» (sorridente soddisfatta).
- G.: «Qui – indicando solo la prima fila – sono sei. Io ne avevo viste sei».
- Ins.: «E come mai?».
- G.: «Erano sei (ridendo), ci sono stata attenta».
- Ins.: «Sì, secondo me sei stata attenta infatti, come eri seduta quando hai disegnato in classe? Dove era messo il mattoncino?».
- G.: «Ero accanto a Dario ... quasi davanti a me ...».
- Ins.: «Sei stata brava allora, ne vedevi solo sei da lì?».
- G.: «Sì, ora no, però no ...».

Dal dialogo si nota come Giulia abbia nel suo disegno deciso opportunamente di rappresentare solo la prima fila. È stata una sua scelta, volontaria, dettata dalla sua visione spaziale in relazione alla posizione tenuta in sezione durante l'azione del disegno. Il suo «quasi davanti a me ...» sembra poi motivare lo scarto tra la reale posizione delle punte del mattoncino osservato in sezione e quello disegnato in modo "distorto". Le punte sono infatti tutte allineate a sinistra della base.

Ins.: «Proviamo a fare un altro disegno? Che ne dici? Ti va?».

Giulia, accettando contenta l'invito dell'insegnante evidenzia una nuova rappresentazione figurale (riportata sotto), «diversa», «più dall'alto ma non da sopra», «con sei punte» (come lei stessa dichiara).

Per svolgere il compito proposto non guarda il mattoncino Lego posto sul banco. Nonostante sia invogliata più volte dalla maestra a manipolare lo stesso mattoncino, va spedita. «Ho capito come fare! Non c'è bisogno!».

Nel nuovo disegno (Figura 6) che riproduce in un altro foglio bianco, il rettangolo questa volta è più regolare e le punte, anche se sono 14 e non 12, vengono distribuite equamente sul lato superiore del rettangolo.



Figura 6
Seconda rappresentazione del mattoncino blu da parte di Giulia.

Questo disegno evidenzia un maggiore controllo da parte di Giulia della relazione tra gli oggetti geometrici presenti nella "nuova" rappresentazione figurale e la loro posizione spaziale.

Guardando alla terna *Spazio, ordine e misura*, Giulia sembra dimostrare con il nuovo disegno una competenza che prima non aveva mostrato.

Il cambio di punto di vista mette infatti in evidenza un elemento che in precedenza era del tutto assente: il parallelismo tra le file. Questo è adesso corretto.

Come nel caso di Dario, il "gioco di cambio di visuale" qui proposto ha permesso al disegno di rivelarsi come strumento diagnostico, capace di permettere all'insegnante una valutazione più precisa delle competenze visuo-spaziali di Giulia. Una maggiore competenza che si ritrova, ad esempio, nella comparsa dell'aspetto prospettico che sembra essere proposto da Giulia, in questo secondo disegno, attraverso la netta separazione dei 14 cerchietti sul lato lungo del rettangolo. Tale ipotesi viene anche confermata successivamente. Alla richiesta della maestra di spiegare il perché di tale nuova rappresentazione (definita da Giulia «più dall'alto ma non sopra») Giulia risponde: «ne ho messi 7 dentro e 7 fuori il rettangolo, così si vede meglio, come se è da lontano un po' sollevato».

In accordo con Luquet (2001) il protocollo di Giulia e la sua argomentazione (seppur scorretta nella forma) mostrano in questo caso un "effetto di profondità" dato dai segni e dagli spazi figurati gestiti dalla bambina che è ancora incerto, ma c'è!

A differenza di quanto visto sul disegno di Dario, questo secondo disegno di Giulia mostra delle sovrapposizioni di più elementi legati a punti di vista diversi che fanno immaginare uno stadio di *realismo mancato* più avanzato di quanto si poteva immaginare analizzando solo il primo disegno.

Particolare interessante di questo secondo protocollo è poi la presenza all'interno del primo cerchietto (disegnato sulla sinistra) di un cerchietto concentrico, più piccolo. Il prosieguo dell'intervista rivela, su questo particolare, un'autocorrezione da parte di Giulia che, resasi conto di aver inizialmente sbagliato le dimensioni del primo cerchietto, in relazione alla lunghezza del lato lungo del rettangolo, ha rimediato subito all'inesattezza di misura commessa, ingrandendo il cerchietto, in modo tale da "ricoprire" tutto il lato lungo del rettangolo come effettivamente si rileva sul mattoncino blu.

Quanto detto sin qui, grazie all'analisi dei protocolli di Dario e Giulia, ci permette di ribadire, ancora una volta, quanto sia stato importante per l'insegnante e per noi ricercatori, in termini di valutazione di competenza dei bambini coinvolti, guardare attraverso una lente di tipo matematico ai disegni da loro prodotti e successivamente discussi e reinterpretati alla luce di possibili cambi di visione spaziale. Grazie all'uso di "occhiali diversi", come detto da un bambino intervistato, si sono potuti osservare processi e competenze differenti.

Sia per Dario che per Giulia, infatti, il trattamento della forma espressiva legata al cambio di visuale e il ricorso parallelo ad altre forme comunicative, rintracciate sperimentalmente nei bambini, come il linguaggio naturale e quello gestuale ha permesso un migliore approfondimento delle loro conoscenze, delle loro abilità grafiche e delle loro competenze aritmetico-geometriche.

5.3. I mattoncini blu e rosso di Gabriele

L'immagine riportata sotto (Figura 7), a differenza di quanto mostrato fino ad ora, contiene due disegni. Quello in basso è stato fatto da Gabriele in classe (fase 3 del

percorso sperimentale), l'altro, quello più in alto, si riferisce invece a quello prodotto, sempre da Gabriele, durante l'intervista (fase 4) riportata, seppur in parte, di seguito.



Figura 7
Prima e seconda rappresentazione del mattoncino blu da parte di Gabriele.

Come nei casi precedenti, infatti dopo aver discusso con Gabriele sulla numerosità effettiva dei cerchietti del mattoncino (16 e non 12), la disposizione spaziale degli stessi e lo scarto rispetto all'oggetto reale, il bambino, nella fase 4, ha chiesto di ridisegnare il mattoncino blu mantenendo lo stesso foglio utilizzato precedentemente in classe per (come dichiara durante l'intervista) «guardare anche il disegno “di prima”, per migliorare».

Osservando parallelamente i due disegni, si osserva come nel “secondo” (quello riportato sul foglio, più in alto), le punte siano rimaste in numero errato (14 e non 12) e come, nonostante la corretta relazione spaziale tra le file di cerchietti, forse in virtù del cambiamento del punto vista usato da Gabriele nell'osservare il mattoncino posto davanti a sé durante l'intervista, sia sparito l'approccio alla visione prospettica che si intravedeva invece nella prima rappresentazione proposta in sezione.

Osservata questa differenza di rappresentazione, l'insegnante prova ad approfondire con Gabriele il perché di questi spazi “vissuti” in modo diverso nelle due rappresentazioni.

(...)

Ins.: «Ma questi due disegni sono diversi?».

G.: «Sì, non proprio però».

Ins.: «Perché, mi puoi spiegare meglio?».

Gabriele nel rispondere a questa domanda dimostra una competenza di alto livello ed esplicita:

G.: «I disegni sono diversi perché ... (pausa di silenzio) ... Qui ho disegnato solo il pezzetto blu delle costruzioni di sopra (indica la figura in alto) ... Dovevo farlo più dritto. Qui avevo disegnato il mattoncino. (indica la figura in basso). Vedi?».

Le parole di Gabriele sottolineano ancora una volta come il trattamento operato sulla rappresentazione figurale realizzata in sezione gli abbia permesso di arricchire, in seconda battuta durante l'intervista, il disegno dell'oggetto, migliorando l'aspetto conoscitivo dello stesso (Duval & Godin, 2005).

L'analisi del disegno prodotto dal bambino evidenzia un comportamento “comples-

so" che mostra più strategie messe in atto per rappresentare l'oggetto tridimensionale richiesto. Da un lato infatti prevale una visione più frontale, dall'altro si ritrova la sovrapposizione di più elementi legati a punti di vista diversi che viene usata da Gabriele per dare al disegno un certo effetto di profondità, ancora lacunoso ma presente. Il riconoscimento delle scelte di rappresentazione figurale dell'oggetto, richiesto dall'insegnante durante l'intervista, non ha prodotto ciò che ci si aspettava (relativamente alla numerosità dei cerchietti che sono rimasti in quantità scorretta) ma ha permesso di scoprire un aspetto interessante relativo alle abilità visuo-spaziali di Gabriele, sulle quali in seguito l'insegnante di classe ha lavorato in fase di potenziamento.

Il disegno riportato sotto (**Figura 8**) fa riferimento alla rappresentazione figurale del mattoncino "trapezoidale" rosso disegnato da Gabriele in sezione (durante la fase 5).

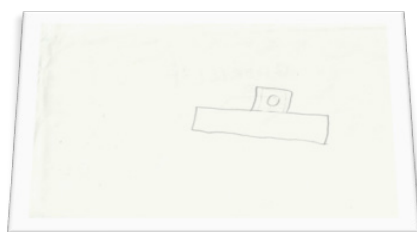


Figura 8
Prima rappresentazione
del mattoncino rosso da
parte di Gabriele.

Nel disegno posto a centro pagina si ritrova una forma rettangolare molto semplice sulla quale è posto un rettangolino più piccolo con un cerchietto all'interno. Nella forma disegnata sono del tutto assenti i lati obliqui, le «pendenze» (termine usato dai bambini in sezione in fase di descrizione dei disegni da loro prodotti), del mattoncino rosso.

Il cerchietto posto al centro sembra mettere in evidenza un cambio di punto di vista che però si mostra come "confuso".

Se nel caso della rappresentazione del mattoncino blu, discussa prima, Gabriele evidenziava una competenza proto-matematica relativa al controllo simultaneo (seppur lacunoso per certi versi) della terna *Spazio, ordine e misura* in relazione all'oggetto tridimensionale, in questo caso, invece, sembra quasi che davanti ad un oggetto più complesso lo sforzo cognitivo sia tanto più difficile quanto più semplice e lacunosa è la rappresentazione figurale che ne deriva. Anche se Gabriele nel disegnare il mattoncino rosso usa simultaneamente due punti di vista diversi (confermando le sue abilità nel saper fare ciò), la rappresentazione risultante è in questo caso molto semplificata rispetto a quanto prodotto in precedenza. Questo sembra confermare ancora una volta gli studi di prospettiva di Greig (2000) che, ribadiamo, sottolineano come davanti a compiti cognitivi più complessi (in questo caso meno "naturali", su oggetti "poco noti"), in molti casi, a causa di una più fragile "veduta" del bambino, il disegno tridimensionale venga semplificato in funzione delle competenze del bambino stesso.

Durante l'intervista proposta nella sesta fase, l'insegnante gli ripropone il disegno lasciando a sua disposizione il mattoncino "trapezoidale", posto sul banco.

Ins.: «Gabriele mi descrivi il tuo disegno?».

Ga.: «Ti piace?».

Ins.: «Sì, è bello! Me lo descrivi?».

Ga.: «Sì!» (mostra entusiasmo).

Ga.: (Gabriele descrive il suo disegno in modo molto lacunoso, dopo un po' prende in mano il mattoncino rosso posto sul banco ed esclama) «È questo quello che ho disegnato!».

Ins.: «Queste (indicando i due lati piccoli del rettangolo rappresentato nel suo disegno) e queste (toccando i due lati obliqui del mattoncino rosso) sono uguali?».

Ga.: «No» (tocca il mattoncino e rimane in silenzio).

Ins.: «Come sono queste (facendo scorrere il dito sui due lati più corti del rettangolo più piccolo rappresentato nel suo disegno)?».

Ga.: «Sono così» (e fa un gesto della mano destra ponendola in direzione verticale, con le dita rivolte verso l'alto).

Ins.: «E nel mattoncino? ...».

Ga.: «Così (posiziona le manine come se stesse pregando ma in posizione più obliqua e rimane in silenzio) ...».

Ga.: «Vuoi sapere perché ho messo il cerchietto al centro?».

Ins.: «Sì, dimmi. Perché?».

Ga.: «Questo cerchietto sta sopra, vedi?» (indica il mattoncino rosso).

Ins.: «Bene! E dei lati che cosa mi puoi dire? Perché li hai disegnanti così?».
(Lunga pausa di silenzio, circa 1 minuto).

Ga.: «Lo disegno di nuovo? Posso?».

Ins.: «Certo, se ti va!».

Ga.: «Sì!» (mostra di nuovo entusiasmo nel disegnare).

Ins.: «Ok. Come possiamo fare? Io ti guardo, ok?».

Ga.: «Mmm (ci pensa su, sembra non avere un'idea precisa, poi esclama) ho capito, posso farlo come lo scivolo!».

Ins.: «Vero? Perché?».

Ga.: «Guarda (indica uno dei lati obliqui del mattoncino), da qui si scivola!».

Gabriele prende in mano la matita e disegna sul foglio il suo "nuovo" mattoncino trapezoidale. Sembra più sicuro, va spedito nel tratto.

Il trattamento operato (riportato accanto) mette in evidenza un disegno simile al primo ma con una caratteristica in più: «questo ha la forma dello scivolo e questo pure» (indicando i due lati dell'oggetto tridimensionale).



Figura 9
Seconda rappresentazione del mattoncino rosso da parte di Gabriele.

Anche in questo caso le operazioni di conversione tra i diversi registri semiotici, proposti durante l'intervista (gesti, parole, disegni), hanno permesso a Gabriele di interiorizzare meglio la forma tridimensionale proposta e rappresentarla prestando

attenzione a maggiori dettagli rispetto a quanto tracciato in sezione.

Terminato il disegno Gabriele inizia autonomamente a interpretarlo immaginando altri oggetti con la "stessa" rappresentazione: «è come il tetto senza punta», «il cappello di papà», «la gomma della maestra Maria» ecc.

Ins.: «Questo cerchietto dove si trova nel mattoncino rosso?».

Ga.: «Qui (indica correttamente quanto richiesto sul mattoncino posto sul banco). Vedi?».

Ins.: «Sì».

Ga.: «È difficile. Il mattoncino blu era più bello da disegnare! Con questo non ci avevo mai giocato!».

Ins.: «È vero, hai ragione. Sei stato bravissimo!».

Il punto di vista utilizzato per rappresentare l'oggetto tridimensionale è nuovamente mischiato. In Gabriele la visione frontale, predominante, si somma ad una visione diversa che nel disegno si rintraccia nella presenza di più facce visibili contemporaneamente (come quella relativa al quadratino posto sopra il rettangolo e il cerchietto interno ad esso). Il disegno risultante è giustamente ancora disorganico; ciò però non deve sorprendere vista l'età di Gabriele e, come detto anche prima, il notevole carico cognitivo richiesto in questo caso al bambino.

6 Conclusioni

I risultati ottenuti, considerando il numero esiguo di bambini, non vogliono avere alcun carattere di generalità. Mettono comunque in evidenza dei comportamenti che, in relazione alla letteratura, sembrano essere significativi per il mondo della ricerca e della scuola.

Condividendo l'importanza di guardare, attraverso una lente di tipo matematico, ai disegni prodotti dai bambini e considerarli come strumento diagnostico per analizzare conoscenze, abilità e competenze inerenti la terna *Spazio, ordine e misura* (D'Amore & Sbaragli, 2003; D'Amore et al., 2004), l'obiettivo di rispondere alle tre domande di ricerca, ha permesso di interpretare i dati raccolti in riferimento non soltanto alla richiesta di rappresentare con un disegno due mattoncini Lego di forme differenti e di complessità crescente, ma anche ad una descrizione successiva operata dagli stessi bambini finalizzata all'identificazione delle caratteristiche del loro disegno, alla luce del punto di vista di osservazione e del "rintracciare" eventuali scarti di rappresentazione nella relazione tra l'oggetto reale e quello 2D. I trattamenti e le conversioni (Duval, 1998) operate in ambito sperimentale hanno mostrato diverse strategie di comportamento e quindi diversi livelli di competenza dei bambini, legati sia alla rappresentazione di un oggetto tridimensionale su un piano bidimensionale in relazione a punti di vista osservativi differenti, sia alle competenze argomentative relative al linguaggio naturale registrato durante le interviste.

Tutti i protocolli raccolti hanno evidenziato, in accordo con Vighi (2016), la concezione da parte dei bambini della scuola dell'infanzia dello spazio come "non indipendente"; in molti casi risultano evidenti le difficoltà riscontrate a questa età in merito alla complessa relazione tra l'oggetto geometrico conosciuto, il disegno che

lo raffigura e ciò che quel disegno per il bambino rappresenta. Relazione che è stata in qualche caso (Gabriele, ad esempio) migliorata, favorendo un arricchimento del disegno dell'oggetto e dell'aspetto conoscitivo dello stesso al variare del punto di vista osservativo.

L'analisi dei disegni prodotti dai bambini ha inoltre confermato quanto discusso in letteratura da parecchi autori (Bianchi, 2006; Cox, 1978, 1985; Luquet, 2001; Sbaragli, 2006; Vighi, 2008) relativamente a compiti cognitivi differenti ma sempre associati a rappresentazioni di oggetti e figure bidimensionali e tridimensionali. Nei disegni raccolti sono state infatti rintracciate rappresentazioni legate a più visioni del solido Lego, da quella frontale a quella quasi prospettica nella quale, anche se in modo lacunoso o del tutto errato, si evidenziava la presenza di più facce visibili contemporaneamente o la sovrapposizione di più elementi legati a punti di vista diversi. In molti casi i concetti geometrici di parallelismo e profondità sono risultati incerti, ciò però non deve sorprendere vista l'età dei bambini e la fase del *realismo mancato* (Luquet, 2001) nella quale tutti o quasi tutti si trovavano.

Riferendoci in modo specifico alla seconda domanda di ricerca, i risultati raccolti sembrano confermare gli studi di Greig (2000): tutti i bambini davanti ad un compito cognitivo più complesso come quello del disegno del mattoncino "trapezoidale" rosso mostrano disegni molto semplificati nei quali spesso i dettagli rimangono nascosti anche se percepiti a livello manipolativo (come nel caso di Gabriele).

Riteniamo che le analisi qui discusse possano risultare interessanti per gli insegnanti di scuola dell'infanzia ed elementare che vogliono approfondire il ruolo del disegno come forma espressiva di conoscenze, abilità e competenze visuo-spaziali (D'Amore, Godino, Arrigo & Fandiño Pinilla, 2003).

Guardando poi all'insegnamento/apprendimento della matematica in un'ottica verticale che abbracci tutti i gradi scolastici, riteniamo che le considerazioni qui esposte possano essere un buono spunto di riflessione per i ricercatori in didattica della matematica per future indagini teorico/sperimentali sullo sviluppo del pensiero geometrico in tutte le sue forme (guardando ad esempio al modello di Van Hiele, 1986) dalla scuola dell'infanzia a contesti universitari vari.

In questa sede, per brevità, non abbiamo inoltre approfondito l'aspetto relativo all'analisi semiotica dei gesti messi in evidenza dai bambini durante la sperimentazione; ci ripromettiamo di farlo in futuro guardando anche alla possibilità di trasporre la stessa esperienza didattica alla scuola primaria.

Ringraziamenti

Si ringrazia l'insegnante Domenica Mondino che ha condotto in classe in modo puntuale e rigoroso il percorso sperimentale qui discusso.

Bibliografia

- Angeli, A., D'Amore, B., Di Nunzio, M., & Fascinelli, E. (2011). *La matematica dalla scuola dell'infanzia alla scuola primaria*. Bologna: Pitagora.
- Anning, A., & Ring, K. (2004). *Making sense of children's drawings*. McGraw-Hill Education (UK).
- Arrigo, G., & Sbaragli, S. (2004). Salviamo la geometria solida! Riflessioni sulla geometria dall'infanzia alle superiori. In B. D'Amore & S. Sbaragli (A cura di), *Il grande gioco della Matematica. Atti del II Convegno omonimo* (pp. 3-17). Lucca: Formarete.

- Bartolini Bussi, M. G. (2008). *Matematica: i numeri e lo spazio*. Bergamo: Junior.
- Bartolini Bussi, M. G., & Boni, M. (1995). Analisi dell'interazione verbale nella discussione matematica: un approccio vygotkiano. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 18(3), 221-256.
- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking, *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 2, 843-908.
- Bianchi, D. (2006). *Disegnatori si nasce e si diventa*. Ticino: Centro didattico cantonale.
- Brousseau, G. (1999) Research in Mathematics Education: Observation and ... Mathematics. In I. Schwank (Ed.), *European Research in Mathematics Education I, Proceedings of the First Conference of the European Society for Mathematics Education*, Vol. 1 (pp. 34-48). Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.
- Cherney, I. D., Seiwert, C. S., Dickey, T. M., & Flichtbeil, J. D. (2006). Children's drawings: A mirror to their minds. *Educational Psychology*, 26, 127-142.
- Clements, D. H. (2004). Geometric and spatial thinking in early childhood education, *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*, 267-297.
- Cottino, L., & Sbaragli, S. (2005). *Le diverse "facce" del cubo*. Roma: Carocci.
- Cox, M. V. (1978), Spatial depth relationships in young children's drawings. *Journal of Experimental child psychology*, 26, 551-554.
- Cox, M. V. (1985). One object behind another: young children's use of array-specific or view-specific representations. In N. H. Freeman & M. V. Cox (Eds.), *Visual order: The nature and development of pictorial representation* (pp. 188-200). Cambridge: Cambridge University Press.
- D'Amore, B. (2000). "Concetti" e "oggetti" in Matematica. *Rivista di matematica dell'università di Parma*. (6)3, 143-151.
- D'Amore, B. (2006). Oggetti matematici e senso. Le trasformazioni semiotiche cambiano il senso degli oggetti matematici, *La matematica e la sua didattica*, 4, 557-583.
- D'Amore, B. (2015). Arte e matematica. *Metafore, analogie, rappresentazioni, identità tra due mondi possibili*. Bari: Dedalo.
- D'Amore, B., & Di Paola, B. (2016). Dialogo sulla matematica nella scuola dell'infanzia. In B. D'Amore & S. Sbaragli (A cura di), *La matematica e la sua didattica, Convegno del trentennale*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore, B., Di Paola, B., Fandiño Pinilla, M. I., Monaco, A., Bolondi, G., & Zan, R. (2014). *La didattica della matematica: strumenti per capire e per intervenire*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M. I., Gabellini, G., Marazzani, I., Masi, F., & Sbaragli, S. (2004). *Infanzia e matematica. Didattica della matematica nella scuola dell'infanzia*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore, B., Godino, D. J., Arrigo, G., & Fandiño Pinilla, M. I. (2003). *Competenze in matematica*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore, B., & Sbaragli, S. (2011). *Principi di base di didattica della matematica*. Bologna: Pitagora.
- Della Sala, S. (2016). *Le neuroscienze a scuola: Il buono, il brutto e il cattivo*. Firenze: Giunti.

- Di Leo, J. H. (1981). *I disegni dei bambini come aiuto diagnostico*. Firenze: Giunti.
- Di Paola, B., Manno, G., Scimone, A., & Sortino, C. (2007). *La Geometria, una guida ai suoi contenuti e alla sua didattica*. Palermo: Palumbo Editore.
- Di Paola, B. (2016). Why Asian children outperform students from other countries? Linguistic and parental influences comparing Chinese and Italian children in Preschool Education. *IEJME-Mathematics Education*, 11(9), 3351-3359.
- Di Paola, B., Battaglia O. R., & Fazio C. (2016). Non-hierarchical clustering as a method to analyse an open-ended questionnaire on algebraic thinking. *South African Journal of Education*, 36(1) (pp. 1-13). Disponibile in <http://dx.doi.org/10.15700/saje.v36n1a1142> (consultato il 14.05.2018).
- Di Paola, B., & Ruisi, M. (2016). I bambini si raccontano: soddisfazioni, paure e aspettative della loro scuola. In B. D'Amore (A cura di), *La matematica e la sua didattica, Convegno del trentennale. Atti del Convegno Nazionale "Incontri con la matematica"* (pp. 67-70). Bologna: Pitagora Editrice.
- Donaldson, M. C. (2010). *Come ragionano i bambini*. Milano: Springer.
- Duval, R. (1998). Signe et objet (I). Trois grandes étapes dans la problématique des rapports entre représentations et objet. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 6, 139-163.
- Duval, R., & Godin, M. (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures, *Grand N*, 76, 7-27.
- Fandiño Pinilla, M. I. (2008). *Molteplici aspetti dell'apprendimento della matematica*. Trento: Erickson.
- Gallese, V. (2014). Arte, Corpo, Cervello: Per un'Estetica Sperimentale. *Micromega*, 2, 49-67.
- Greig, P. (2000). *L'enfant et son dessin. Naissance de l'art et de l'écriture*. Ramonville Saint-Agne: Erès.
- Lowenfeld, B. (1947). Psychological aspects of blindness. *Outlook for the blind and the teachers forum*, 41(2), 31-36.
- Luquet, G. H. (2001) *Children's Drawings* (translated by A. Costall), London: Free Association Books (original book published 1927- Le dessin enfantin).
- MIUR. (2012). *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*. Roma. Disponibile in http://www.indicazioninazionali.it/wp-content/uploads/2018/08/Indicazioni_Annali_Definitivo.pdf (consultato il 14.05.2018).
- MIUR. (2018). *Indicazioni nazionali e nuovi scenari. Documento a cura del Comitato Scientifico Nazionale per le Indicazioni Nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione*. Roma. Disponibile in <http://www.miur.gov.it/documents/20182/0/Indicazioni+nazionali+e+nuovi+scenari/3234ab16-1f1d-4f34-99a3-319d892a40f2> (consultato il 23.05.2018).
- Montone, A. (2013). Dallo spazio, al piano, allo spazio: dalla casa al suo arredo, dalla casa al villaggio per giocare. In C. Cateni, C. Fattori, R. Imperiale, B. Piochi & P. Vighi (A cura di), *"...per piacere, voglio contare..."*. *Difficoltà, disturbi di apprendimento e didattica della matematica*, Vol. 1 (pp. 149-160). Bologna: Pitagora.
- Montone, A., Pertichino, M., & Ancona, R. L. (2005). Street games for the acquisition of spatial orientation in Primary School. In J. Novotna (Ed.), *SEMT 2005 International Symposium Elementary Math Teaching* (pp. 66-70). Prague: Univerzita Karlova v Praze – Pedagogická fakulta.

- Morino Abelle, F. (1970). *Interpretazioni psicologiche del Disegno Infantile*. Firenze: Edizioni OS.
- Morra, S. (2005). Cognitive aspects of change in drawings: A neo-Piagetian theoretical account. *British Journal of Developmental Psychology*, 23, 317-341.
- Moss, J., Hawes, Z., Naqvi, S., & Caswell, B. (2015). Adapting Japanese Lesson Study to enhance the teaching and learning of geometry and spatial reasoning in early years classrooms: a case study. *ZDM*, 47(3), 377-390.
- Oliverio Ferraris, A. (1978). *Il significato del disegno infantile*. Torino: Boringhieri, Torino.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1967). *The child's concept of space*. New York: Norton.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1971). *Mental imagery in the child*. London: Routledge, Kegan Paul.
- Pontecorvo, C. (1992). *Un curriculum per la continuità educativa dai quattro agli otto anni*. Firenze: La Nuova Italia.
- Jolley, R. P., & Rose, S. E. (2008). The relationship between production and comprehension of representational drawing. In C. Milbrath & H. M. Trautner (Eds.), *Children's Understanding and Production of Pictures, Drawings, and Art* (pp. 207-235). Cambridge: Hogrefe and Huber Publishers.
- Sbaragli, S. (2005). L'importanza delle diverse rappresentazioni semiotiche. Il caso degli enti primitivi della geometria. *Bollettino dei docenti di matematica*, 50, 69-76.
- Sbaragli, S. (A cura di). (2006). L'armonizzazione degli aspetti figurali e concettuali. *La Matematica e la sua Didattica, vent'anni di impegno. Atti del Convegno Internazionale omonimo, Castel San Pietro Terme, 23-09-2006* (pp. 257-260). Roma: Carocci.
- Sbaragli, S., & Mammarella, I. (2011). Insegnare e apprendere la geometria. *Difficoltà in Matematica*, 8, 65-82.
- Speranza, F. (A cura di). (1997). Alcuni nodi concettuali a proposito dello spazio. In *Scritti di Epistemologia della Matematica* (pp. 129-140). Bologna: Pitagora.
- Tallandini, M.A., & Valentini, P. (1990). Lo sviluppo del disegno infantile: teorie stadiali. *Età evolutiva*, 37, 92-105.
- Van Hiele, P. (1986). *Structures and Insight. A theory of Mathematics Education*. London: Academic Press.
- Vighi, P. (2016). Arte e pensiero geometrico nella Scuola dell'Infanzia. In M. Iori (A cura di), *La Matematica e la sua Didattica - Mathematics and Mathematics Education - In occasion of the 70 years of Bruno D'Amore* (pp. 513-523). Bologna: Pitagora.
- Vighi, P. (2008). Dall'osservazione alla formazione dei concetti: guarda ... gioca, guarda... impara. In B. D'Amore & S. Sbaragli (A cura di), *Didattica della Matematica e Azioni d'Aula* (pp. 89-96). Bologna: Pitagora.

Autori/Benedetto Di Paola* e Antonella Montone*

*Dipartimento di Matematica e Informatica – Università degli Studi di Palermo, Italia

• Dipartimento di Matematica – Università degli Studi di Bari Aldo Moro, Italia

benedetto.dipaola@unipa.it, antonella.montone@uniba.it

