

Allegato 1

PRETEST LABORATORIO MATEMATICA 2015

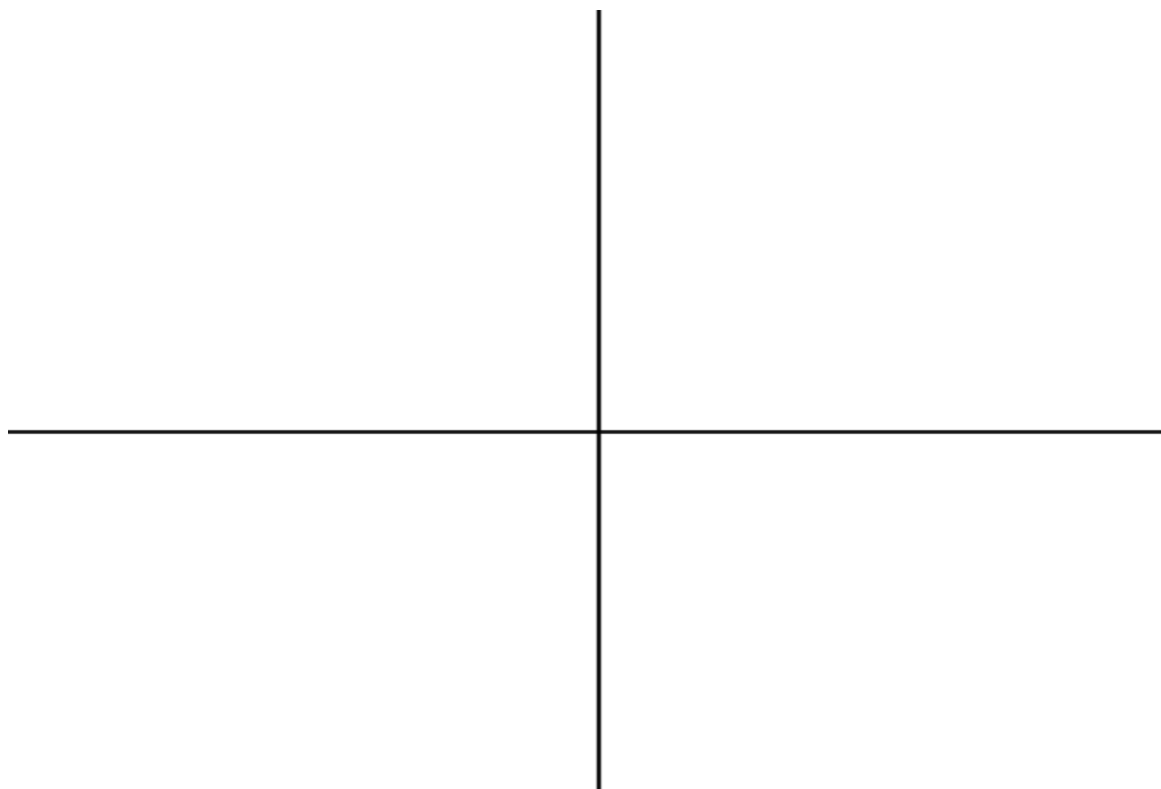
Nome: _____ Cognome: _____

1) Trova due numeri consecutivi la cui somma sia 33. Spiega a parole tue il ragionamento che ti ha portato a scegliere i due numeri:

2) Individua sul piano cartesiano le seguenti coppie di punti (x,y):

suggerimento: definisci tu stesso un'unità di misura lungo l'asse x e lungo l'asse y.

x	-3	-2	-1	0	$\frac{1}{2}$	2	3
y	3	$-\frac{1}{3}$	0	2	$-\frac{3}{2}$	1	-1



3) Dove possibile, fattorizza i seguenti polinomi reali, mostrando il tuo procedimento risolutivo:

- $x^2 + 4$

- $x^2 - 3x + 2$

- $(x - 1)^2 - 4$

4) Rappresenta su una retta numerica tutti i numeri reali x tali che $x \geq 1$:

- Rappresenta su una retta numerica tutti i numeri reali x tali che $-\frac{5}{3} \leq x < 2$:

5) Risolvi le seguenti equazioni e disequazioni, mostrando il tuo procedimento risolutivo:

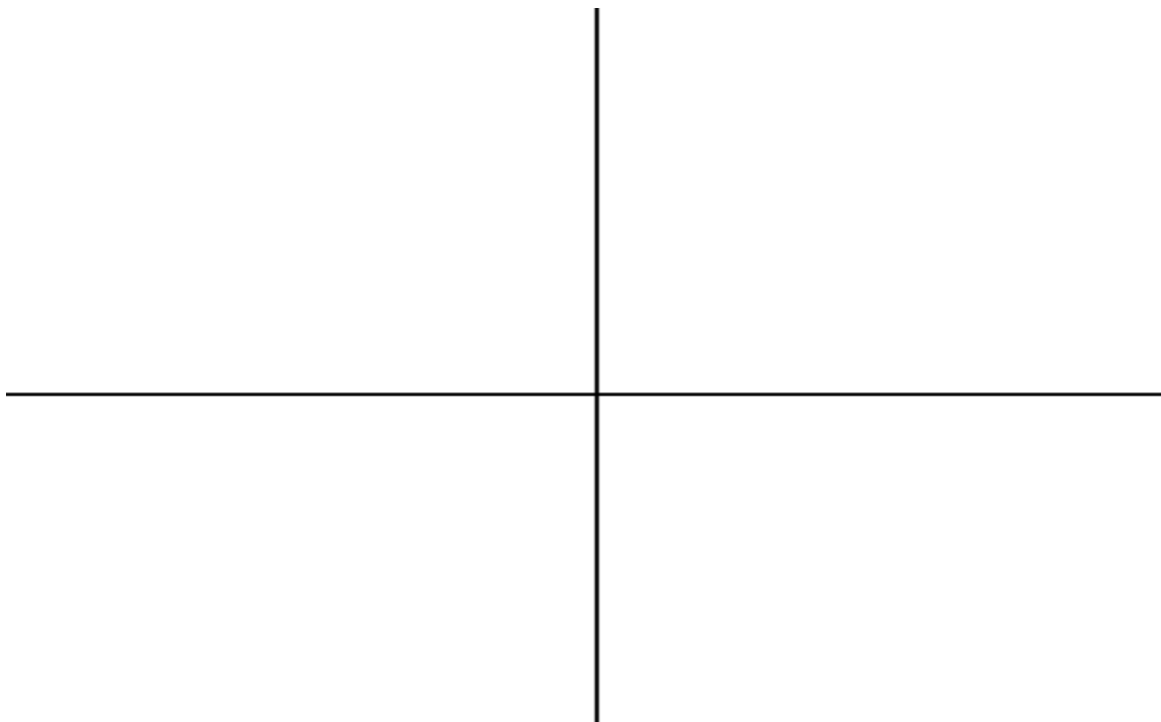
- $2(x + 1) - 3x = 2x - 1 - 3(x - 1)$

- $\frac{5}{2}x + 5 = 3x - \frac{3}{2}x - 5$

- $12(x - 3) + 8x = 10(2x + 5)$

- $2x + (x - 1)^2 > x^2$

6) Disegna le seguenti rette di equazione: $2x - 3y = 5$ e $x + y = 2x - 1$ e trova le coordinate del punto di intersezione tra le due rette (puoi usare sia un metodo algebrico che geometrico).



7) L'età di un padre è 4 volte l'età di suo figlio. Se la somma delle loro età è maggiore di 60 anni, quanti anni sicuramente potranno avere il padre e il figlio?

Il papà ha certamente più di _____, mentre il figlio ha certamente più di _____.

8) Risolvi le seguenti equazioni mostrando il tuo procedimento risolutivo:

- $\frac{3x-2}{2} = x^2 - 2$

- $(x - 1)(x + 3) = 3x^2 - 3$

9) Un'impresa edile sta lavorando su di un'area rettangolare di 2592 m^2 , avente una lunghezza doppia rispetto alla larghezza. Dovendo recintare il perimetro, di quanti metri di recinzione avrà bisogno?

Allegato 2

1° attività

Nome: _____ Cognome: _____ Ruolo: _____

Nome: _____ Cognome: _____ Ruolo: _____

Nome: _____ Cognome: _____ Ruolo: _____

Introduzione:

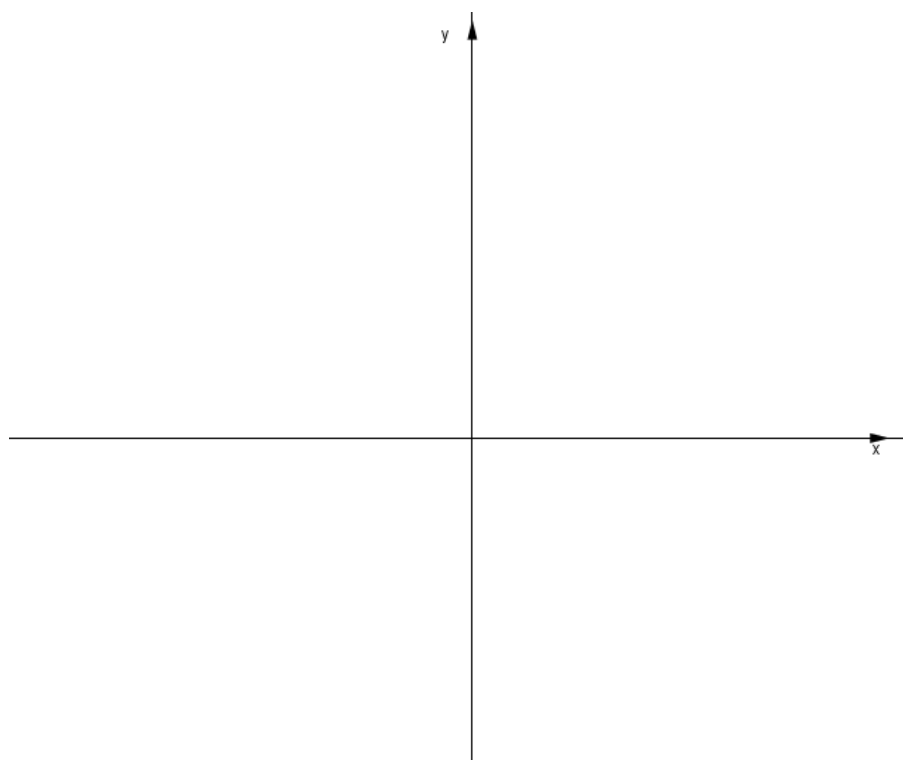
L'obiettivo di questa prima attività è di rivedere alcuni degli esercizi del pretest che sono risultati più "ostici". Discutetene insieme senza timore, ma rispettando i ruoli assegnati!

Attività:

1) Individuate sul piano cartesiano le seguenti coppie di punti (x,y):

suggerimento: definite voi stessi un'unità di misura lungo l'asse x e lungo l'asse y.

x	-2	$\frac{1}{2}$
y	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{3}{2}$



2) E' possibile fattorizzare il seguente polinomio reale? Motivate la vostra risposta.

- $x^2 + 4$

3) Rappresentate su una retta numerica tutti i numeri reali x tali che $x \geq 1$:

- Rappresentate su una retta numerica tutti i numeri reali x tali che $-\frac{5}{3} \leq x < 2$:

4) Cosa vuol dire risolvere un'equazione/disequazione?

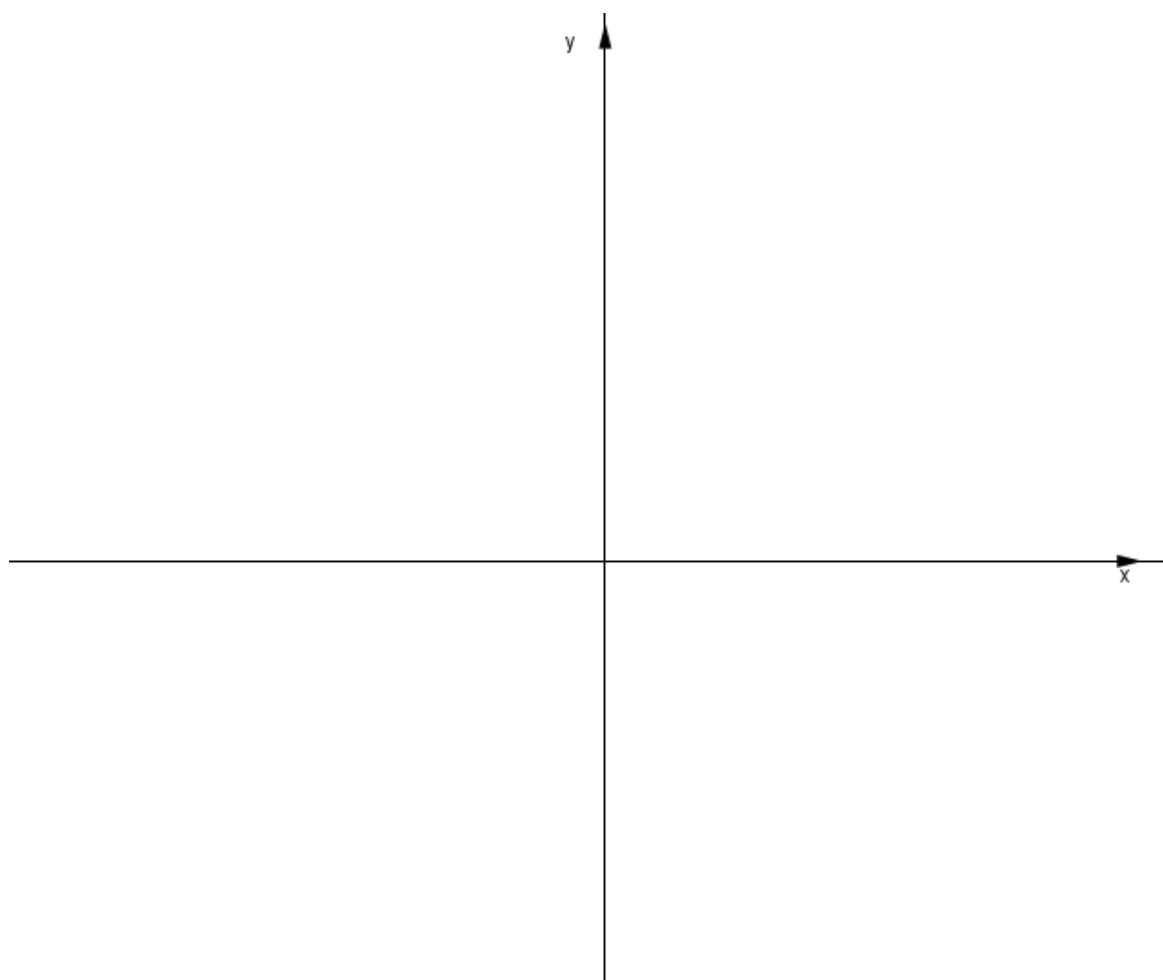
Una volta risposto a questa domanda, risolvete le seguenti equazioni e disequazioni, motivando la vostra soluzione finale a parole:

- $2(x + 1) - 3x = 2x - 1 - 3(x - 1)$

- $12(x - 3) + 8x = 10(2x + 5)$

- $2x + (x - 1)^2 > x^2$

5) Disegnate le seguenti rette di equazione: $2x - 3y = 5$ e $x + y = 2x - 1$. Qual è il procedimento più semplice per disegnare una retta sul piano cartesiano?



Allegato 3

2° attività

Nome: _____ Cognome: _____ Ruolo: _____

Nome: _____ Cognome: _____ Ruolo: _____

Nome: _____ Cognome: _____ Ruolo: _____

Introduzione:

Lo spazio di frenata è la distanza che un veicolo percorre dal momento in cui inizia a frenare sino all'arresto completo.

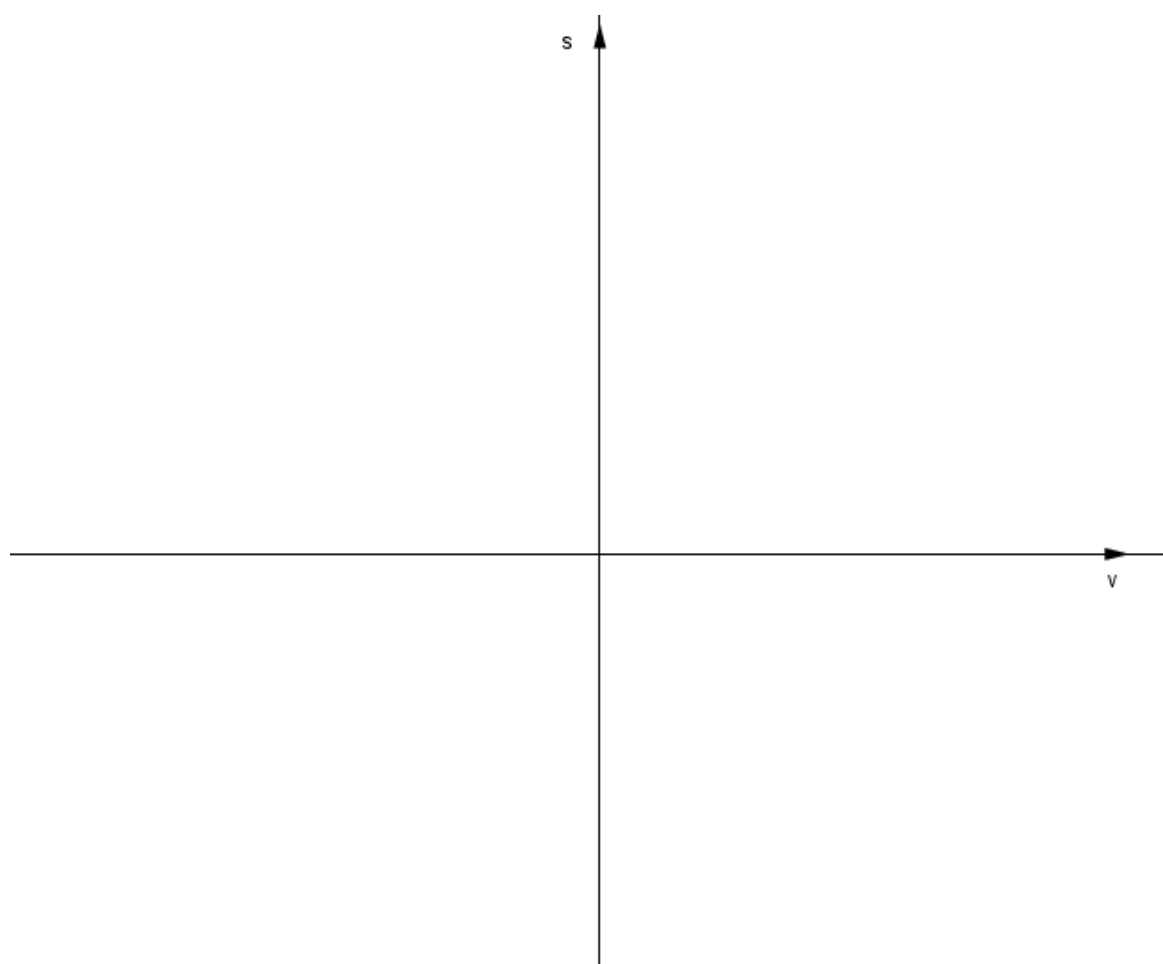
Se un veicolo è in buone condizioni e viaggia su una strada asciutta, la distanza di frenata "s" può essere calcolata con la seguente formula: $s(v) = \frac{v^2}{200}$ dove "v" è la velocità della vettura quando comincia a frenare (NOTA BENE: la relazione espressa va considerata solo numericamente, senza dar conto delle unità di misura in gioco!).

Attività:

1) Completate la seguente tabella inserendo i valori della distanza di frenata s (arrotondati per eccesso), calcolati seguendo la formula precedente e rispetto ai diversi valori di velocità v presentati.

v (km/h)	s (m)
0	0
10	...
20	...
30	...
40	8
50	13
60	...
70	25
80	...
90	...
100	50

2) Volendo rappresentare un grafico della relazione tra la velocità (sull'asse delle x) e lo spazio di frenata (sull'asse delle y), come ragionereste? Scrivete qui il ragionamento emerso dalla vostra discussione e poi applicatelo sul grafico sottostante.

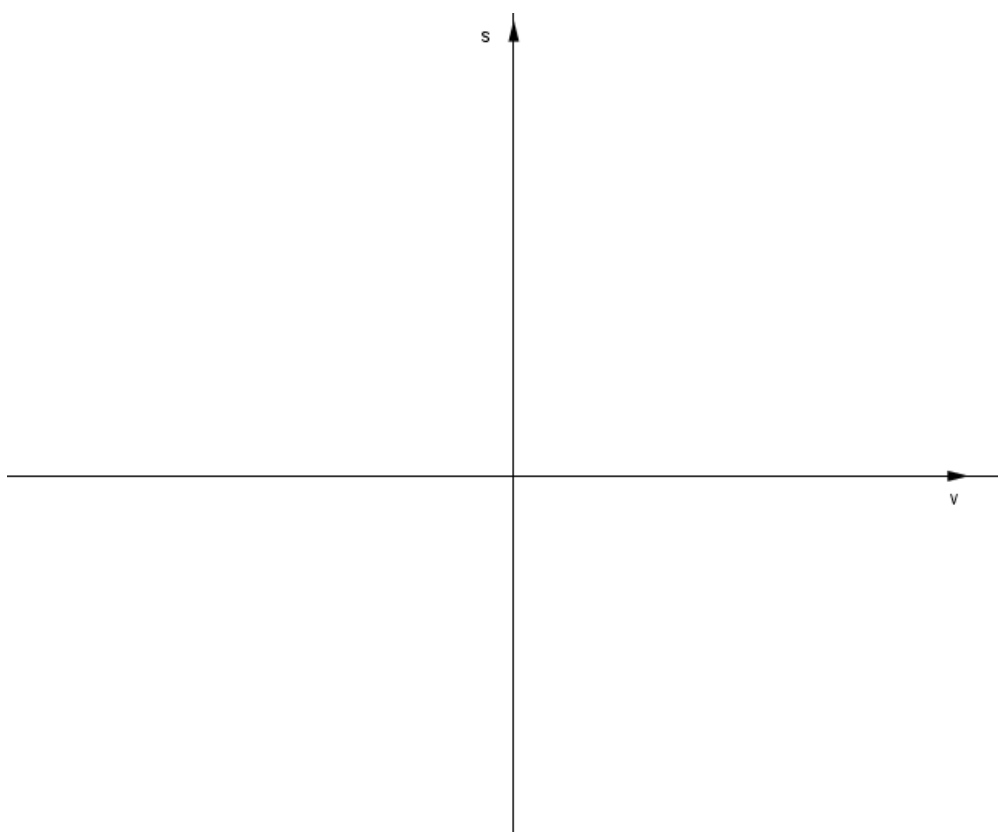


3) Avete già considerato qualche valore della velocità negativo? Possiamo associare questi valori ai casi in cui la macchina si stia muovendo in retromarcia.

Se non l'avete già considerato, cosa succede al grafico prendendo questi valori negativi? Potete aiutarvi compilando prima la seguente tabella...

v (km/h)	s (m)
0	...
-10	...
-20	...
-30	...
-40	...
-50	...
-60	...
-70	...
-80	...
-90	...
-100	...

...e poi riportando i valori sul seguente grafico, insieme con quelli individuati precedentemente per valori di v positivi:



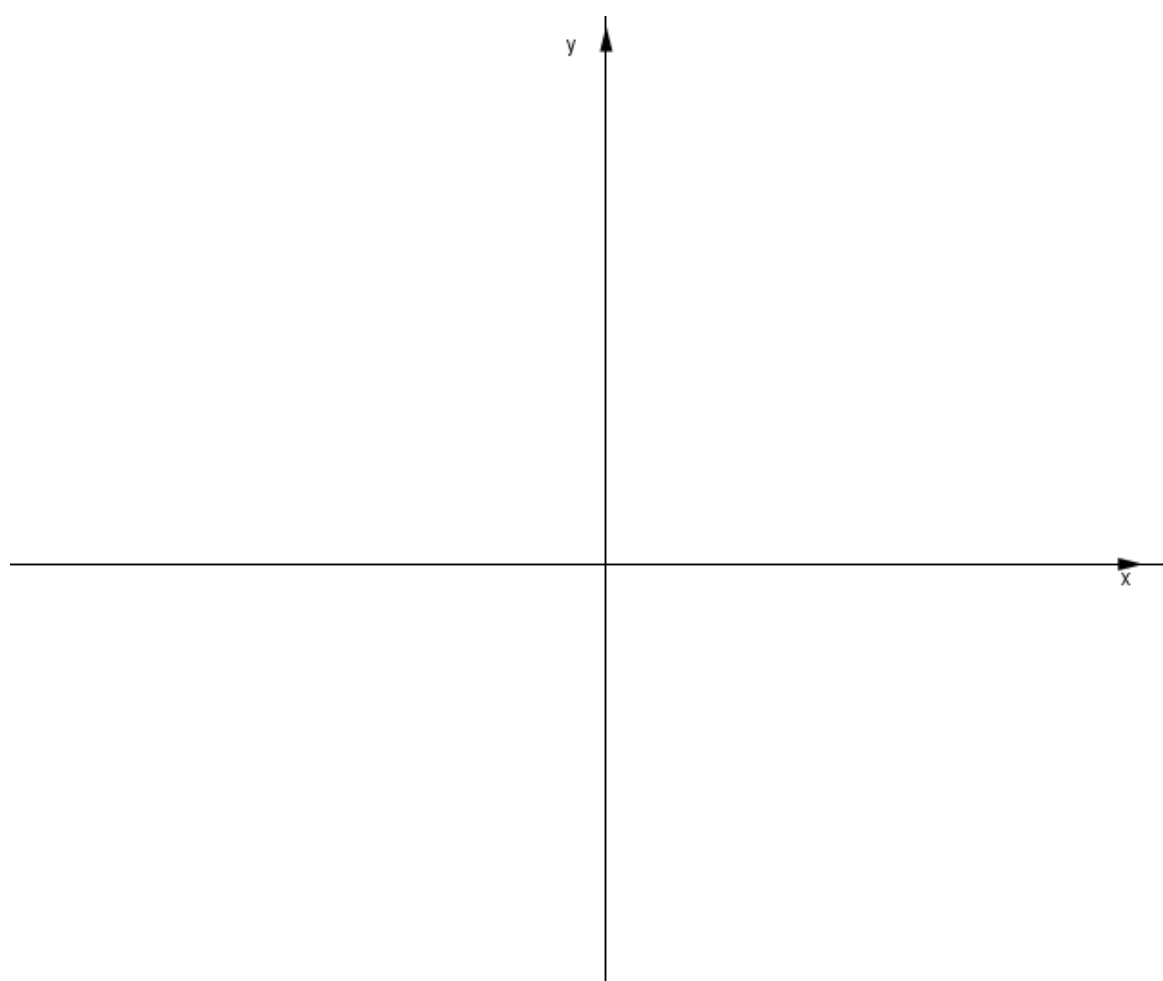
4) Quali particolarità noti nella disposizione dei punti disegnati? Vi sono delle analogie tra il caso delle velocità positive e quello delle negative?

5) Su quali quadranti del piano cartesiano sono situati i punti? Che significato può assumere questa loro posizione?

6) Tra tutti i punti disegnati ce n'è uno "speciale"? Se sì, perché?

7) Sfruttando le considerazioni precedenti, si potrebbe individuare una maniera più rapida per disegnare il grafico del nostro luogo di punti? Quanti e quali sono gli elementi chiave che ci permettono di disegnare lo stesso grafico?

8) Ci troviamo ora di fronte ad un altro fenomeno, descrivibile attraverso una formula di secondo grado del tipo: $y = -2 \cdot x^2$. Disegnate il rispettivo grafico:



Notate delle differenze rispetto al grafico velocità - spazio di frenata studiato precedentemente.
Cosa cambia e a quale elemento della formula attribuiresti questo cambiamento?

Allegato 4

3° attività

Nome: _____ Cognome: _____ Ruolo: _____

Nome: _____ Cognome: _____ Ruolo: _____

Nome: _____ Cognome: _____ Ruolo: _____

Introduzione:

Partendo da una situazione reale (lo spazio di frenata), siamo giunti allo studio di quella che d'ora in poi chiameremo: **parabola**. Molti altri fenomeni possono essere descritti dal modello parabolico (o anche detto "quadratico"), ed è per questo che continueremo a studiarlo, per il momento, solo dal punto di vista matematico, separandolo dal contesto reale ad esso associato.

Finora abbiamo studiato solo dei casi di parabole aventi equazioni del tipo: $y = a \cdot x^2$. Partendo da queste, abbiamo individuato i primi elementi-chiave che ci permettono di disegnare più facilmente il loro grafico: il punto "speciale" che chiameremo **vertice**, l'**asse di simmetria** e il **significato geometrico del coefficiente a** .

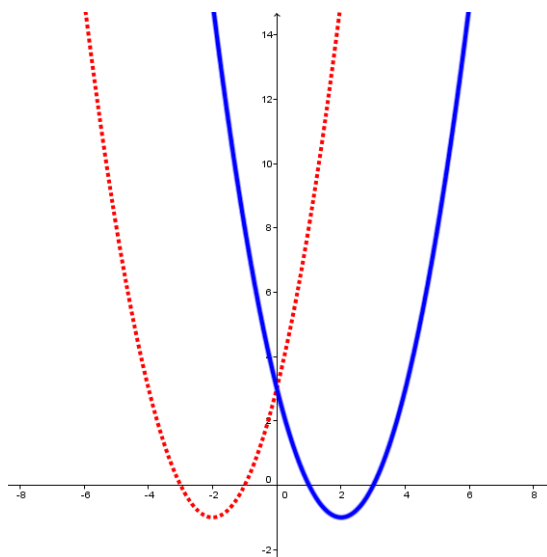
In generale, però, l'equazione che descrive tutte le possibili parabole è la seguente:

$$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c.$$

Quale significato geometrico assumono invece i coefficienti **b** e **c** ? Scopriamolo insieme...

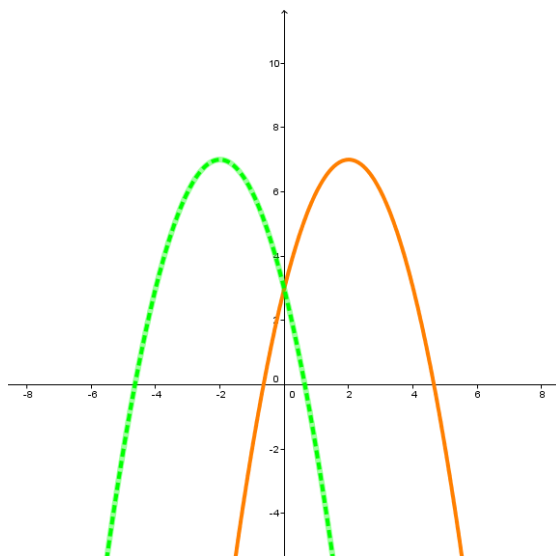
Attività:

1) Sul piano cartesiano sottostante sono riportate le parabole: **c : $y = x^2 + 4x + 3$** e **d : $y = x^2 - 4x + 3$** :



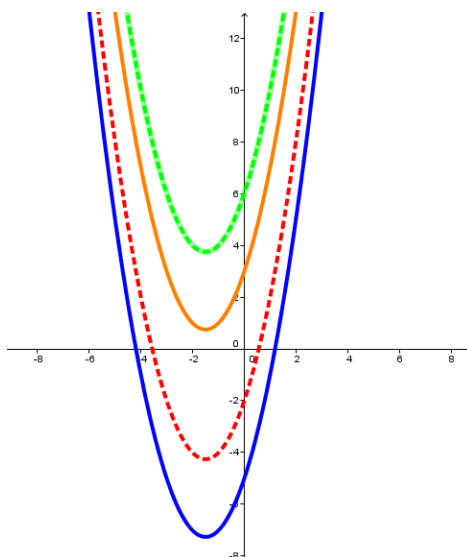
Quale coefficiente differisce tra le due parabole? Su cosa e in che modo influisce questo coefficiente?

2) Sul piano cartesiano sottostante sono riportate le parabole $e: y = -x^2 + 4x + 3$ e $f: y = -x^2 - 4x + 3$:



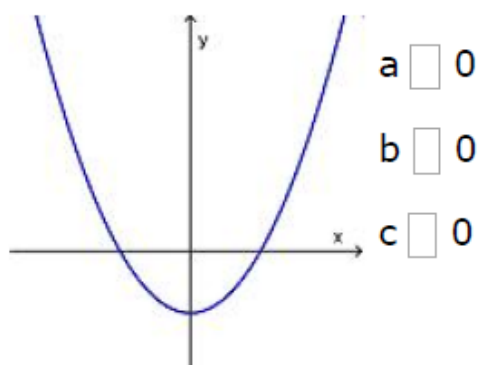
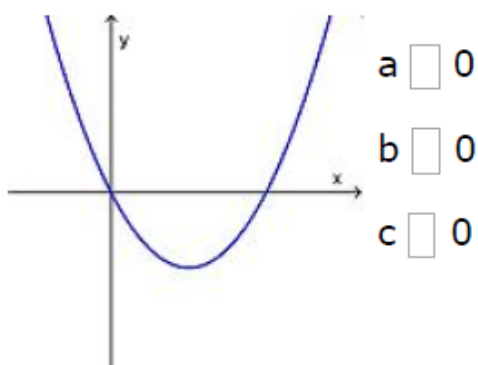
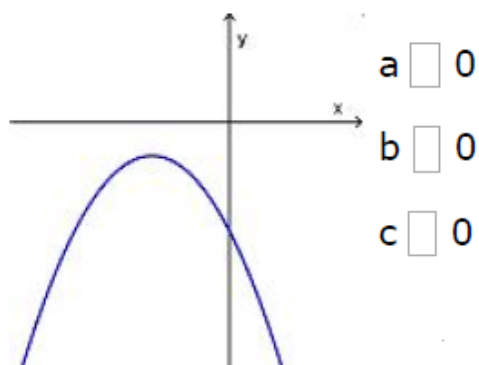
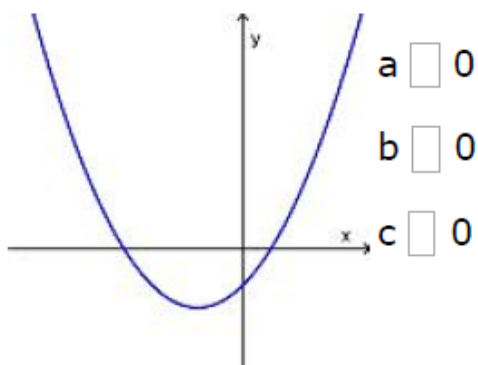
Quale coefficiente differisce tra le due parabole? Su cosa e in che modo influisce questo coefficiente?

3) Sul piano cartesiano sottostante sono riportate le parabole $g: y = x^2 + 3x - 2$, $h: y = x^2 + 3x - 5$, $k: y = x^2 + 3x + 3$ e $p: y = x^2 + 3x + 6$:



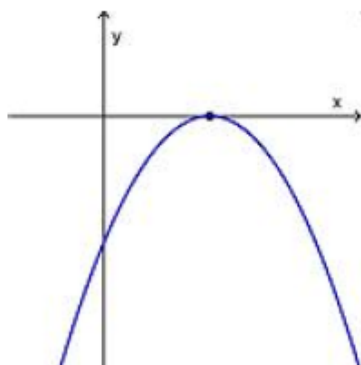
Quale coefficiente differisce tra le parabole? Su cosa e in che modo influisce questo coefficiente?

4) In base al grafico della parabola disegnata, di equazione $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$, completa le scritture inserendo il simbolo opportuno ('<' minore, '>' massimo, '=' uguale):



ESERCIZI PER CASA

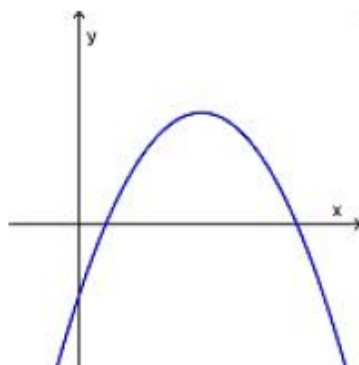
In base al grafico della parabola disegnata, di equazione $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$, completa le scritture inserendo il simbolo opportuno ('<' minore, '>' massimo, '=' uguale):



a 0

b 0

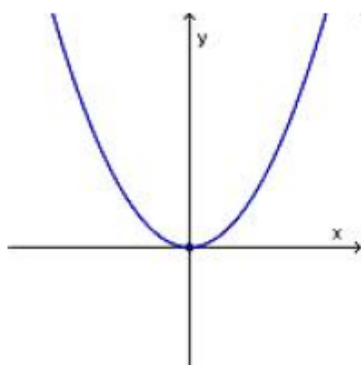
c 0



a 0

b 0

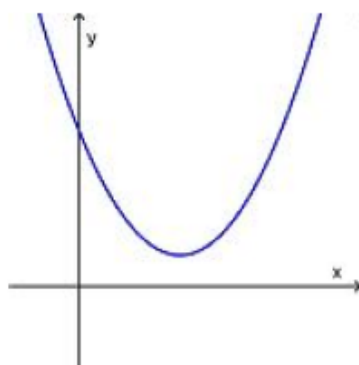
c 0



a 0

b 0

c 0



a 0

b 0

c 0

Allegato 5

4° attività

Nome: _____ Cognome: _____ Ruolo: _____

Nome: _____ Cognome: _____ Ruolo: _____

Nome: _____ Cognome: _____ Ruolo: _____

Introduzione:

La scorsa volta abbiamo iniziato a studiare l'equazione generica di una parabola:

$$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

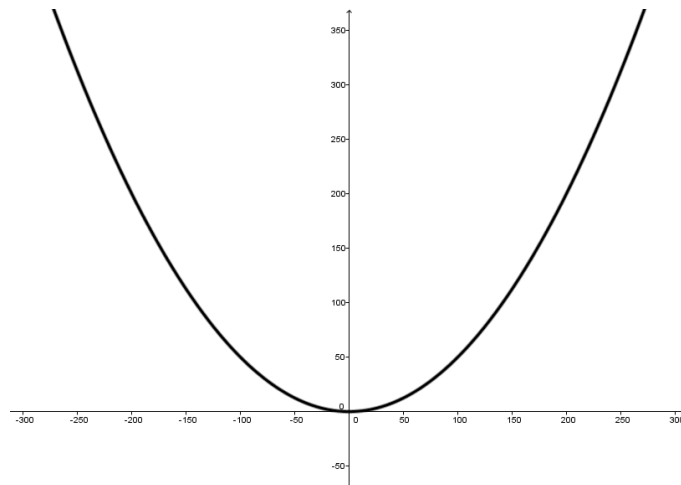
Attraverso le attività di gruppo finora svolte abbiamo capito:

- l'importanza del **vertice** (il punto "speciale") e dell'**asse di simmetria**;
- il significato geometrico dei 3 **coefficienti a, b, c**.

Come possiamo però determinare precisamente le coordinate del vertice e dell'asse di una parabola generica di equazione $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$? Scopriamolo insieme...

Attività:

1) Sul piano cartesiano sottostante è riportata la parabola studiata nella prima lezione sullo spazio di frenata: $y = \frac{1}{200}x^2$:

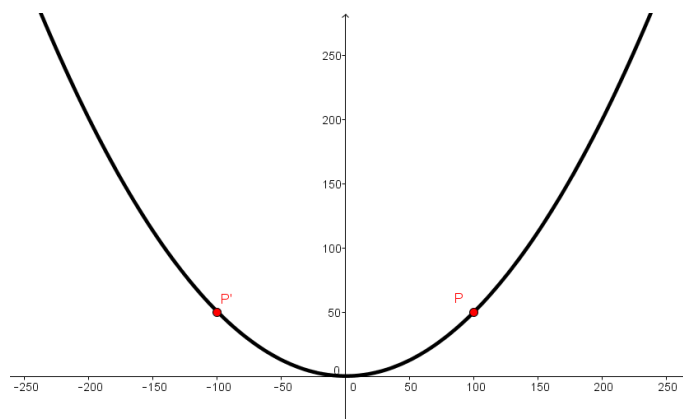


Quali sono le coordinate del suo vertice? Qual è l'equazione del suo asse di simmetria?

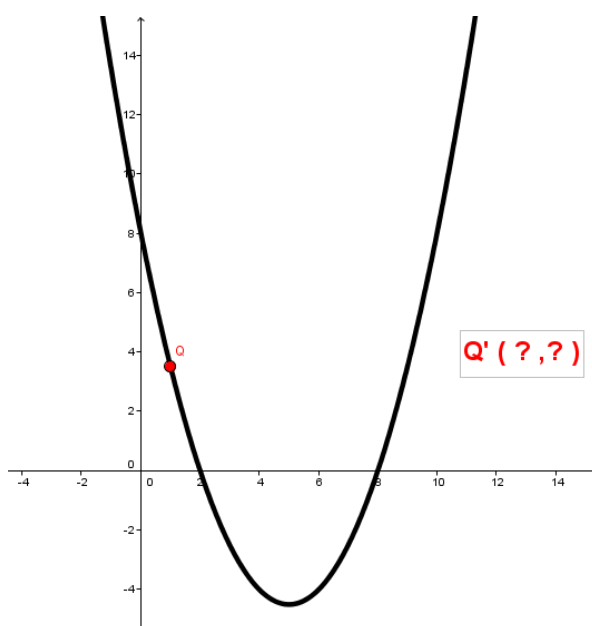
Esiste una relazione tra le coordinate del vertice e l'equazione dell'asse di simmetria?

2) Sempre considerando la parabola $y = \frac{1}{200}x^2$, alla fine della 2° attività avevamo per l'appunto scoperto l'elemento-chiave "asse di simmetria", il quale ci ha permesso di affermare che:

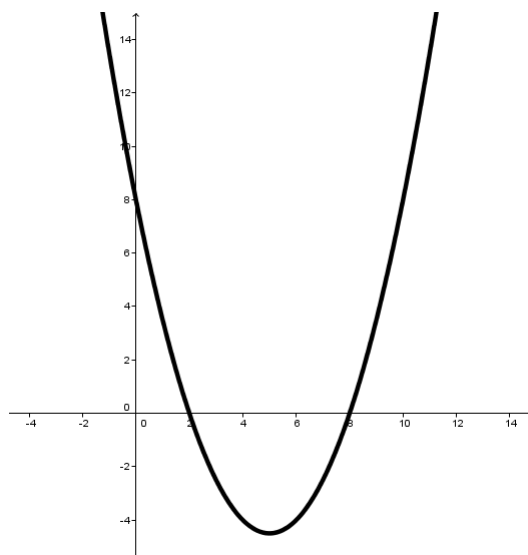
"preso un punto appartenente alla parabola, per esempio il punto P di coordinate (100,50), anche il punto P' di coordinate (-100,50) apparterrà sicuramente alla parabola".



Consideriamo ora un'altra parabola avente l'asse di simmetria diverso dall'asse y delle ordinate, ad esempio $y = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 8$ (vedi il grafico sottostante). Preso un punto Q appartenente ad essa e di coordinate $(1, \frac{7}{2})$, come pensi potremmo operare per determinare le coordinate del suo simmetrico?



3) Sempre considerando la parabola $y = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 8$, cosa vuol dire dal punto di vista grafico risolvere l'equazione $\frac{1}{2}x^2 - 5x + 8 = 0$?



4) Una volta capito il significato geometrico della risoluzione dell'equazione di secondo grado, quale potrebbe essere una strategia vincente per determinare l'ascissa (cioè la prima coordinata x) del vertice e, di conseguenza, l'equazione dell'asse di simmetria della parabola $y = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 8$?

Per calcolare il **vertice V** di una generica parabola di equazione: $y = ax^2 + bx + c$ abbiamo dimostrato che la coordinata x del vertice è sempre data dal rapporto: $x_v = -\frac{b}{2a}$, mentre per y_v basterà sostituire il valore di x_v nell'equazione della parabola ($y_v = a \cdot x_v^2 + b \cdot x_v + c$).

Dopo aver calcolato le coordinate del vertice e delle intersezioni con gli assi cartesiani, rappresentare graficamente le seguenti parabole:

1. $y = x^2 + 2$

2. $y = x^2 - 3x - 4$

3. $y = 2x^2 + 4x$

Allegato 6

5° attività

Nome: _____ Cognome: _____ Ruolo: _____

Nome: _____ Cognome: _____ Ruolo: _____

Nome: _____ Cognome: _____ Ruolo: _____

Introduzione:

Con le ultime attività abbiamo ormai capito come disegnare su un piano cartesiano il grafico di una parabola a partire dalla sua equazione. Difatti, presa una generica parabola di equazione $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$, sappiamo ora determinare:

- il suo **vertice V**, le cui coordinate saranno: $x_v = -\frac{b}{2a}$, mentre per y_v basterà sostituire il valore di x_v nell'equazione della parabola ($y_v = a \cdot x_v^2 + b \cdot x_v + c$);
- l'equazione del suo **asse di simmetria**: $x = x_v$, cioè $x = -\frac{b}{2a}$;
- la sua **concavità** (dal segno del coefficiente a);
- la sua **intersezione con l'asse y** (il coefficiente c);
- le sue possibili **intersezioni con l'asse x** (le possibili soluz. dell'equazione: $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$).

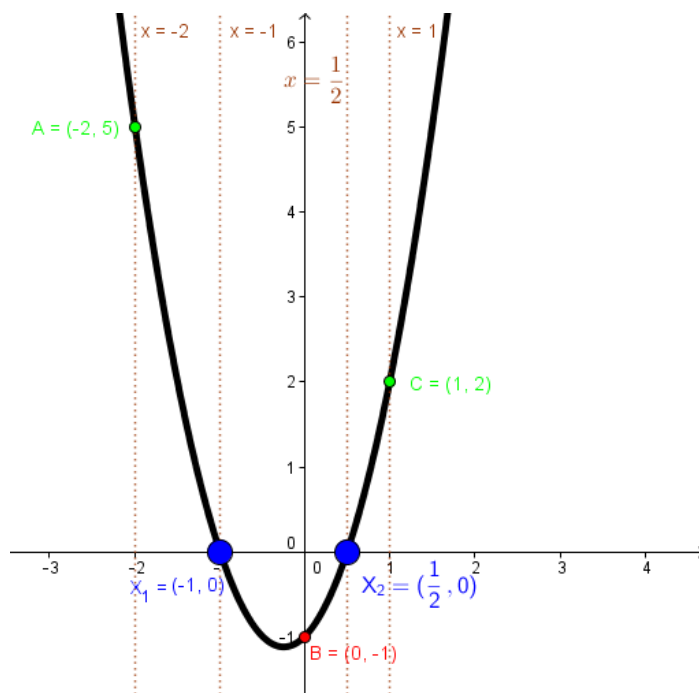
L'ultimo passaggio che ci rimane da affrontare riguarda lo studio del segno di una parabola...

Attività:

Cosa significa “studiare il segno di una parabola”?

Studiare il segno di una parabola significa individuare per quali valori della x i punti della parabola risultano avere la corrispondente coordinata y positiva, negativa e nulla.

1) Consideriamo la parabola $y = 2 \cdot x^2 + x - 1$, il cui grafico è qui sotto rappresentato:



Vogliamo studiare il segno di questa parabola; iniziamo col fare alcuni “tentativi”:

Per $x = -2$ la corrispondente y quanto vale? È positiva, negativa o nulla? _____

Per $x = -1$ la corrispondente y quanto vale? È positiva, negativa o nulla? _____

Per $x = 0$ la corrispondente y quanto vale? È positiva, negativa o nulla? _____

Per $x = \frac{1}{2}$ la corrispondente y quanto vale? È positiva, negativa o nulla? _____

Per $x = 1$ la corrispondente y quanto vale? È positiva, negativa o nulla? _____

Come vedete, nel grafico sono già stati individuati i due punti di intersezione della parabola con l'asse delle x : $x_1 = (-1, 0)$ e $x_2 = (\frac{1}{2}, 0)$. Capiamo subito che questi punti sono quelli aventi come coordinata x proprio i valori per cui i punti della parabola risultano avere la corrispondente coordinata y nulla! Quindi già una prima parte dello studio del segno della parabola (relativa al caso $y = 0$) sappiamo come determinarla.

Proviamo ad ottimizzare il tutto considerando queste intersezioni: quale relazione sussiste tra lo studio del segno e queste intersezioni?

Studiare il segno delle parabole di cui avete già disegnato il grafico a casa:

1. $y = x^2 + 2$

2. $y = x^2 - 3x - 4$

3. $y = 2x^2 + 4x$

Allegato 7

6° attività

Nome: _____ Cognome: _____ Ruolo: _____

Nome: _____ Cognome: _____ Ruolo: _____

Nome: _____ Cognome: _____ Ruolo: _____

Introduzione:

La volta scorsa abbiamo visto cosa significhi “**studiare il segno di una parabola** $y = ax^2 + bx + c$ ”:

Studiare il segno di una parabola significa individuare per quali valori della x i punti della parabola risultano avere la corrispondente coordinata y positiva ($y > 0$), negativa ($y < 0$) e nulla ($y = 0$).

Inoltre, in passato abbiamo già studiato cosa significhi “**risolvere una disequazione**”:

Risolvere una disequazione significa individuare l'insieme di tutte le x che verificano la disuguaglianza associata.

Quando allora ci troveremo di fronte allo studio di una disequazione di 2° grado, cosa potremmo fare?

Per studiare $a \cdot x^2 + b \cdot x + c > 0$ potremmo:

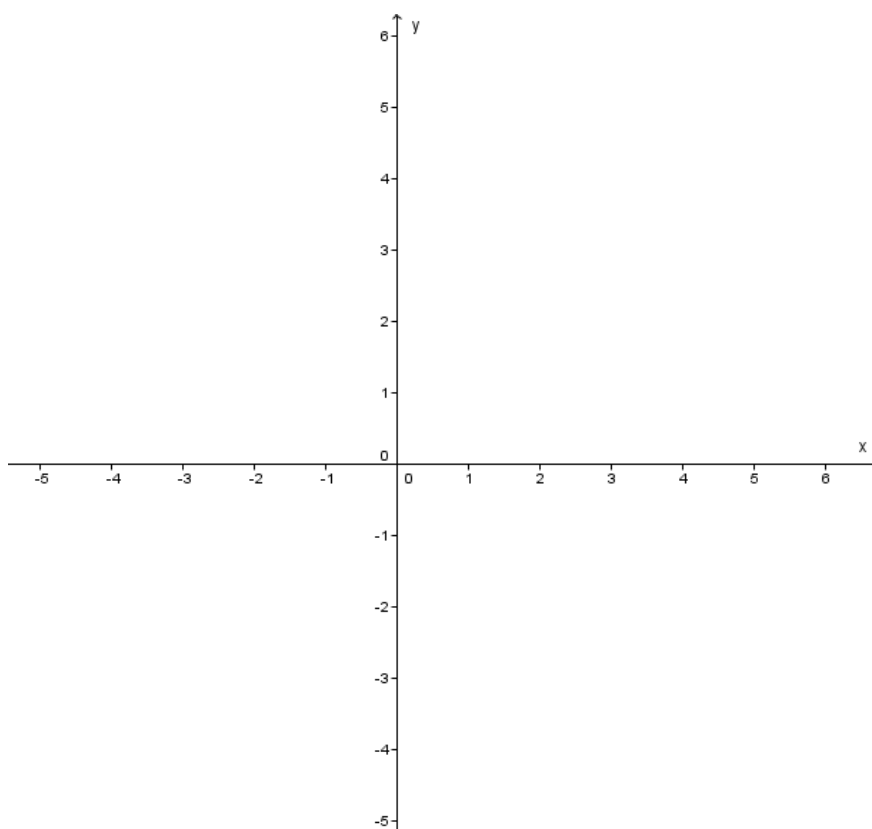
Per studiare $a \cdot x^2 + b \cdot x + c \geq 0$ potremmo:

Per studiare $a \cdot x^2 + b \cdot x + c < 0$ potremmo:

Per studiare $a \cdot x^2 + b \cdot x + c \leq 0$ potremmo:

Attività:

1) Una volta costruito il grafico della parabola $y = x^2 + 2x + 1$, risolvere la seguente disequazione: $x^2 + 2x + 1 \geq 0$.



Per quali valori di x la disequazione è soddisfatta?

Per risolvere una disequazione di 2° grado sono necessari tutti i passaggi richiesti nella costruzione del grafico di una parabola o possiamo utilizzarne solo alcuni? Motiva la tua risposta.

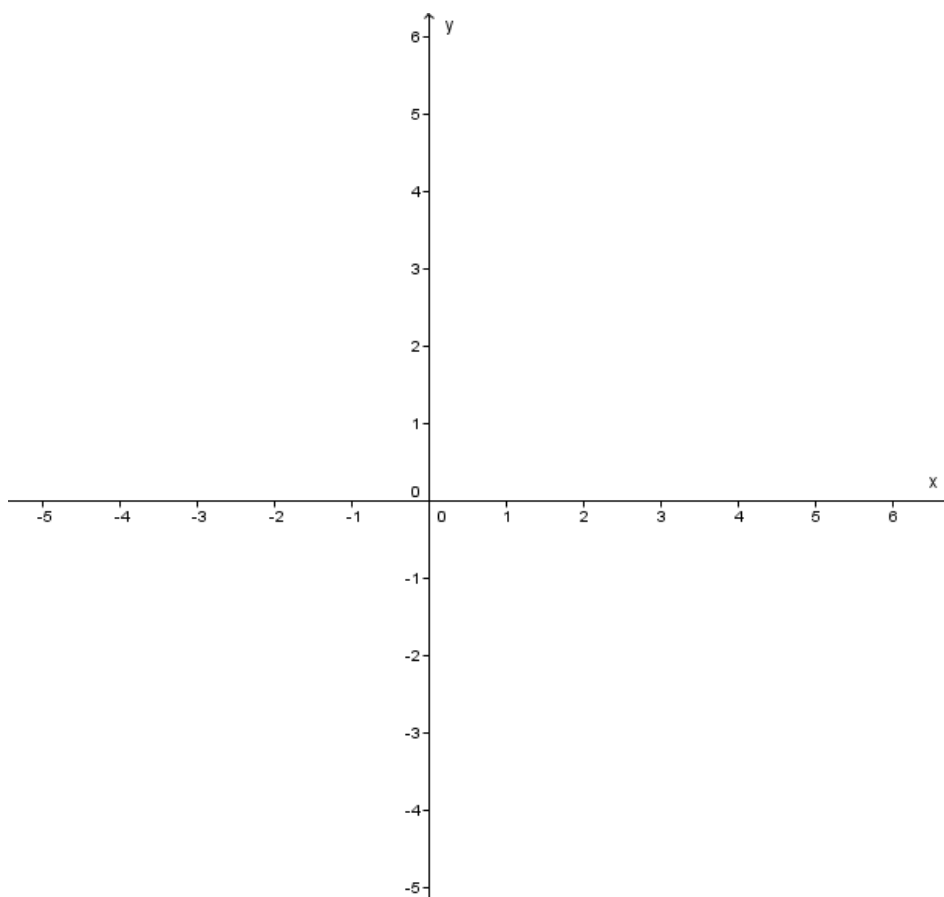
2) Date le seguenti tre disequazioni di 2° grado, dovrete come gruppo suddividervi il compito di risolverle, scegliendone una per ogni membro. Avrete 10 minuti di tempo per risolverle. Allo scadere di questi, potrete discutere insieme i processi risolutivi per altri 10 minuti ed eventualmente correggerne gli errori o apportare alcune aggiunte.

1. $x^2 - 2x + 1 \leq 0$

2. $-2x^2 > 0$

3. $-x^2 + 6x - 9 \geq 0$

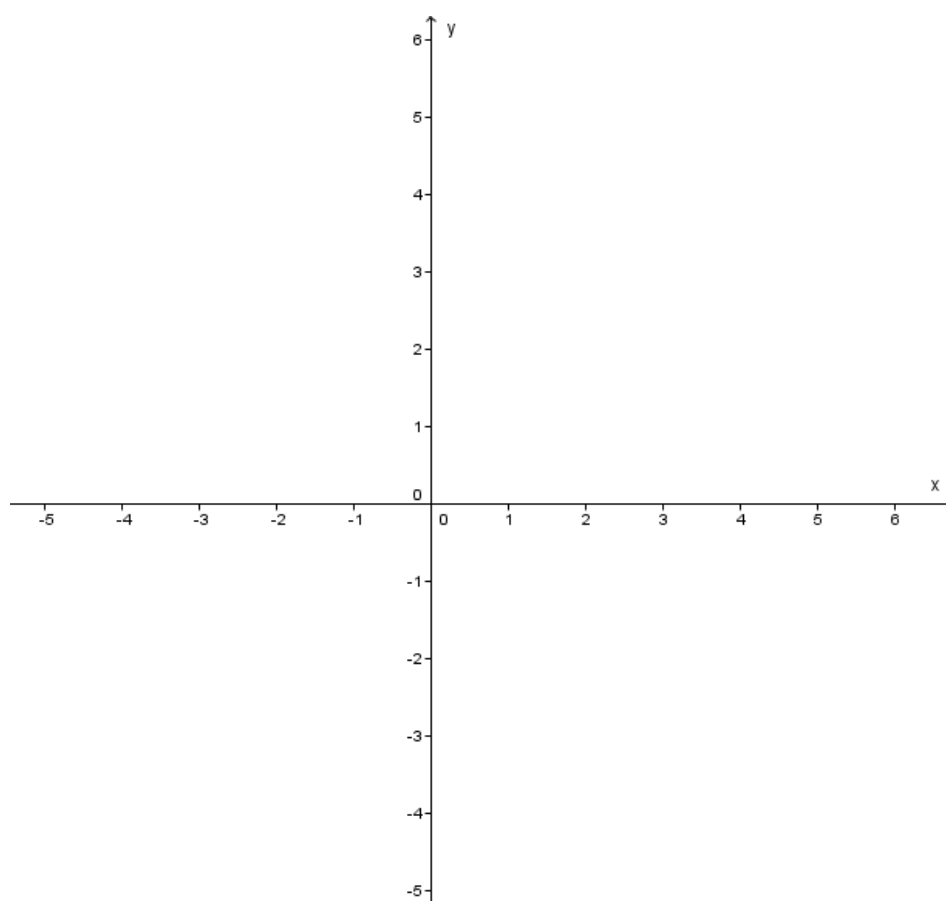
3) Disegnare la retta di equazione: $x + y = 2$ e la parabola di equazione $y = x^2 + 1$ e trovare, se esistono, le coordinate dei punti di intersezione, usando sia il metodo algebrico che quello geometrico (scegliete voi quale metodo usare per primo):



Per quali valori di x risulta: $-x + 2 > 0$?

Per quali valori di x risulta: $x^2 + 1 < 0$?

4) Disegnare le seguenti parabole di equazione: $2x^2 - 3y = 3$ e $x^2 + y = -2x - 1$ e trovare, se esistono, le coordinate dei punti di intersezione tra le due parabole, usando sia il metodo algebrico che quello geometrico (scegliete voi quale metodo usare per primo):



Per quali valori di x risulta: $\frac{2}{3}x^2 - 1 \geq 0$?

Per quali valori di x risulta: $-x^2 - 2x - 1 \leq 0$?

Allegato 8

7° attività

Nome: _____ Cognome: _____ Ruolo: _____

Nome: _____ Cognome: _____ Ruolo: _____

Nome: _____ Cognome: _____ Ruolo: _____

Regolamento:

Questa attività prevede la costruzione del grafico di 3 parabole e la risoluzione di 3 disequazioni di 2° grado da parte di ciascun gruppo.

In particolare, **ad ogni componente del gruppo** verrà assegnata la costruzione del grafico di una parabola e la risoluzione di una disequazione di 2° grado; questi esercizi dovranno essere svolti autonomamente in 20 minuti.

Allo scadere di questi, i membri dovranno condividere i fogli e, sotto la guida del **controller**, dovranno a turno leggere e discutere con il gruppo le soluzioni trovate dai membri dei gruppi. In caso di domande, chiarimenti, correzioni, ecc. da parte di un qualsiasi membro (quindi anche da parte del controller stesso), il **controller** dovrà fermare la lettura e coordinare la discussione al fine di raggiungere una posizione comune.

Durante le discussioni, **TUTTI** devono controllare la correttezza degli esercizi svolti dagli altri compagni, in quanto è utile per una piena comprensione dell'argomento.

Una volta raggiunta una posizione comune, sarà compito solo e soltanto del **recorder** scrivere:

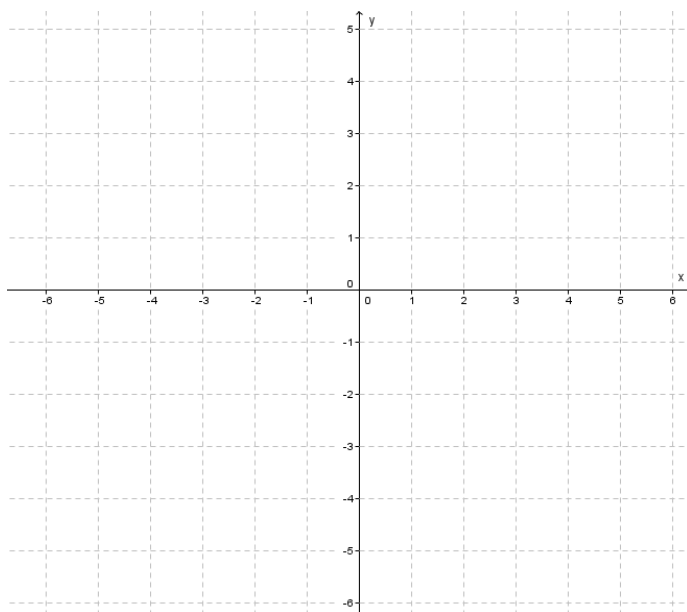
- 1 - le eventuali correzioni e/o aggiunte su ciascun foglio;
- 2 - la risposta finale condivisa dall'intero gruppo nelle tre righe disponibili.

In caso di incertezze, l'**helper** dovrebbe essere in grado di dare le spiegazioni necessarie e guidare il discorso in modo tale che alla fine **TUTTI** abbiano compreso il corretto svolgimento delle prove.

Buon lavoro!

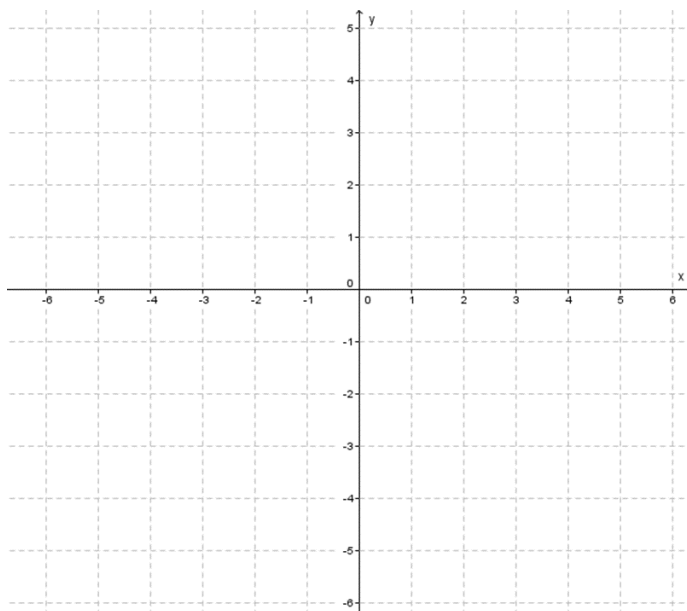
Scheda del controller

PARABOLA - Costruire il grafico della parabola $y = -x^2 + 4x - 4$ e studiarne il segno:



Recorder:

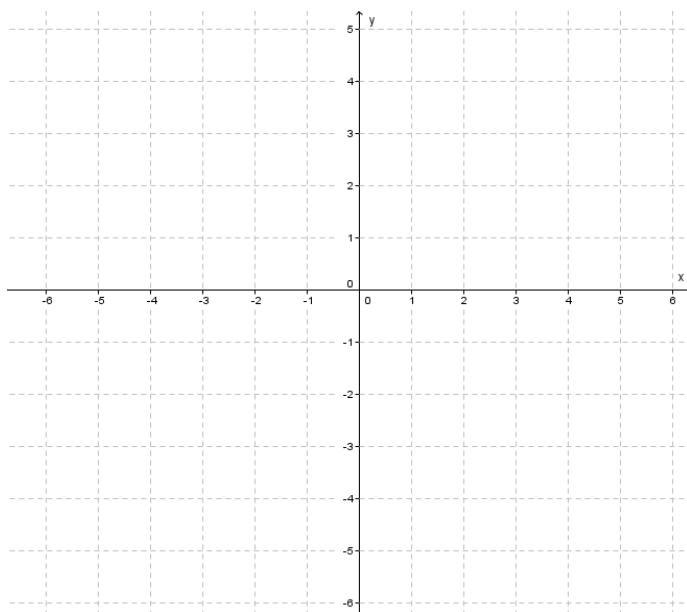
DISEQUAZIONE 2° GRADO - Risolvere la seguente disequazione di 2° grado: $2x^2 - 3x + 1 > 0$:



Recorder:

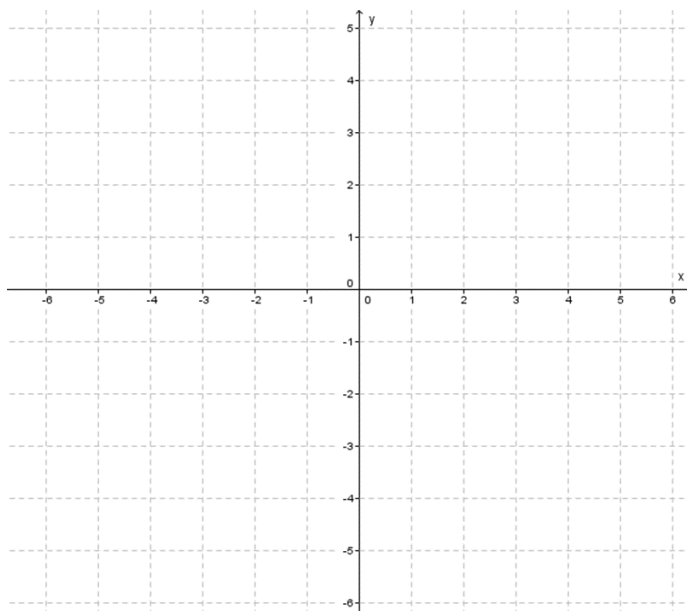
Scheda del recorder

PARABOLA - Costruire il grafico della parabola $y = -2x^2 - 8x - 6$ e studiarne il segno:



Recorder:

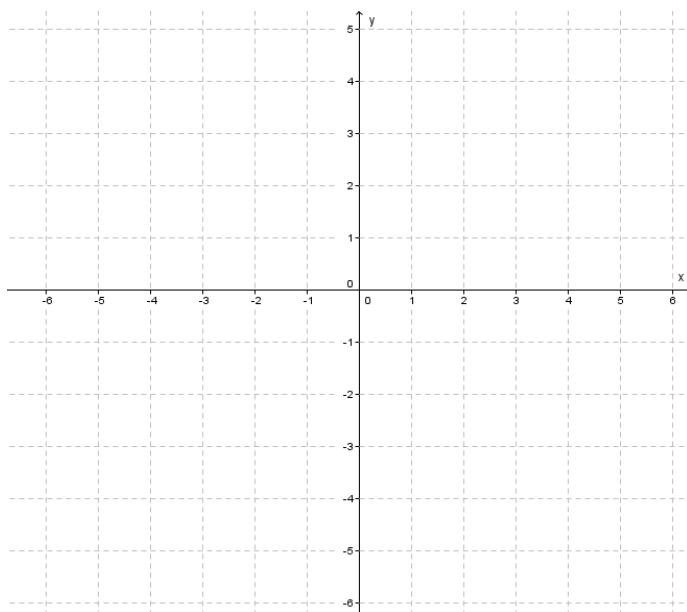
DISEQUAZIONE 2° GRADO - Risolvere la seguente disequazione di 2° grado: $x^2 - x + 3 \geq 0$:



Recorder:

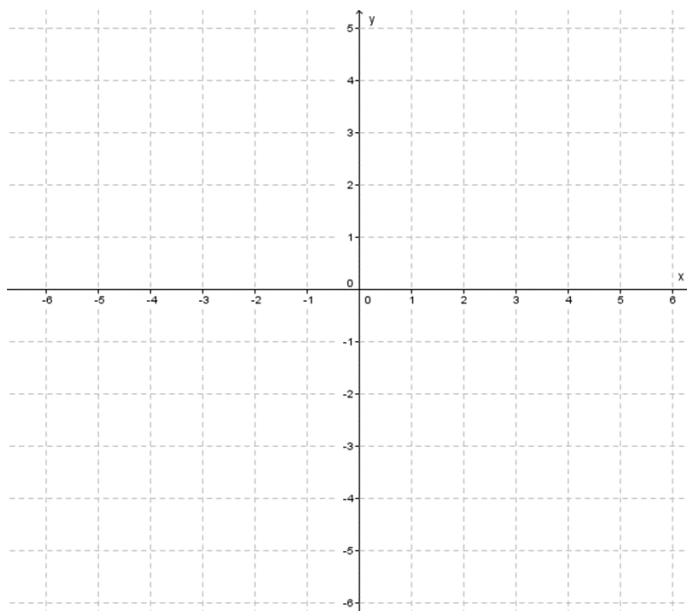
Scheda del helper

PARABOLA - Costruire il grafico della parabola $y = -x^2 - 3$ e studiarne il segno:



Recorder:

DISEQUAZIONE 2° GRADO - Risolvere la seguente disequazione di 2° grado: $4x^2 - x < 0$:



Recorder:

PARABOLA

Due rappresentazioni

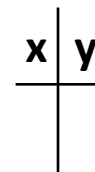
Disegno con il piano
cartesiano

Simmetria dei punti

Punto «speciale»

Asse di simmetria

Se conosco l'equazione posso
disegnare alcuni punti della parabola
con la tabella



Equazione:
 $y = ax^2 + bx + c$

$a > 0 \rightarrow$



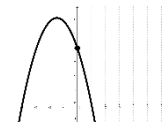
$a < 0 \rightarrow$



a e b discordi $\rightarrow$ Vertice a DX

a e b concordi $\rightarrow$ Vertice a SX

oppure

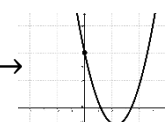


• $a \rightarrow$ mi da la concavità

• $b \rightarrow$ da solo non mi dice
nulla, devo confrontarlo
con il segno di « a »

• $c \rightarrow$ mi dice dov'è
l'intersezione con l'asse y

Esempio. $c = 4 \rightarrow$



1 Significato dei coefficienti

2 Rapporto fra grafico parabola ed equazione di 2° grado

Risolvere $ax^2 + bx + c = 0$



Cercare le coordinate x dei
punti di intersezione fra
parabola e asse x

Da questa osservazione abbiamo

scoperto che $x_V = \frac{-b}{2a}$

Come trovo la y del vertice??

Guardo se « a » è > 0 o < 0 ,
disegno il grafico
approssimativo e mi ricavo le
informazioni sul segno della
parabola

Capire per quali x le y dei punti
della parabola sono $>$, $<$ o $= a$
zero

Studio del segno
della parabola

Risoluzione di
disequazioni di 2°
grado

Non una regola a
priori ma un
ragionamento fatto
attraverso un
procedimento

Cerco le intersezioni con l'asse x
(ovvero, risolvo l'equazione di
2° grado associata alla parabola)

Sono due

È una sola

Non esistono

Se dovevo risolvere una
disequazione, dallo studio
del segno prenderò solo gli
intervalli che mi
interessano

3 Rapporto fra

$ax^2 + bx + c > 0$
 $ax^2 + bx + c < 0$
 $ax^2 + bx + c \geq 0$
 $ax^2 + bx + c \leq 0$