

L'influenza della disomogeneità linguistica di numero nella decodifica di informazioni geometriche: il punto di vista di studenti della scuola elementare e media

The influence of the linguistic inhomogeneity of number in decoding geometric information: the perspective of primary and lower secondary school students

Silvia Sbaragli, Michele Canducci e Silvia Demartini

Dipartimento formazione e apprendimento / Alta scuola pedagogica, SUPSI, Locarno – Svizzera

✉ silvia.sbaragli@supsi.ch, michele.canducci@supsi.ch, silvia.demartini@supsi.ch

Sunto / L'articolo presenta un'indagine che ha coinvolto allievi ticinesi e italiani di quarta elementare e di seconda media. Il lavoro rientra nel progetto FNS *Italmatica. Comprendere la matematica a scuola, fra lingua comune e linguaggio specialistico*, in cui è stato esaminato un corpus di testi scolastici per la scuola elementare e media, incentrato sul contenuto “poligoni”. Uno degli aspetti rilevati riguarda la diffusa presenza di disomogeneità linguistiche rispetto all'indicazione della categoria grammaticale del *numero* nelle parti di testo che presentano gli elementi costitutivi del poligono, spesso presentati in relazione con una rappresentazione figurale. Si è ipotizzato che tali disomogeneità causassero difficoltà nella ricezione ed elaborazione del testo da parte degli allievi. I risultati dell'indagine mostrano che le scelte linguistiche disomogenee nell'uso del singolare e del plurale effettuate dai testi possono in effetti indurre a un'interpretazione errata della numerosità degli enti di un poligono, confermando che elementi linguistici apparentemente minori hanno in realtà importanza per la costruzione del sapere.

Parole chiave: manuale scolastico; poligoni; definizione; lettura del testo; disomogeneità linguistica di numero.

Abstract / The article presents a survey involving fourth and seventh grade students in the Canton of Ticino (Switzerland) and Italy. The work is part of the FNS project *Italmatica. Understanding mathematics at school, between common language and specialised discourse*, in which a corpus of textbooks for primary and lower secondary school was examined, focusing on the content “polygons”. One of the detected aspects concerns the widespread presence of linguistic inhomogeneities with respect to the indication of the grammatical category of *number* in the text parts dedicated to the presentation of the constituent elements of the polygon, often shown in relation to a figural representation. It was hypothesised that these inhomogeneities caused difficulties in pupils' reception and processing of the text. The results of the survey show that the inhomogeneous linguistic choices in the use of singular and plural in the textbooks may lead readers to misinterpret the numerosity of the entities of a polygon, thus confirming that apparently minor linguistic features could have an impact in knowledge building.

Keywords: textbook; polygons; definition; reading; linguistic inhomogeneity of number.

1 Introduzione

Questo contributo si inserisce all'interno del progetto *Italmatica. Comprendere la matematica a scuola, fra lingua comune e linguaggio specialistico* (progetto 176339 del Fondo nazionale svizzero per la ricerca scientifica), conclusosi a febbraio 2022 dopo un prolungamento di sei mesi rispetto ai tre anni inizialmente previsti. La prima parte del progetto ha avuto come obiettivo l'individuazione, la raccolta e l'analisi, dal punto di vista linguistico e matematico, di un corpus di libri di testo scolastici di matematica in lingua italiana della scuola elementare e media, al fine di delinearne le caratteristiche e i possibili ostacoli per la comprensione di allieve e allievi. Si è concentrata l'attenzione sull'ambito geometrico: in particolare, il tema indagato è stato quello dei poligoni. Questa scelta ha permesso di raccogliere i libri di testo riferiti a sette anni di scolarità; questo perché l'argomento "poligoni" viene proposto con continuità dalla seconda elementare alla terza media, in accordo con l'idea di percorso a spirale per la costruzione di competenze matematiche. In questo modo si è composto un corpus, denominato DFA-Italmatica,¹ sul quale è stato possibile effettuare analisi a diversi livelli, focalizzate su aspetti differenti e tramite una grande varietà di approcci qualitativi e quantitativi. Queste analisi, la cui sintesi è raccolta in un volume (Sbaragli & Demartini, 2021), sono state condotte da un team interdisciplinare di ricercatori e ricercatrici in didattica della matematica e in linguistica, e hanno messo in luce un panorama articolato, dal quale emerge chiaramente come scelte diverse di tipo linguistico e testuale potrebbero influenzare il lettore in fase di apprendimento della matematica.² Il prolungamento del progetto di sei mesi ha inoltre permesso al team di ricerca di svolgere un'indagine qualitativa volta ad approfondire determinati aspetti della comprensione da parte degli studenti, sottoponendo alla loro attenzione alcune parti dei testi analizzati (tale indagine non si era potuta effettuare prima a causa dell'emergenza sanitaria). In particolare, si sono ideati e poi somministrati test scritti e interviste con il fine di porre alla prova dei fatti i rilievi teorici e le ipotesi maturati nei primi tre anni di progetto. Il presente contributo è dedicato proprio a illustrare uno specifico aspetto critico emerso nelle analisi teoriche, interpretandolo in relazione ai riscontri di allieve e allievi. Infatti, se in Canducci, Demartini e Sbaragli (2021, p. 103), l'intento era di

«mettere in evidenza come le diffuse disomogeneità nella realizzazione della categoria grammaticale del *numero*, cioè di plurale e singolare, all'interno di porzioni dei manuali scolastici in cui vengono definiti alcuni enti geometrici relativi ai poligoni, possano produrre una mancanza di aderenza rispetto al sapere matematico in gioco»,

ora, attraverso questa indagine cercheremo di mostrare come la mancanza di aderenza possa in parte incidere sulla costruzione dell'apprendimento.

Nel prossimo paragrafo verranno richiamati alcuni elementi teorici utili a inquadrare le caratteristiche linguistico-matematiche delle definizioni – essendo la definizione l'atto linguistico sul quale si è concentrata la nostra analisi –, con particolare riferimento a questioni riguardanti la categoria grammaticale del *numero* (cioè l'uso del singolare/plurale); si procederà poi a descrivere la metodologia

1. I testi del corpus sono stati raccolti tra quelli editi in Italia e nei cantoni italofoeni della Svizzera (Canton Ticino e Canton Grigioni), arrivando a comporre un corpus di 142 titoli. Tra questi, 129 provengono dal variegato e ampio contesto editoriale italiano; 13 libri dal contesto svizzero, di cui 7 provengono dal Canton Ticino e 6 dal Canton Grigioni. La minore presenza di libri di testo svizzeri è dovuta al fatto che, soprattutto in Canton Ticino, l'utilizzo del libro di testo in ambito didattico non è diffuso. Per un approfondimento dei criteri con i quali è stato costruito il corpus, si veda Sbaragli e Demartini (2021).

2. Proponiamo qui un elenco non esaustivo delle tematiche trattate: gli aspetti strutturali di architettura testuale dei manuali (Demartini, Sbaragli & Ferrari, 2020); gli aspetti lessicali e morfosintattici dei manuali (Canducci, 2020; Canducci et al., 2019a, 2019b; Demartini, Fornara & Sbaragli, 2020; Demartini & Sbaragli, 2019); gli aspetti legati al rapporto multimodale fra testo e figure nei manuali (Canducci, 2019; Canducci, Rocci & Sbaragli, 2021); gli aspetti legati alle diverse modalità con le quali vengono proposti movimenti testuali di tipo argomentativo (Sbaragli et al., 2021).

seguita per la raccolta dati (par. 3), che saranno poi oggetto di analisi (par. 4), prima di giungere alle conclusioni (par. 5).

2 Quadro teorico

In questo capitolo chiariremo brevemente che cosa si intenda con l'enunciato *definizione* in matematica, in che senso possano rientrare all'interno di questo enunciato elementi di natura linguistica quali la categoria grammaticale di *numero*, e in che senso essa possa risultare disomogenea (oscillante tra singolare e plurale) nelle definizioni degli enti del poligono proposte nei manuali scolastici. Per un ulteriore approfondimento del tema dal punto di vista teorico, rimandiamo a Canducci, Demartini e Sbaragli (2021).

2.1 La definizione in matematica

In matematica, la definizione è un enunciato che stabilisce il significato di una parola o di una espressione attraverso una frase costituita da termini il cui significato si presume già noto. Ciò non è distante da ciò che si intende con definizione nel senso comune, ma non va dimenticato che la definizione in matematica ha delle specificità (ad esempio, la non ridondanza) che ripercorreremo qui di seguito.³

Solitamente – e i manuali scolastici non fanno eccezione – le definizioni di concetti matematici ricalcano la prospettiva aristotelica, secondo la quale *definitio fit per genus proximum et differentiam specificam* (la definizione si esegue aggiungendo al genere prossimo la differenza che lo specifica). Tali definizioni sono sempre composte di due parti: il *definiendum*, cioè ciò che si vuole definire, e il *definiens*, cioè l'espressione che serve a formulare e a offrire la definizione. Ad esempio, nella definizione "Il vertice è il punto di incontro di due lati", l'espressione "Il vertice" è il *definiendum*, mentre l'espressione "è il punto di incontro di due lati" è il *definiens*. Una conseguenza di questa struttura è il fatto che, quando si definisce un oggetto matematico, lo si sta anche denominando, cioè gli si sta assegnando un nome.

Essendo un enunciato espresso nel linguaggio specialistico della matematica, la definizione presenta le caratteristiche di questo linguaggio:⁴ precisione, concisione, universalità e astrattezza. Le caratteristiche di precisione e concisione sono peculiari dell'enunciazione matematica in generale, e la rendono particolarmente densa a livello informativo (D'Amore, 2000; Laborde, 1995). È infatti molto frequente trovare in un testo matematico espressioni e frasi nelle quali vengono fornite numerose informazioni in poche parole; l'enunciato definitorio non è esente da questa peculiarità, a maggior ragione se si pensa che, storicamente, ha sempre avuto la caratteristica di contenere solo le informazioni necessarie e sufficienti, ossia di non dover risultare ridondante (Aristotele, 1996, p. 238). Si pensi a questa definizione di angolo interno di un poligono: «angolo interno di un poligono è ciascun angolo formato da lati consecutivi contenenti punti del piano interni al poligono». Si tratta di poche parole, 19 in tutto, eppure ci sono elementi morfosintattici e lessicali che rendono la frase matematica precisa e concisa, ma anche estremamente densa di significati e di difficile decodifica: la struttura sintattica caratterizzata in modo ricorsivo da sequenze di sintagmi aggettivali più ulteriori specificazioni (del tipo [formato [da lati consecutivi]...]), l'abbondanza di sintagmi preposizionali (*di un poligono*,

3. Si rimanda anche alle pagine sul tema contenute in Sbaragli e Demartini (2021) e a Demartini, Fornara e Sbaragli (2020).

4. Alcune di esse sono condivise con altri linguaggi specialistici (sui quali si rimanda a Cortelazzo, 2011; Gualdo, 2021; Gualdo & Telve, 2011), mentre certe sono tipiche della lingua speciale della matematica (su cui si veda Sbaragli & Demartini, 2021).

da lati consecutivi, del piano, al poligono), l'utilizzo di forme nominali del verbo (i participi passato e presente *formato*, *contenenti*) che deagentivizzano il discorso, e l'alta specificità del lessico utilizzato. Il linguaggio matematico è inoltre universale, nel senso che si tratta di un linguaggio attraverso cui «chiunque abbia una certa comprensione matematica è in grado di risolvere problemi matematici indipendentemente dalla lingua che parla» (Adoniou & Qing, 2014, p. 3, traduzione degli autori). Pur con i dovuti distinguo culturali provenienti principalmente dagli studi di etnomatematica (Barrow, 2014; Cavanagh, 2005; D'Ambrosio, 1985, 2007), che hanno messo in discussione questa caratteristica assoluta di universalità, il linguaggio matematico si è sviluppato, nel corso dei secoli, in simbolismi specialistici e in tratti linguistici che sono solitamente compresi, e in parte condivisi e utilizzati, nei diversi paesi.

Il linguaggio della matematica tratta inoltre oggetti astratti, intendendo, con ciò, che il referente di ogni discorso matematico non risiede nella realtà empirica, dove invece si trovano solo rappresentazioni di esso. Con particolare riferimento alla geometria, è interessante citare Speranza (1997), il quale afferma che

«le figure, le immagini mentali, sono gli individui di cui si occupa la Geometria: essa parla però di specie, di classi notevoli di figure. Si tratta di un tipico procedimento di astrazione: raggruppiamo le figure che hanno certe caratteristiche comuni in classi, a ciascuna delle quali corrisponde un concetto collettivo ed eventualmente anche un nome comune (cerchio, triangolo, prisma, ...) o un'espressione linguistica che ha la funzione di nome comune (triangolo equilatero, coppie di circonferenze concentriche, ...).».

(Speranza, 1997, p. 18)

Ad esempio, la definizione sopracitata di *angolo interno* raggruppa al suo interno tutte le figure geometriche che hanno la caratteristica di essere un angolo formato da due lati consecutivi del poligono contenenti punti del piano interni al poligono. Si tratta di una definizione che corrisponde a un concetto collettivo, una classe di figure, e che è frutto di un procedimento di astrazione. Inoltre non è possibile "afferrare" concretamente un angolo, ma solo concepirlo ed eventualmente cercare di rappresentarlo.

Da queste prime riflessioni emerge come la decodifica e poi la comprensione piena di enunciati linguistici come quelli definitivi sia possibile solo se si conosce il significato matematico dei termini specialistici, ma ciò non è sufficiente: occorre anche saperli connettere tra loro e con le altre parole presenti, e sapersi orientare nei costrutti sintattici; inoltre, poiché la comprensione è un'operazione complessa, sono spesso richieste ulteriori azioni cognitive (come la gestione di elementi impliciti, il richiamo appropriato di conoscenze pregresse sull'argomento e l'elaborazione di inferenze).

2.2 La dimensione di numero nelle definizioni degli enti del poligono

Nella grammatica italiana, il *numero* è la categoria che serve a codificare e a veicolare la quantità di ciò a cui ci si riferisce (Grandi, 2011a). Riprendendo Salvi e Vanelli (2004, p. 131), «il singolare indica che il referente cui si rimanda è "uno", il plurale indica invece una "pluralità" di referenti». Secondo le grammatiche più tradizionali, e spesso anche nella percezione comune, tale categoria riguarda principalmente nomi e pronomi; in realtà, si tratta di un elemento estremamente pervasivo della lingua, che coinvolge non solo varie altre parti del discorso (aggettivi, articoli, altri quantificatori, verbi). Senza entrare in eccessivi tecnicismi, è sufficiente in questa sede ricordare i principali modi e mezzi espressivi offerti dall'italiano per veicolare l'idea di singolare e quella di plurale.

Iniziamo col dire che, nelle azioni comunicative di tutti i giorni, l'assegnazione del *numero* è generalmente piuttosto chiara in quanto basata sulla semantica: se un'entità è presente in un solo esemplare se ne parlerà al singolare, mentre se il numero di esemplari è maggiore o uguale a due, se ne parlerà al plurale. Esistono però alcuni possibili impieghi particolari, come, ad esempio, quello del singolare

senza valore quantificativo, usato per designare un'intera classe di elementi, in casi come "Il gatto è un mammifero quadrupede...", "Il poligono è una parte di piano...". Si tratta di modi di esprimersi tipici di testi come quelli enciclopedici o dei manuali scolastici. Vedremo come quest'uso, nel testo scolastico di matematica, possa spesso mescolarsi a impieghi strettamente referenziali, originando incoerenze: ciò si nota molto di frequente nelle parti dedicate agli enti del poligono, presentati in modo spesso oscillante fra numerosità effettiva e ricorso al singolare senza valore quantificativo.

Dal punto di vista grammaticale, la categoria di *numero* viene marcata in primo luogo dalla desinenza della flessione nominale, che contiene al suo interno anche l'informazione relativa al genere: vertice / vertici; angolo / angoli; bambino / bambina / bambini / bambine. A catena, tutti gli altri elementi, come articoli, aggettivi, pronomi e verbi si accordano con il nome cui si riferiscono.

Oltre alla marca morfologica, esistono altri elementi linguistici, detti *quantificatori*, che servono a distinguere singolare e plurale:

- articoli: possono essere determinativi singolari o plurali (*il, lo, la, i, gli, le*) o indeterminativi singolari e plurali (*un, una*, e partitivi come *dei, delle*); in alcuni casi, come si è accennato, l'articolo determinativo può anche «marcare un nome come esponente di una intera classe, attribuendogli quindi valore generico e non referenziale» (Grandi, 2011b): ad esempio, *il poligono è una figura geometrica; la scuola è importante; il cavallo è un erbivoro*;
- quantificatori definiti o forti: esprimono la numerosità in modo preciso (aggettivi numerali come *uno, due, tre* ecc.);
- quantificatori indefiniti intrinseci: tipicamente al singolare anche se hanno valore distributivo, in quanto focalizzano l'attenzione sui singoli elementi di una collettività (*ogni, ciascuno* ecc.);
- quantificatori indefiniti non intrinseci: esprimono quantità approssimate (*pochi, alcuni, molti, tanti, un po' di* ecc.).

Questo elenco, sebbene non esaustivo, permette già di chiarire alcune peculiarità linguistiche che sarà utile trasferire in ambito matematico. Ad esempio il fatto che, se non vengono utilizzati esplicitamente aggettivi numerali cardinali maggiori di uno, le risorse linguistiche per il plurale non consentono di stabilire il numero esatto degli elementi di cui si sta parlando. Questa peculiarità del linguaggio naturale risulta particolarmente significativa per un'analisi nell'ambito della matematica, in cui spesso entrano in gioco diverse numerosità; ad esempio, sappiamo che un poligono è una figura piana che può avere un numero di angoli interni di qualsivoglia quantità maggiore o uguale a tre. Sembra arduo riuscire a mettere in evidenza questa caratteristica attraverso una definizione compatta che, linguisticamente, prevede un'unica distinzione, quella fra singolare ("uno") e plurale ("più di uno", oppure "tutti"). Questa impossibilità legata ad aspetti linguistici si riscontra non solo quando si fa riferimento alla pluralità infinita di uno stesso tipo di elementi, ma anche quando ci si riferisce all'infinità di tipi di elementi presenti in matematica, come gli infiniti insiemi di figure, per i quali le espressioni linguistiche risultano assai limitate:

«la cardinalità (potenziale) degli insiemi di figure è ben maggiore di quella delle espressioni linguistiche. Quindi lo strumento linguistico non sarà mai sufficiente a descrivere esaurientemente i fatti geometrici. Ci dobbiamo comunque preoccupare di renderlo il più adeguato possibile».

(Speranza, 1997, p. 5)

Nel progetto sopra menzionato ci si è dunque chiesti se questa preoccupazione manifestata da Speranza venga considerata nei libri di testo per la scuola elementare e media, e se la mancanza di questa attenzione possa avere ricadute sul processo di lettura e comprensione, e dunque poi sull'apprendimento dei concetti geometrici.

2.2.1 La disomogeneità di numero nella definizione degli enti di un poligono

La nostra analisi si è focalizzata sulle definizioni degli elementi del poligono, prestando particolare attenzione agli aspetti di numero. Consideriamo un poligono di 5 lati: esso avrà 5 angoli interni, 5 vertici, 5 altezze, 10 angoli esterni (dei quali se ne considerano di solito solo 5), 5 diagonali. In generale, infatti, un poligono di n lati ha n angoli interni, n vertici, n altezze, $2n$ angoli esterni (dei quali se ne considerano di solito solo n), e un numero di diagonali dato dall'espressione $n(n-3)/2$. Un qualsiasi poligono ha poi sempre un solo contorno e una sola superficie, fatto da cui si deduce che le grandezze perimetro e area, associate rispettivamente alla lunghezza del contorno del poligono e alla grandezza che caratterizza la superficie del poligono, siano presenti in quantità uguale a uno. Ora, i manuali scolastici di geometria solitamente definiscono, in una porzione compatta e unitaria di testo, diversi elementi del poligono; questo comporta, per ognuno degli enti per cui è possibile farlo, la scelta di utilizzare il singolare o il plurale. Tali scelte possono poi risultare *omogenee*, se si sceglie di utilizzare il plurale (categoria *omogenei plurale*) o il singolare (categoria *omogenei singolare*) per tutti gli enti, o *disomogenee*, se si sceglie di utilizzare il singolare per alcuni enti e il plurale per altri. In realtà, l'analisi presentata in Canducci, Demartini e Sbaragli (2021) mostra che la categoria *omogenei singolare* non è presente nelle porzioni di libri di testo di geometria che definiscono gli elementi del poligono del corpus DFA-Italmatica. Chiariamo attraverso due esempi che cosa intendiamo con le categorie *omogenei plurale* e *disomogenei*.

Omogenei plurale. In questa categoria rientrano casi in cui, per tutti gli enti per cui è possibile farlo, in quanto si presentano in un numero maggiore di uno (*lati*, *vertici*, *angoli* e così via), si sceglie di utilizzare esclusivamente il plurale, mentre enti unitari come il *contorno* e la *superficie*, e le grandezze *perimetro* e *area* sono ovviamente espresse, qualora si scelga di definirle, al singolare. A questa omogeneità corrisponde quindi un'aderenza fra numerosità dell'oggetto e numerosità della lingua, pur non potendo esplicitare in tale definizione il numero preciso degli elementi. In Figura 1 (3_4, p. 327)⁵ è mostrato un esempio, tratto da un manuale di quarta scuola elementare, in cui si definiscono tramite il plurale gli enti *lati*, *vertici*, *angoli interni* e *diagonali* e ovviamente tramite il singolare l'ente *superficie*:

- i **lati** sono i segmenti che formano il contorno del poligono;
- i **vertici** sono i punti in cui si incontrano due lati consecutivi;
- gli **angoli interni** sono le parti di piano comprese fra due lati consecutivi;
- le **diagonali** sono i segmenti che uniscono due vertici non consecutivi;
- la **superficie** è la parte di piano racchiusa dai lati.

Figura 1. Esempio di utilizzo omogeneo del plurale (quarta elementare).

5. La catalogazione dei manuali del corpus del progetto *Italmatica* è avvenuta attraverso l'attribuzione di un codice di identificazione univoco composto da due numeri separati da un "_": il primo numero indica la posizione del titolo nella graduatoria delle adozioni in Italia su base nazionale relativa all'anno 2017/2018; il secondo numero indica invece il grado scolastico corrispondente. I titoli meno adottati per ciascun sottogruppo sono stati codificati in modo leggermente diverso. Anche in questo caso, a ciascun libro è stato attribuito un codice di identificazione composto da due numeri separati da un "_", ma a questo codice è stata anteposta la lettera "c", abbreviazione di "coda"; inoltre, anche in questo caso il primo numero indica la posizione del titolo nella graduatoria delle adozioni, ma ordinata a partire dal meno adottato.

Disomogenei. In questa categoria rientrano casi in cui, nella stessa porzione di testo, si utilizza il plurale per alcuni enti e il singolare per altri, pur trattandosi di enti equinumerosi o comunque presenti nel poligono in quantità maggiore di uno. Dall'osservazione dei testi abbiamo riscontrato due sotto-categorie di analisi:

1. Disomogeneità dovuta all'uso del singolare/plurale nel *definiendum* (sottocategoria *Definiendum*).
2. Disomogeneità dovuta all'uso di quantificatori nel *definiens* (sottocategoria *Definiens*).

In Canducci, Demartini e Sbaragli (2021) vengono presentati e discussi esempi riferiti a ciascuna di queste sottocategorie. Poiché il questionario i cui risultati verranno discussi in questo articolo conteneva solo porzioni di testo rientranti nella sottocategoria *Definiendum*, ci limiteremo qui a fornire un esempio di questa sottocategoria, rimandando al già citato articolo per un approfondimento puntuale di tutte le categorie.

Dunque, come dichiarato poc'anzi, nella sottocategoria *Definiendum* l'oscillazione nel *numero* è a carico del *definiendum*. Ad esempio, come emerge nel seguente esempio (Figura 2, 1_3, p. 81), in una stessa porzione di testo si ritrovano i termini *lati*, al plurale, e *angolo* e *vertice* al singolare.

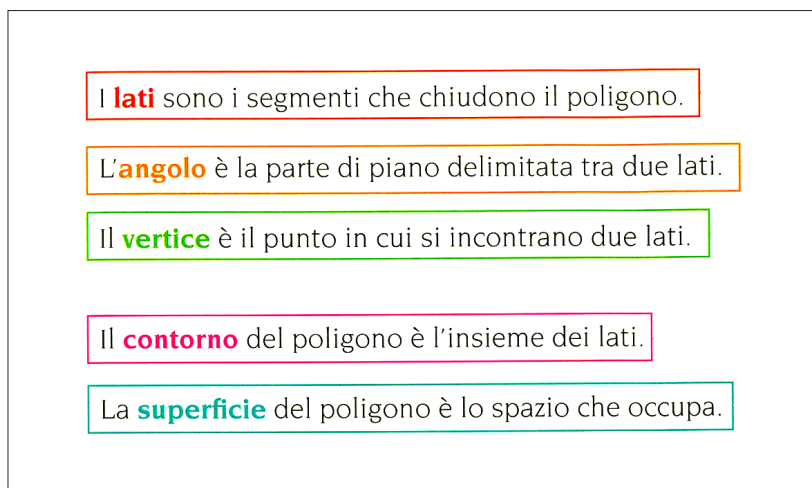


Figura 2. Disomogeneità dovuta all'uso del singolare/plurale nel *definiendum* (terza elementare).

Va inoltre osservato che molte volte le definizioni degli enti di un poligono presenti nei manuali sono affiancate da figure pensate per sostenere ciò che viene espresso in forma verbale; l'uso di questo doppio registro semiotico non è detto però che permetta sempre di semplificare la comunicazione: potrebbe anche ostacolarla, soprattutto se le strategie semiotiche (ad esempio l'uso del colore) non vanno a comporre un testo coerente dal punto di vista multimodale.⁶ Richiami cromatici, frecce, riquadri, forme di enfasi grafica come grassetto e corsivi sono solo i principali elementi che si possono trovare accostati in un manuale scolastico per cooperare, ipoteticamente, alla costruzione di significato, alla gerarchizzazione e alla messa in relazione dei contenuti. E forse è ancora poco studiato quanto aspetti scarsamente funzionali a questo livello, in dialogo con parole e immagini, possano complicare l'interpretazione del testo e la costruzione del sapere corretto.

6. Per un approfondimento sulla realizzazione multimodale della testualità di testi matematici si veda Canducci, Rocci e Sbaragli (2021), e Sbaragli e Demartini (2021).

3 La raccolta dati

Dopo aver richiamato alcuni degli aspetti che hanno costituito la base teorica delle ipotesi formulate in fase di analisi delle definizioni dei libri di testo, nel prossimo paragrafo descriveremo l'impianto metodologico della nostra ricerca finalizzata a rilevare il punto di vista di allieve e allievi sull'aspetto di numero all'atto della lettura di alcuni estratti.

3.1 Aspetti metodologici

La rilevazione effettuata è di tipo internazionale, in quanto ha coinvolto un campione di classi quarte di scuola elementare e classi seconde di scuola media appartenenti a due distinte aree di italoфонia (Canton Ticino e Italia) (par. 3.1.1); pertanto, è stato anche possibile elaborare alcune analisi in prospettiva comparativa. La raccolta dati è stata impostata in due fasi: una prima fase effettuata tramite un questionario che ha coinvolto tutta la classe (par. 3.1.2) e una seconda fase orale avvenuta tramite un'intervista individuale, che ha coinvolto alcune/-i allieve/-i selezionate/-i sulla base delle risposte precedentemente fornite in forma scritta, allo scopo di approfondire le motivazioni sottese alle varie scelte (par. 3.1.3).

Nel loro insieme, le due fasi della raccolta dati sono state costruite per sollecitare e osservare le seguenti azioni nei soggetti testati:

- leggere e comprendere estratti di libri di testo sul tema poligoni già affrontato a scuola;
- esplorare e mettere in relazione le diverse componenti testuali, figurali e multimodali di estratti di testo;
- confrontare testi diversi (su uno stesso contenuto) che presentano modalità comunicative e caratteristiche diverse;
- cogliere il significato globale dei testi e, al contempo, isolarne specifici elementi, e pronunciarsi su di essi (anche in modo guidato tramite le interviste);
- esprimere giudizi sui testi in esame (quale parte aiuta a capire meglio? Perché?);
- esplicitare le proprie difficoltà di comprensione;
- formulare suggerimenti migliorativi.

Ciò al fine di mettere in relazione gli elementi di ipotetica difficoltà emersi dalle analisi teorico-descrittive interdisciplinari dei libri di testo effettuate in seno al progetto *Italmatica* con le reali operazioni di ricezione ed elaborazione da parte di allieve e allievi fruitori dei libri. L'osservazione e l'analisi delle difficoltà realmente riscontrate permette infatti di completare il quadro della ricerca, superando la sola fase di analisi a priori delle criticità testuali e disciplinari.

3.1.1 Descrizione del campione

In Tabella 1 è sintetizzata la composizione del campione di allieve e di allievi che hanno partecipato alla ricerca nelle due parti scritta e orale, e la loro distribuzione territoriale.

	Numero allieve/i Canton Ticino	Numero allieve/i Italia	Totale numero allieve/i
Questionari scritti quarta SE	91 (5 classi)	68 (4 classi)	159
Questionari scritti seconda SM	82 (4 classi)	125 (7 classi)	207
Interviste orali quarta SE	60	15	75
Interviste orali seconda SM	47	15	62

Tabella 1. La composizione del campione (SE sta per scuola elementare, SM per scuola media).

3.1.2 I questionari scritti e le domande oggetto di analisi

I questionari per la scuola elementare ([Allegato 1](#)) e per la scuola media ([Allegato 2](#)) sono stati costruiti in parallelo, affinché potessero portare a osservare elementi analoghi, seppure a differenti livelli di profondità in relazione alle diverse età delle allieve e degli allievi. Anche le abilità di lettura sono state considerate, quindi il questionario per la quarta elementare risulta più breve e meno complesso rispetto a quello per la seconda media. Inoltre, un pre-test in classi di terza e quarta elementare ha fatto emergere alcune difficoltà da parte delle allieve e degli allievi di terza nel comprendere le richieste, per poter poi agire in modo autonomo. Si è dunque optato per le classi quarte, in cui l'argomento *poligoni* risulta già essere stato affrontato e le abilità di lettura si rivelano mediamente più consolidate; in questo modo, è stato più accessibile per lettrici e lettori riuscire a concentrarsi sugli aspetti metariflessivi (cioè di riflessione sulle specificità linguistiche, figurali e matematiche degli estratti di testo in esame), anche se le conoscenze sui poligoni potrebbero essere già state acquisite e, dunque, non essere messe in discussione da un estratto di un testo. Questa scelta ha comportato che dai questionari non si siano potute ricavare informazioni su eventuali atteggiamenti e difficoltà di allieve e allievi che leggevano per la prima volta un testo su un certo argomento di geometria; piuttosto, sono stati utili per ricavare le osservazioni di allieve e allievi che già conoscevano (correttamente o in modo erroneo) un argomento rispetto a come questo veniva proposto dai libri di testo, cogliendone possibili passaggi critici e scelte non ideali dal loro punto di vista.

Domande su singolare e plurale. In ciascuno dei due questionari era presente una domanda (n. 4 per le elementari, n. 6 per le medie) volta a indagare le conseguenze, in termini di decodifica e comprensione, di una oscillazione testuale tra singolare e plurale nel definire gli enti di un poligono. Entrambe le domande prevedevano dapprima l'esposizione dello studente alla lettura di una porzione di testo disomogenea nell'uso del singolare/plurale all'interno del *definiendum* (par 2.2.1). Una volta letto il testo, venivano fatte, per ciascuno degli enti definiti, due richieste:

1. dichiararne la quantità, scegliendo tra due opzioni disponibili (uno, oppure più di uno);
2. indicare nel testo o scrivere in un apposito spazio le parole o le frasi che avessero fatto capire la risposta da dare.

Riportiamo di seguito gli estratti dei testi dei manuali e le relative domande su singolare e plurale poste nei due questionari. Alle bambine e ai bambini di quarta è stata posta in lettura una breve parte di un testo di terza e, analogamente, alle ragazze e ai ragazzi di seconda media è stata sottoposta in lettura una parte estratta da un volume per la classe prima. Infatti, è nei volumi per queste classi che l'argomento poligoni è trattato più approfonditamente, a diversi livelli di complessità e di dettaglio. Inoltre, abbiamo optato per questa scelta nell'ottica di rendere allieve e allievi più solidi e autonomi nell'elaborazione di osservazioni propriamente "metatestuali" (cioè orientate a valutare l'efficacia del testo). Alla luce delle difficoltà riscontrate nel pre-test a effettuare riflessioni sul testo da parte delle allieve e degli allievi di scuola elementare, per questo livello scolastico si è scelto di fornire un estratto espresso solo in forma linguistica, così da focalizzare maggiormente l'attenzione su questo registro semiotico, e non disperdere le osservazioni su conversioni tra un registro e un altro. Immagini di poligoni erano presenti nelle domande precedenti, dunque ne erano comunque già venuti a contatto. Per la scuola media, invece, si è previsto un estratto di testo in cui sono previsti entrambi i registri, linguistico e figurale.

Domanda scuola elementare. Osserviamo ora il brano proposto nel manuale di quarta elementare e la domanda 4a (le successive, sugli altri enti, cioè la 4b e la 4c, presentano la stessa struttura) del questionario (Figura 3, 16_3, p. 207).

I **lati** sono i segmenti che formano il **poligono**.
 Il **vertice** è il punto di incontro di due lati.
 I vertici si indicano con lettere maiuscole.
 L'**angolo**, anche nel poligono, è la parte di piano racchiusa tra due lati.

Figura 3. Porzione testuale di un manuale di terza elementare oggetto di analisi dell'item.

Di seguito si riporta la prima domanda posta in quarta elementare (4a):

A partire da ciò che hai appena letto, rispondi alle seguenti domande:

a) Quanti sono i lati di un poligono?

☐ Uno ☐ Più di uno

Indica nel testo o scrivi qui sotto se c'è una parola o una frase che te lo fa capire.

La porzione di testo del manuale di quarta elementare risulta linguisticamente disomogenea nella gestione della categoria grammaticale di *numero*. Tale disomogeneità si manifesta nell'oscillazione di desinenza dei vari *definiendum*, che vengono presentati al singolare (nel caso di *vertice* e *angolo*) e al plurale (nel caso di *lati*), pur trattandosi per tutti e tre i casi di enti presenti in numero maggiore di uno. Un lettore non abituato a operare inferenze sulla base di impliciti testuali potrebbe non accorgersi, ad esempio, che poiché in un poligono ci sono almeno tre lati, e poiché il vertice è il punto di incontro di due di questi, allora necessariamente ci sono anche almeno tre vertici (analogo discorso varrebbe per l'angolo). Questo potrebbe condurlo a costruirsi un'errata comprensione del concetto in gioco, e cioè che in un poligono ci siano più lati, ma solo un vertice e un angolo.

Inoltre, l'ente vertice viene presentato ben due volte: la prima, come *definiendum* della definizione vera o propria, al singolare; la seconda, subito dopo, al plurale, all'interno di una frase che specifica un'informazione di carattere notazionale ("I vertici si indicano..."). Questo potrebbe aumentare la confusione di un lettore che si appropria al testo senza opportuni strumenti non solo di decodifica, ma soprattutto di ricostruzione delle informazioni presentate, o favorirla mettendo in discussione la singolarità dell'ente geometrico coinvolto.

Domanda scuola media. La figura seguente è la porzione di manuale presentata alle alunne e agli alunni di seconda media (Figura 4, 19_6, p. 142):

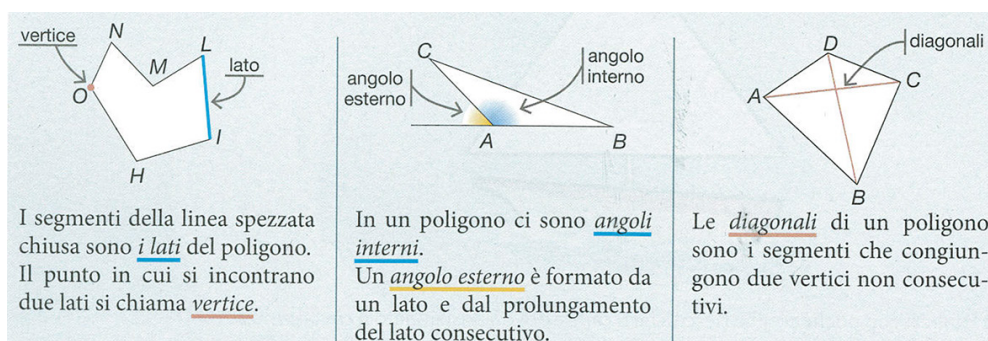


Figura 4. Porzione testuale di un manuale di prima media oggetto di analisi.

Di seguito si riporta la prima domanda riferita ai lati (6a); come per il caso della scuola elementare, le successive domande (6b, 6c) relative agli altri enti presentano richieste analoghe.

A partire da ciò che hai appena letto, rispondi alle seguenti domande:

a) Quanti sono i lati di un poligono? ☐ Uno ☐ Più di uno

Indica nella parte di libro o scrivi qui sotto se c'è una parola, una frase o una immagine che te lo fa capire.

La porzione di manuale proposta agli studenti può essere suddivisa in due parti: in quella in basso vengono fornite le definizioni linguistiche di diversi elementi del poligono (i *definiendum*); in quella in alto troviamo una compresenza di elementi linguistici di tipo denominativo e di figure (a cui i termini denominativi si riferiscono, collegati tramite frecce). Per comprendere meglio l'alternanza di scelte nell'espressione della numerosità degli elementi nel breve estratto, sintetizziamo nella seguente tabella le varie combinazioni di utilizzo del singolare o del plurale nel *definiendum*, nei termini denominativi e nelle figure.

	Lati	Vertici	Angoli interni	Angoli esterni	Diagonali
Desinenza nel <i>definiendum</i>	Plurale	Singolare	Plurale	Singolare	Plurale
Desinenza nel termine denominativo	Singolare	Singolare	Singolare	Singolare	Plurale
Numerosità degli elementi evidenziati nelle figure	Uno	Uno	Uno	Uno	Due

Tabella 2. Varie combinazioni di uso del singolare o del plurale nei *definiendum*.

Nelle definizioni, i *definiendum lati*, *angoli interni* (di cui non viene data vera e propria definizione) e *diagonali* sono al plurale, mentre *vertice* e *angolo esterno* sono al singolare. Questo già di per sé è indicatore di disomogeneità nel trattare la numerosità degli enti di un poligono. Inoltre, la confusione risulta amplificata se si considera la parte superiore della porzione di manuale: in questa parte vengono rappresentati tre poligoni che servono per esemplificare a livello figurale gli enti che si stanno definendo. Si sceglie di rappresentare, utilizzando diversi colori, un solo esponente per gli enti *vertice*, *lato*, *angolo esterno* e *angolo interno*; due esponenti, invece nel caso delle *diagonali*. Questa scelta figurale corrisponde alla scelta linguistica operata per specificare le diverse denominazioni degli enti attorno alle figure: ad esempio, la parola *lato* al singolare, da cui parte una freccia che indica un unico segmento; oppure la parola *diagonali*, da cui parte un'unica freccia (ci domandiamo: perché non due?) che indica le due rappresentazioni figurali corrispondenti. Ma questa corrispondenza lingua-figura non aiuta nella decodifica di informazioni di numero, anzi, complica ancora di più la questione, perché la logica di numerosità seguita – anch'essa al suo interno disomogenea – è diversa (tranne nel caso delle diagonali) da quella linguistica presentata nella sezione in basso: ad esempio, un lettore che si trovasse a dover coordinare tutte le informazioni di numero relative all'ente *lato*, avrebbe a che fare

con due informazioni discordanti: nella definizione in basso si usa il plurale; nell'atto denominativo in alto si usa il singolare; nella figura viene evidenziato in blu un solo lato. Dunque, se leggessimo unicamente questa porzione di testo e volessimo ricavare da essa conoscenze, quanti lati potremmo affermare che ha un poligono? Uno o più di uno?⁷ E soprattutto, quale sforzo inferenziale e analogico dovremmo operare come lettori, magari non ancora esperti del tema?

3.1.3 Le interviste orali

Come si è detto al par. 3.1, oltre al questionario scritto si è deciso di effettuare con un campione ridotto di allieve e allievi un'intervista orale, allo scopo di approfondire la natura di determinate risposte. Sulla scia di Lumbelli (2009), si è infatti pensato che fosse utile andare a fondo nell'esplorazione dei processi di lettura di allieve e allievi attraverso un'intervista semi-strutturata, del tipo "colloquio di lettura", pensata per cercare di aiutare i giovani interlocutori a rendere più esplicite le loro osservazioni e le loro difficoltà. Sia per la scolarità elementare sia per la media si è predisposta una traccia di domande e di input, differenziabile e adattabile in base alle diverse risposte fornite per iscritto e oralmente dal singolo interlocutore, che viene mostrata di seguito.

Ciò è stato previsto ipotizzando la scarsa o nulla abitudine di allieve e allievi di scuola elementare e media a rispondere a (e a porsi) domande metariflessive sulla qualità di un testo, e alla poca dimestichezza dei soggetti coinvolti nella scrittura di risposte a quesiti di questo tipo; da qui, l'idea di sollecitare l'approfondimento in forma orale dialogica. Inoltre, non si è potuto dimenticare che le lettrici e i lettori delle giovani generazioni sono, in genere, abituate e abituati sempre più e sempre da prima a operare in ambienti digitali, e rischiano di considerare

«l'analisi del testo e la ricerca di strati di significati più profondi sempre più anacronistici, a causa dell'abitudine all'immediatezza e all'apparente completezza delle informazioni mostrate dallo schermo di un computer; informazioni che sembrano tutte accessibili senza sforzo critico e apparentemente senza alcun bisogno di andare oltre l'informazione offerta».

(Dehaene, 2009, p. 244)

Per prevenire il rischio di trovarci di fronte unicamente a "decodificatori" di informazioni senza consapevolezza né comprensione profonda, occorrerebbe promuovere la pratica di parlare dei processi che chi legge attiva nel cercare di collegare tra loro le parti del testo e di interpretarle, evitando di dare per scontati o di considerare non degni di attenzione i passi percorsi dal lettore durante la lettura. Le domande-sollecitazioni dell'intervista sono state ideate secondo tre tipi, per sondare diverse componenti della comprensione (percezione di difficoltà, precedenti esperienze di lettura di testi analoghi, attenzione alle varie componenti dell'estratto, inferenze e collegamenti, considerazioni sulle formulazioni linguistiche):

- domande iniziali (su percezioni ed esperienze di lettura precedenti: «Hai fatto fatica a leggere questi testi?»; «Avevi già letto testi come questi?»);
- domande che ripetevano con altre parole (semplificando) la domanda scritta, per vedere se magari non era stata compresa; ad esempio, rispetto alla domanda 1 del questionario «Quale delle due spiegazioni (parte A o parte B) ti ha aiutato a capire meglio che cos'è un poligono e quali sono i suoi elementi?» se la spiegazione scritta era molto scarna o nulla, si è posta una nuova formulazione in questo modo: «Prova a rileggere questi due estratti a voce alta, con calma, e pensa se

7. La porzione in esame è resa ulteriormente complessa dall'utilizzo di elementi multimodali come il colore o la prossimità spaziale, utilizzo che dovrebbe avere il fine di favorire il processo di conversione semiotica del lettore, ovvero la capacità cognitiva di riconoscere uno stesso oggetto matematico espresso attraverso registri semiotici differenti. Non è qui il caso di aggiungere ulteriori prospettive di analisi: rimandiamo chi fosse interessato alla riflessione sulla realizzazione multimodale della testualità in testi matematici ai già citati Canducci, Rocci e Sbaragli (2021), e Sbaragli e Demartini (2021).

c'è una delle due spiegazioni che ti sembra fatta meglio. [lettura] Quale hai preferito/trovato più chiara? Riesci a dirmi con parole tue perché?»;

- domande che volevano ricavare ulteriori informazioni o chiarimenti, come «Mi rispieghi con parole tue perché hai barrato...? Che cosa te l'ha fatto dire? Prova a indicarmelo nella frase»; «Conosci il significato delle parole? Ce ne sono che non avevi mai sentito?»; «Cerca di farmi capire bene dove hai trovato questa informazione e perché hai segnato proprio questo».

Inoltre, per approfondire le domande 4 e 6, dedicate al cogliere le percezioni della disomogeneità fra indicazioni plurali e singolari linguistiche e figurali, si è seguita la seguente traccia:

- «Hai segnato che i lati/i vertici/gli angoli ecc. sono...». Se non era specificato nella risposta scritta: «Dove hai trovato l'informazione nel testo?». Se era specificato nella risposta scritta: «Hai scritto che hai trovato questa informazione qui... Me lo puoi ripetere/rispiegare a voce, cercando di farmi capire bene dove hai trovato l'informazione e perché hai segnato proprio questo?» [Osservare come indicano, ad esempio col dito su una parola o su altri elementi];
- «Vedi altri elementi che ti hanno aiutato a capire quanti sono i lati?»;
- «C'è qualcosa che ti ha confuso o che ti ha reso difficile rispondere?»;
- Solo se occorre (non indicato nella risposta scritta): «Quindi quanti sono secondo te i lati del poligono?»;
- «Questo vale per tutti i poligoni o solo per questo?»;
- «Vuoi aggiungere qualcosa su quello che hai letto?».

Nel caso, si è aggiunto anche uno stimolo esplicito sull'argomento d'interesse, che aiutasse a portare l'attenzione sul fenomeno senza però indirizzare la risposta, del tipo: «Puoi vedere che, per esempio, qui si parla di lati al plurale, ma di angolo al singolare... Vedi che nella parte scritta si parla di lati, ma qui sulla figura è evidenziato un lato solo... Ti sembra comunque chiaro o secondo te potrebbe generare confusione in chi impara? Come ti sembrerebbe più opportuno fare?».

4 Analisi

Procederemo ora con le analisi delle risposte alle domande in forma scritta (partendo dalla scuola elementare per poi passare alle medie), su cui sarà possibile vedere dei rilievi quantitativi; questi saranno sostenuti da alcuni estratti di interviste orali, che permettono di capire più a fondo le motivazioni di alcune scelte, e le riflessioni di allieve e allievi. Globalmente, possiamo affermare che tutti i colloqui di lettura svolti hanno permesso di ricavare uno o più elementi rispetto alle sole risposte scritte, ed allieve e allievi hanno saputo motivare e argomentare le loro idee in modo più accurato grazie alle sollecitazioni proposte.

4.1 Risultati della scuola elementare

4.1.1 Risultati del questionario

La seguente Tabella 3 propone i risultati quantitativi relativi alla domanda 4 del questionario proposto ai 91 studenti di scuola elementare ticinesi.

Ricordiamo che la domanda era suddivisa in tre item: l'item 4a si riferiva alla numerosità dei lati di un poligono, l'item 4b alla numerosità dei vertici, l'item 4c alla numerosità degli angoli.

	Uno	Più di uno	Nessuna risposta	Foglio mancante
Domanda 4a: numerosità dei lati	0 / 0,0%	89 / 97,8%	1 / 1,1%	1 / 1,1%
Domanda 4b: numerosità dei vertici	16 / 17,6%	72 / 79,1%	3 / 3,3%	0 / 0,0%
Domanda 4c: numerosità degli angoli	13 / 14,3%	69 / 75,8%	5 / 5,5%	4 / 4,4%

Tabella 3. Distribuzione delle risposte degli studenti di scuola elementare ticinesi alla domanda.

La maggior parte delle allieve e degli allievi risponde correttamente a ciascuno dei tre item, anche se con percentuali differenti per i tre enti geometrici. Prendiamo in analisi la distribuzione delle risposte errate, riferite cioè al ritenere “uno” la risposta corretta. Mentre zero allieve/-i ritengono che un poligono abbia un unico lato, diversa è la questione quando si passa ai vertici e agli angoli: 16 allieve/-i (il 17,6%) ritengono che un poligono abbia un solo vertice, e 13 allieve/-i (il 14,3%) ritengono che un poligono abbia un solo angolo. Va ricordato che l’estratto del manuale tratta la numerosità degli enti matematici in modo diverso; in particolare, se la parte d’estratto relativa al lato presenta l’ente con *definiendum* al plurale, e quella relativa al vertice lo presenta dapprima con *definiendum* al singolare, e nella frase subito successiva con desinenza al plurale, la parte relativa all’angolo presenta invece questo ente solo con il *definiendum* al singolare. Sembra quindi che le scelte linguistiche di numerosità effettuate dal testo possano indurre a interpretare la numerosità degli enti da parte delle allieve e degli allievi in modo conseguente: se l’ente viene trattato linguisticamente al singolare (cioè se il *definiendum*, in prima posizione, è al singolare), alcune/-i alunne/-i concludono che l’ente sia in quantità uguale a uno. Tale ipotesi è stata confermata anche dalle risposte alle interviste, di cui alcuni estratti vengono riportati nel par. 4.1.2.

La seguente tabella (Tabella 4) propone i risultati quantitativi relativi alla domanda 4 del questionario proposto ai 68 studenti di scuola elementare italiani.

	Uno	Più di uno	Nessuna risposta	Foglio mancante
Domanda 4a: numerosità dei lati	1 / 1,5%	64 / 94,1%	1 / 1,5%	2 / 2,9%
Domanda 4b: numerosità dei vertici	9 / 13,3%	54 / 79,4%	3 / 4,4%	2 / 2,9%
Domanda 4c: numerosità degli angoli	17 / 25,0%	47 / 69,2%	2 / 2,9%	2 / 2,9%

Tabella 4. Distribuzione delle risposte degli studenti di scuola elementare italiani alla domanda.

Dai dati in tabella emerge sostanzialmente la stessa fotografia del caso ticinese: la maggioranza delle allieve e degli allievi italiani risponde correttamente a ciascuno dei quattro item, ma anche qui sembra che l’ambiguità nell’uso sia del singolare sia del plurale (per quanto riguarda il vertice) e la scelta di utilizzo esclusivo del singolare (per quanto riguarda gli angoli) induca a credere che un poligono possieda un solo vertice (9 studenti, il 13,3%) e un solo angolo (17 studenti, il 25,0%). Rispetto al caso

ticinese, però, si nota una differenza: la percentuale di chi afferma che il vertice sia uno è minore della percentuale di chi sostiene che l'angolo sia uno, mentre nel caso ticinese la situazione era invertita.

4.1.2 Risultati delle interviste

Le interviste orali sono servite per chiarire, almeno in parte, alcuni dati emersi dall'analisi dei questionari scritti. Le considerazioni derivanti dalle interviste per entrambi i contesti nazionali sono analoghe, a parte piccole differenze, che per questo vengono qui descritte in modo globale.

Sono rari gli allievi, come il seguente, che esplicitano fin da subito l'incidenza della dimensione di numero del *definiendum* espresso al singolare: «L'angolo è uno perché c'è scritto l'angolo, cioè, quindi in realtà bastava normalmente guardare l'inizio [...] se no sarebbe stato gli angoli».⁸ Alcuni fra questi allievi, esplicitamente sensibili alla disomogeneità di *numero*, manifestano perplessità per quanto concerne la numerosità degli angoli, derivanti dalla formulazione del testo, e che rimangono fino alla fine dell'intervista: «Leggendo che ha i vertici mi ha fatto capire che ne ha più di uno. C'è poi i vertici indicano, quindi non può essere uno, mentre dell'angolo non so»; mentre un buon numero di studentesse e studenti di quarta elementare, che inizialmente non sono stati in grado di cogliere facilmente e in modo non guidato il fenomeno di disomogeneità fra plurale e singolare, posti di fronte a sollecitazioni mirate hanno saputo far intravedere i ragionamenti seguiti e, soprattutto, hanno mostrato come e perché le scelte testuali possono impattare sulla costruzione concettuale. Pur nella consapevolezza di stare indirizzando l'attenzione, come dichiarato nel par. 3.1.3, le domande erano comunque sufficientemente aperte da non vincolare le risposte.

Tra i casi più interessanti e utili ci sono senz'altro quelli dei non molti soggetti che ripercorrono oralmente il ragionamento o le strategie che hanno seguito per rispondere, come queste/-i allieve/-i, che riflettono a proposito delle quantità degli elementi meno noti, cercando di ricavarli dal testo, dal sapere pregresso o dall'interazione fra queste due componenti: «Se i lati sono più di uno e gli angoli sono racchiusi tra loro, allora ci sono anche più angoli»; «Tutto più di uno, ma l'ho capito sottolineando lati e segmenti [cerchia in matita le desinenze plurali], poi ho pensato che quindi sono plurali anche gli altri, per forza»; «In questo pezzo di testo a capire quanti sono i vertici non mi aiuta niente, possono essere uno o di più, ma guardando i disegni precedenti [delle domande precedenti del questionario] noto più di un vertice»; «Ho scritto che i vertici sono più di uno non perché l'ho letto ma perché penso nella mente a una figura, ad esempio triangolo, che ha tre vertici»; «Ho messo più di uno perché una figura con un solo vertice l'ho pensata, ma non è un poligono, non esiste, è tipo un segmento».

Dai rilievi globali e dagli esempi di interviste scaturiscono almeno due riflessioni: da un lato, occorre riconoscere che la dimensione grammaticale, che potrebbe essere vista come poco significativa, ha invece una certa importanza nella corretta comprensione e costruzione di concetti matematici in allieve e allievi di scolarità elementare; dall'altro, non è poi scontato che un'alunna/-o riesca a coordinare le varie informazioni e a risolvere adeguatamente, attraverso inferenze corrette, alcune disomogeneità testuali. A ciò consegue l'importanza di rendere il più possibile aderenti il contenuto matematico e la lingua con cui lo si esprime. Sono proprio le allieve e gli allievi stessi ad affermarlo. Infatti, diversi di loro di entrambe le nazioni, anche tra quelli che rispondono in modo corretto, aggiungono a queste considerazioni commenti espliciti sul fatto che sia proprio il testo a essere "sbagliato" o discutibile e a indurre in errore: «Il libro è un po' sbagliato, sembra far credere che c'è solo un angolo, ma invece per essere un poligono sono più di un angolo»; «Non esiste una forma con un angolo, ma il libro lo scrive e non va bene forse per chi non capisce»; «Il libro è un po' sbagliato: sembra far credere che c'è solo un angolo, ma invece per essere un poligono ci sono più di un angolo»; «In generale posso dire che qui [cerchia lati nel testo] c'è lati ma

8. Nelle trascrizioni delle risposte di allieve e allievi si è mantenuto esattamente quanto da loro detto (errori lessicali e morfosintattici inclusi), ma non si sono applicate convenzioni di trascrizione del parlato, inutili in questa sede e per i fini dell'articolo (sono state omesse ripetizioni inutili, l'indicazione delle pause e i segnali discorsivi; è stata inserita l'interpunzione per agevolare la lettura).

poi vertice e angolo [cerchia "e" e "o"] e però scrive nella spiegazione che il vertice di un poligono ha 2 lati... sono diversi e questo non fa capire, non sono più sicuro che sono tutti più di uno. Secondo me scritto così non va bene, io scriverei tutto *lati* o tutto singolare»; «lo ho segnato più di uno sempre, ma perché lo sapevo, però penso che il libro scritto così non aiuta. Io scriverei tutto come lati, al plurale». Questo aspetto risulta certamente più forviante per le allieve e gli allievi che stanno acquisendo il concetto di poligoni, i loro enti e le loro caratteristiche, dunque di terza elementare (classe a cui è indirizzato il manuale scolastico), piuttosto che di quarta elementare, come questi intervistati, che possiedono questo sapere.

Va però segnalato che tra coloro che rispondono in modo corretto, vi è una netta minoranza che ritiene che gli aspetti morfologici legati alla categoria del numero non impattino sulla comprensione (però per chi ha già delle conoscenze): «*Lati... vertice...* non so per me è uguale, non è uno solo, l'ho scritto»; «Penso che posso capire comunque, ma forse perché lo so già e ho in mente tanti poligoni e so come sono fatti, così non devo fermarmi sulle parole come lati o vertice».

In qualche caso, poi, allieve e allievi esplicitano anche specifiche parole osservate nel testo, che però non sono utili alla comprensione di questo concetto indagato, manifestando così una difficoltà di lettura funzionale (si focalizzano su alcune parole senza connetterle correttamente al testo e alla richiesta) e una difficoltà anche concettuale in ambito matematico: «C'è scritto *tra due lati*, quindi se c'è *due* ci sono più angoli». Questo aspetto avviene in modo più marcato in Canton Ticino rispetto all'Italia, dove, nel chiedere di rileggere a voce alta l'estratto, si sono rilevate modalità di lettura o focalizzazione selettiva su certe parole che favorivano interpretazioni erranee, come le seguenti: «Se il vertice è l'incontro *tra due lati* allora c'è due e non può essercene uno solo di vertice»; «Ho capito che angolo sono due perché se c'è scritto *tra due lati* allora sono più di uno»; «Perché se c'è *fra due lati* allora gli angoli sono almeno due».

Un ulteriore elemento di interesse è stato rilevare che alcune allieve e allievi, soprattutto in Canton Ticino, non avevano ancora acquisito il concetto di poligono, dunque, i giovani lettori avvicinavano l'estratto di testo per apprendere il contenuto veicolato: di fronte a conoscenze poco note o per nulla note, come era capitato nel pre-test, l'ambiguità del testo portava più facilmente a fraintendimenti, anche apparentemente poco probabili (come pensare che in un poligono esista un solo vertice); vediamo un esempio: «A me sembrava che nel poligono non c'è solo un vertice e solo un angolo, se no non si chiude, ma forse un vertice si può, uno solo tra due lati ed è comunque una figura».

4.2 Risultati della scuola media

4.2.1 Risultati del questionario

La seguente Tabella 5 propone i risultati quantitativi relativi alla domanda 6 del questionario proposto a 82 studenti di scuola media ticinesi. Ricordiamo che la domanda era suddivisa in cinque item: l'item 6a si riferiva alla numerosità dei lati di un poligono, l'item 6b alla numerosità dei vertici, l'item 6c alla numerosità degli angoli interni, l'item 6d alla numerosità degli angoli esterni, l'item 6e alla numerosità delle diagonali.

	Uno	Più di uno	Nessuna risposta	Foglio mancante
Domanda 6a: numerosità lati	2 / 2,4%	77 / 93,9%	2 / 2,4%	1 / 1,2%
Domanda 6b: numerosità vertici	7 / 8,5%	72 / 87,8%	2 / 2,4%	1 / 1,2%
Domanda 6c: numerosità angoli interni	11 / 13,4%	65 / 79,3%	5 / 6,1%	1 / 1,2%
Domanda 6d: numerosità angoli esterni	24 / 29,3%	54 / 65,9%	3 / 3,7 %	1 / 1,2%
Domanda 6e: numerosità diagonali	7 / 8,5%	70 / 85,4%	4 / 4,9%	1 / 1,2%

Tabella 5. Distribuzione delle risposte degli studenti di scuola media ticinesi.

La maggior parte delle allieve e degli allievi ticinesi afferma correttamente che tutti gli enti sono presenti in un poligono in quantità maggiore di uno. Anche in questa domanda, tuttavia, risulta interessante andare ad analizzare la differenza nelle percentuali di risposte errate, corrispondenti alla colonna "Uno".

Un primo dato da evidenziare è che in Canton Ticino il caso degli angoli esterni sia il più problematico: 24 studenti (il 29,3%) risponde che in un poligono è presente un solo angolo esterno, percentuale che sembra confermare l'importanza di utilizzare un *definiendum* con desinenza plurale. Il secondo ente problematico in termini di percentuale di risposta errata è l'angolo interno:⁹ 11 allieve/-i (il 13,4%) ritengono che in un poligono vi sia un solo angolo interno. In questo caso, ipotizziamo che gli studenti possano essere stati indotti in confusione dall'incoerenza di numero tra il *definiendum* (con desinenza al plurale) e il binomio denominazione (con desinenza al singolare) figura (un unico angolo interno rappresentato). C'è da dire, tuttavia, che lo stesso tipo di incoerenza, nel caso dell'ente lato, non produce analoghi effetti: infatti solo 2 studenti (il 2,4%) ritengono che il poligono abbia un unico lato. Le minori percentuali di risposte errate relative ai lati, ai vertici (7 studenti, l'8,5%) e le diagonali (7 studenti, l'8,5%) fanno emergere una differenza che potrebbe essere ascrivibile al fatto che, solitamente, le allieve e gli allievi giungono alla scuola media avendo già visto numerose volte e in numerosi contesti gli enti *lato*, *vertice*, *diagonale*, mentre l'esposizione didattica all'ente *angolo interno* o *esterno* potrebbe essere inferiore in termini di significatività. Ipotesi che è stata confermata dalle interviste orali delle quali riporteremo alcuni estratti nel prossimo paragrafo.

Significativo, inoltre, che il caso dell'angolo interno sia anche quello in cui risiede la maggior percentuale (il 6,1%) di studenti che scelgono di non rispondere.

L'ultima tabella (Tabella 6) propone i risultati relativi alla domanda 6 del questionario posta a 125 studentesse e studenti di scuola media italiani.

	Uno	Più di uno	Nessuna risposta	Foglio mancante
Domanda 6a: numerosità lati	3 / 2,4%	118 / 94,4%	3 / 2,4%	1 / 0,8%
Domanda 6b: numerosità vertici	12 / 9,6%	106 / 84,8%	5 / 4,0%	2 / 1,6%
Domanda 6c: numerosità angoli interni	9 / 7,2%	106 / 84,8%	10 / 8,0%	0 / 0,0%
Domanda 6d: numerosità angoli esterni	34 / 27,2%	78 / 62,4%	11 / 8,8%	2 / 1,6%
Domanda 6e: numerosità diagonali	4 / 3,2%	113 / 90,4%	8 / 6,4%	0 / 0,0%

Tabella 6. Distribuzione delle risposte degli studenti di scuola media italiani alla domanda.

Come nel caso ticinese, la maggior parte delle allieve e degli allievi risponde correttamente, affermando che gli enti *lato*, *vertice*, *angolo interno*, *angolo esterno* e *diagonale* siano presenti nel poligono in quantità maggiore di uno. Anche qui, però, risulta significativo cercare di interpretare le percentuali relative alle risposte errate. In accordo con quanto accade nelle scuole elementari, le due risposte errate in percentuale maggiore si riferiscono ai casi in cui i *definiendum* sono esplicitati al singolare: 12 studenti (il 9,6%) dichiarano che il poligono ha un unico vertice, e ben 34 studenti (il 27,2%) un unico angolo esterno. Questi dati riconfermerebbero nuovamente l'importanza di associare agli enti del poligono definizioni in cui i *definiendum* siano presentati con desinenza al plurale. Se si considera

9. Notiamo però che 7 allieve/-i (l'8,5%) ritengono che in un poligono vi sia un solo vertice, probabilmente indotti nuovamente dal *definiendum* al singolare.

infine la percentuale di risposte errate relative all'ente angolo interno (9 studenti, il 7,2%), si può anche in questo caso ripercorrere il ragionamento presentato nell'analisi dei risultati ticinesi: sembra che l'incoerenza nella corrispondenza di numero tra l'elemento linguistico del *definiendum* e il binomio denominazione-figura produca effetti in termini di corretta decodifica da parte del lettore.

4.2.2 Risultati delle interviste

Ancora una volta le interviste orali sono servite per interpretare le motivazioni alla base delle risposte fornite nel questionario e per sostenere o confutare le ipotesi da noi formulate.

Anche per questo livello scolastico la formulazione dell'estratto del manuale, sia dal punto di vista linguistico sia figurale, ha influenzato le risposte, sebbene i saperi fossero di base e, nella maggior parte dei casi, conosciuti fin dalla scuola elementare (lati, vertici, angoli interni): «Io ho scritto che l'angolo interno è uno perché il testo dice che è uno perché ce n'è uno, qui [cerchia l'angolo in azzurro]».

Inoltre, come avevamo supposto nel paragrafo precedente, si è riscontrato in entrambe le nazioni che il trovarsi confrontati con un contenuto meno noto (gli angoli esterni e in alcuni casi gli angoli interni), cosa che rendeva l'estratto necessario per comprendere il contenuto veicolato, portava a fraintendimenti dovuti all'ambiguità dell'estratto del testo: «Le diagonali sono due e me lo fa capire soprattutto il disegno, mentre qui c'è un solo angolo esterno [indica] e sotto c'è scritto un angolo»; «Angolo esterno non me lo ricordavo tanto bene e quindi ho scritto che ce n'è uno perché è scritto così, un angolo esterno, che è quello che sta qui sotto sulla base in giallo. Gli interni c'è scritto angoli interni quindi ho pensato che sono di più di uno»; «Guardando il testo e il disegno ho messo uno di angolo interno perché non mi ricordavo se ce n'erano di più e dal testo capisco uno, è anche disegnato: uno esterno, uno interno».

Per contro, se il contenuto era noto, lettrici e lettori tendevano ad appigliarsi al loro sapere pregresso, facendosi solo in rari casi influenzare dalla lettura del testo (e affermandolo apertamente): «Ho scritto più di uno di vertice perché lo sapevo già, me lo ricordavo»; «Lo sapevo già quante di tutte queste cose ci sono in dei poligoni, a parte che si vede. Il testo non l'ho letto bene, tanto sapevo già le risposte».

In varie ragazze e vari ragazzi si è rilevata una particolare attenzione alle parole che compaiono al singolare a fronte di enti plurali, cosa che ha permesso loro di elaborare riflessioni più articolate sui manuali e sulla loro efficacia: «Non penso che sia scritto proprio bene, perché penso che se scrivi così puoi confondere chi sta imparando, magari se non lo vede con la prof. di matematica, cioè non costerebbe niente cercare di fare capire meglio, se sono al plurale tutto al plurale. Io farei così»; «Ho scritto più di uno per vertice ma non perché c'è scritto. Pensandoci ho notato che qui è vertice e poi ne è segnato uno con la freccia. Con tutto al singolare ti fa proprio pensare che può esserne uno, se non lo sai o se non sei attento. Il testo non fa capire, secondo me». Sono inoltre state numerose, essendo allieve e allievi più grandi, le osservazioni metariflessive (spesso proprio metalinguistiche) sull'estratto e sui suoi difetti comunicativi: «Io penso che se devi imparare gli angoli questo testo non spiega bene, perché ne vedi uno e ci devi pensare che sono di più»; «Il testo era meno chiaro, è grazie alle immagini che si capisce e che ho risposto i numeri giusti. Non farei così ma cercherei di mettere delle parole che rispecchiano le figure, soprattutto perché uno se no si può confondere»; «Non era difficile il testo come parole, ma nei disegni, nel senso che io farei così [disegna vari poligoni con sui vari elementi scritto ogni volta lato, vertice...].».

È evidente che le proposte di riformulazione, come quella che esplicita quest'ultimo allievo, anche se non sempre economiche ed efficaci (una figura con scritta su ogni elemento una parola, forse, sarebbe ugualmente confusa e poco chiara), rivelano l'intenzione di suggerire una maggiore coerenza. Questo è un aspetto sovente trascurato da un lettore adulto, ma con ragazze e ragazzi, soprattutto alle prese con testi complessi, non è sempre detto che la sistematicità di indicazione (magari graficamente ridondante, in apparenza) sia inutile, anzi.

Nuovamente, come avvenuto per la scuola elementare, gli esempi più interessanti sono senz'altro

quelli che ripercorrono oralmente il ragionamento seguito per rispondere, come nel caso di questa allieva, che ragiona a proposito degli angoli esterni: «Io per rispondere ho pensato che se un poligono ha almeno 3 lati, dunque ha almeno tre vertici. Qui è scritto vertice perché è, come dire, uno d'esempio degli altri». O di quest'altra, che riflette a partire da lati e vertici (cioè da ciò che per lei era noto) per poi trasporre alle diagonali: «Non sapevo bene delle diagonali, ma se ha più lati e più vertici, allora ha più diagonali».

Infine, va detto che la componente figurale, fondamentale in geometria, pare, per alcuni soggetti, dominare rispetto a quella verbale e non necessariamente dialogare con essa: «Per non sbagliare mi sono basata sul disegno e non mi sono accorta di come erano scritti».

5 Conclusioni

In conclusione, possiamo affermare che le disomogeneità linguistiche presenti nei libri di testo di matematica (geometria, tema *poligoni*) non sono prive di conseguenze rispetto alla rappresentazione semantica e alla successiva costruzione concettuale da parte degli apprendenti, sia nel caso di bambine e bambini di quarta elementare, sia nel caso di lettrici e lettori di seconda media. Abbiamo ricavato ciò sia dalle risposte al questionario scritto, sia dalle interviste orali, sebbene, in generale, tutti i soggetti testati siano riusciti a esprimersi meglio e più approfonditamente sulle richieste se sollecitati in forma orale.

In particolare, abbiamo potuto osservare come anche degli apparenti dettagli abbiano una importanza a livelli di costruzione del sapere. Nel caso della ricerca qui presentata, infatti, più le lettrici e i lettori si trovavano di fronte a un sapere geometrico poco esplorato, più si rivelavano fragili ed esposti a errore, appigliandosi a un testo ambiguo. Non si può infatti presumere che allieve e allievi con un apprendimento da poco costruito o in fase di costruzione siano in grado di sciogliere le inferenze testuali (e iconiche) e di trasporre correttamente la numerosità degli enti (ossia di considerarli tutti di quantità superiore a uno perché alcuni elementi testuali e figurali me lo indicano). Un libro scolastico, ossia un esempio di «discorso scientifico pedagogico» (Löffler-Laurian, 1983, p. 8; su questo anche Dardano, 2008), pragmaticamente efficace, infatti, non dovrebbe dare a chi legge l'onere di gestire ambiguità, almeno in fase di costruzione del sapere e in parti testuali che hanno un carattere dichiarativo, non laboratoriale.

Sarebbe quindi utile considerare i reali bisogni di lettrici e lettori per costruire testi non banalizzati, ma «felici», direbbe Austin (1962), nel senso di rispettosi di quelle massime della comunicazione che vorrebbero garantire un giusto e pertinente passaggio di informazione. Insomma, un'allieva o un allievo dovrebbe poter trovare nel testo un alleato del processo di apprendimento, ovviamente promosso e coadiuvato dall'insegnante e da tanti altri aspetti della didattica disciplinare.

Al di là del contesto di ricerca qui presentato, vogliamo presentare anche il rovescio della medaglia, quello che riconosce le potenzialità didattiche di testi non perfetti, in cui compaiono criticità: affrontare in classe il libro di testo senza «subirlo», ma discutendolo, è utile non solo per favorire lo sviluppo di uno spirito analitico e critico, ma anche per promuovere un apprendimento meno superficiale e più approfondito, tipico di chi si pone domande su ciò che studia e su ciò che fa. In questo senso, il manuale scolastico smette di essere solo un riferimento statico per lo studio e il ripasso, e un eserciziario, ma diventa interlocutore vivace e strumento di ragionamento e riflessione.

Bibliografia

- Adoniou, M., & Qing, Y. (2014). Language, mathematics and English language learners. *The Australian Mathematics Teacher*, 70(3), 3–13.
- Aristotele (1996). *Organon*. Vol. 2 (Edizione critica di M. Zanatta). UTET.
- Austin, J. L. (1962). *How to do things with words*. Oxford University Press.
- Barrow, M. A. (2014). Even math requires learning academic language. *Kappan Magazine*, 95(6), 35–38. <http://www.lindareedclassroom.com/teaching-resources/ewExternalFiles/Academic%20Vocabulary%20in%20Math.pdf>
- Canducci, M. (2019). Il rapporto testo-figure nei libri di testo di matematica: Il caso dei poligoni analizzato in ottica multimodale. In B. D'Amore & S. Sbaragli (Eds.), *Didattica della matematica e professionalità docente. Atti del XXXIII Convegno Nazionale "Incontri con la Matematica"* (pp. 107–108). Pitagora.
- Canducci, M. (2020). L'incoerenza delle scelte di numero nei libri di testo di geometria. In B. D'Amore & S. Sbaragli (Eds.), *Didattica della matematica, disciplina scientifica per una scuola efficace, Atti del XXXIV Convegno Nazionale "Incontri con la Matematica"* (pp. 69–70). Pitagora.
- Canducci, M., Demartini, S., Franchini, E., & Sbaragli, S. (2019a). La definizione nei testi scolastici: Dall'analisi alla didattica. In B. Di Paola (Ed.), *Pratiche d'aula e ricerca didattica: Nuove e vecchie sfide di insegnamento/apprendimento matematico per una scuola competente e inclusiva. Quaderni di Ricerca in Didattica* (vol. 2, numero speciale n. 5, pp. 47–48). G.R.I.M. http://math.unipa.it/~grim/quaderno2_suppl_5_2019.pdf
- Canducci, M., Demartini, S., Franchini, E., & Sbaragli, S. (2019b). Analisi di manuali scolastici di matematica dal punto di vista linguistico e disciplinare. In B. Di Paola (Ed.), *Pratiche d'aula e ricerca didattica: Nuove e vecchie sfide di insegnamento/apprendimento matematico per una scuola competente e inclusiva. Quaderni di Ricerca in Didattica* (vol. 2, numero speciale n. 5, pp. 43–44). G.R.I.M. http://math.unipa.it/~grim/quaderno2_suppl_5_2019.pdf
- Canducci, M., Demartini, S., & Sbaragli, S. (2021). Plurale o singolare? Disomogeneità linguistica di numero nei manuali di matematica della scuola primaria e secondaria di primo grado italiani. *Italiano a scuola*, 3(1), 99–132. <https://doi.org/10.6092/issn.2704-8128/12935>
- Canducci, M., Rocci, A., & Sbaragli, S. (2021). The influence of multimodal textualization in the conversion of semiotic representations in Italian primary school geometry textbooks. *Multimodal Communication*, 10(2), 157–174. <https://doi.org/10.1515/mc-2020-0015>
- Cavanagh, S. (2005). Math: The not-so-universal language. *Education Week*, 24(42), 1–22.
- Cortelazzo, M. A. (2011). Scienza, lingua della. In R. Simone (Ed.), *Enciclopedia dell'Italiano Treccani*. Istituto dell'Enciclopedia. https://www.treccani.it/enciclopedia/lingua-della-scienza_%28Enciclopedia-dell%27Italiano%29/
- D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 5(1), 44–48.
- D'Ambrosio, U. (2007). The role of mathematics in educational systems. *ZDM Mathematics Education*, 39, 173–181. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0012-1>

- D'Amore, B. (2000). *Lingua, Matematica e Didattica. La matematica e la sua didattica*, 1, 28–47.
- Dardano, M. (2008). Capire la lingua della scienza. In M. Dardano & G. Frenguelli (Eds.), *L'italiano di oggi* (pp. 173–188). Aracne.
- Dehaene, S. (2009). *I neuroni della lettura*. Raffaello Cortina Editore.
- Demartini, S., Fornara, S., & Sbaragli, S. (2020). Se la sintesi diventa un problema. Alcune caratteristiche del linguaggio specialistico della matematica in prospettiva didattica. In J. Visconti, M. Manfredini & L. Coveri (Eds.), *Linguaggi settoriali e specialistici: Sincronia, diacronia, traduzione, variazione. Atti del XV Congresso Internazionale della Società Internazionale di Linguistica e Filologia Italiana* (pp. 487–494). Cesati.
- Demartini, S., & Sbaragli, S. (2019). Le parole che “ingannano”. La componente lessicale nell’insegnamento e nell’apprendimento della matematica. In B. Di Paola (Ed.), *Pratiche d’aula e ricerca didattica: Nuove e vecchie sfide di insegnamento/apprendimento matematico per una scuola competente e inclusiva. Quaderni di Ricerca in Didattica* (vol. 2, numero speciale n. 5, pp. 19–25). G.R.I.M. http://math.unipa.it/~grim/quader-no2_suppl_5_2019.pdf
- Demartini, S., Sbaragli, S., & Ferrari, A. (2020). L’architettura del testo scolastico di matematica per la scuola primaria e secondaria di primo grado. *Italiano LinguaDue*, 12(2), 160–180. <https://riviste.unimi.it/index.php/promoitals/article/view/14979/13889>
- Grandi, N. (2011a) Numero. In R. Simone (Ed.), *Enciclopedia dell’Italiano Treccani*. Istituto dell’Enciclopedia. [http://www.treccani.it/enciclopedia/numero_\(Enciclopedia-dell%27Italiano\)/](http://www.treccani.it/enciclopedia/numero_(Enciclopedia-dell%27Italiano)/)
- Grandi, N. (2011b). Articolo. In R. Simone (Ed.), *Enciclopedia dell’Italiano Treccani*. Istituto dell’Enciclopedia. [http://www.treccani.it/enciclopedia/articolo_\(Enciclopedia-dell%27Italiano\)/](http://www.treccani.it/enciclopedia/articolo_(Enciclopedia-dell%27Italiano)/)
- Gualdo, R. (2021). *Introduzione ai linguaggi specialistici*. Carocci.
- Gualdo, R., & Telve, S. (2011). *Linguaggi specialistici dell’italiano*. Carocci.
- Laborde, C. (1995). Occorre apprendere a leggere e scrivere in matematica?. *La matematica e la sua didattica*, 2, 121–135.
- Loffler-Laurian, A.-M. (1983). Typologie des discours scientifiques : Deux approches. *Études de linguistique appliquée*, 51, 8–20.
- Lumbelli, L. (2009). *La comprensione come problema. Il punto di vista cognitivo*. Laterza.
- Salvi, G., & Vanelli, L. (2004). *Nuova grammatica italiana*. Il Mulino.
- Sbaragli, S., Canducci, M., & Demartini, S. (2021). Le modalità logico-argomentative nei testi scolastici di geometria della scuola elementare e media in lingua italiana. *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d’aula*, 9, 44–71. <https://doi.org/10.33683/ddm.21.9.3>
- Sbaragli, S., & Demartini, S. (Eds.). (2021). *Italmatica. Lingua e strutture dei testi scolastici di matematica*. Dedalo.
- Speranza, F. (1997). *Scritti di epistemologia della matematica*. Pitagora.