

Digital Interactive Storytelling in Matematica: un dispositivo metodologico per l'apprendimento sociale orientato alle competenze

Digital Interactive Storytelling in Mathematics: a methodological device for competence-oriented social learning

Giovannina Albano[•], Cristina Coppola^{••} e Maria Polo[°]

[•]Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione ed Elettrica e Matematica applicata, Università degli Studi di Salerno – Italia

^{••}Dipartimento di Matematica, Università degli Studi di Salerno – Italia

[°]Dipartimento di Matematica e Informatica, Università di Cagliari – Italia

✉ galbano@unisa.it, ccoppola@unisa.it, mpolo@unica.it

Sunto / Il lavoro presenta un dispositivo metodologico, chiamato DIST-M, basato sull'integrazione di istanze provenienti da ricerche negli ambiti della didattica della matematica, della psicologia dell'educazione e dell'insegnamento-apprendimento digitale online: l'attenzione crescente verso un approccio contestualizzato basato sulle competenze in matematica, fondata su un buon equilibrio tra pensiero narrativo e pensiero logico-scientifico; l'enfasi che le teorie della psicologia dell'educazione danno al successo dell'apprendimento come risultato di un processo che è sociale e individuale, attraverso l'interiorizzazione dei concetti; il ruolo preponderante assunto nell'istruzione recentemente dagli ambienti digitali e online. I quadri teorici alla base del dispositivo metodologico sono presentati e discussi come guida a priori agli elementi di progettazione e come re-inquadramento a posteriori.

Parole chiave: *storytelling*; matematica; ambienti digitali; *roleplaying*.

Abstract / In this paper we present a methodological device, called DIST-M, based on the integration of instances from research in the fields of mathematics education, educational psychology and online digital teaching/learning; the increasing focus on a contextualised competence-based approach to mathematics, based on a good balance between narrative and logical-scientific thinking; the emphasis that educational psychology theories place on learning as the result of a process that is social and individual, through the internalisation of concepts; and the predominant role assumed in education recently by digital and online environments. The theoretical frameworks underpinning the methodological device are presented and discussed as an a priori guide to design elements and as a posteriori re-framing.

Keywords: *storytelling*; mathematics; digital environments; *roleplaying*.

1 Introduzione e contesto

La ricerca descritta in questo lavoro è stata sviluppata nell'ambito del progetto PRIN 2015¹ *Digital Interactive Storytelling in Mathematics: a social competence-oriented approach*, un progetto che ha visto la cooperazione di ricercatori in didattica della matematica, in psicologia dell'educazione, in ambito tecnologico (collegato all'educazione) e insegnanti-ricercatori. L'idea progettuale è nata proprio dalla necessità di integrare istanze urgenti provenienti da diversi ambiti.

Per quanto riguarda l'ambito della didattica della matematica, i quadri di riferimento delle valutazioni internazionali pongono sempre più l'accento sulla necessità di formare individui che siano attivi risolutori di problemi (Organization for Economic, Cooperation and Development [OECD], 2016). La *mathematical literacy*, intesa come la capacità di un individuo di usare la matematica in contesto, richiede lo sviluppo di competenze matematiche (Magenes & Maracci, 2015; Niss, 2003) e la necessità che la scuola offra esperienze didattiche ricche che ne favoriscano il raggiungimento (OECD, 2016). D'altro canto, la ricerca in psicologia dell'educazione afferma con sempre maggiore forza che l'apprendimento è il risultato di un processo sia sociale, attraverso la comunicazione e l'interazione tra pari e con l'esperto, sia individuale, attraverso l'interiorizzazione dei concetti. Inoltre, l'avvento del Web 2.0, con Internet che diventa una piattaforma in cui l'utente non è solo fruitore ma diventa autore e collaboratore, ha portato un cambiamento sociale epocale, fortemente caratterizzato dalla regola dello «sfruttamento dell'intelligenza collettiva» (Needleman, 2007, p. 202), che ha cambiato la nostra vita e non può non investire anche il mondo dell'educazione.

La prospettiva di integrare questi aspetti, in questi diversi ambiti, ha generato una direzione nuova della ricerca, quasi inesplorata, che suggerisce di indagare l'uso di piattaforme online nell'insegnamento-apprendimento della matematica, assumendo un approccio orientato allo sviluppo di competenze in contesto, come risultato di un processo sociale. Da qui l'idea germinale alla base della progettazione di un dispositivo metodologico, il *Digital Interactive Storytelling in Matematica* (DIST-M), basato su un approccio vygotkiano, secondo il quale l'apprendimento è prima socializzato e poi interiorizzato. L'uso dello *storytelling*, quindi di una storia nella quale potersi immergere favorendo l'integrazione del pensiero narrativo e di quello logico-scientifico, sembra funzionale sia ad un apprendimento basato sulle competenze sia allo sviluppo di capacità di uso contestualizzato (nel senso del quadro PISA (OECD, 2016). L'accento sul digitale e sull'interazione è fortemente connesso allo sviluppo della società determinato dal Web 2.0.

Di seguito presenteremo i principi teorici che hanno fatto da cornice alla progettazione del DIST-M e all'intero processo di ricerca, gli strumenti metodologici che lo hanno caratterizzato, e descriveremo più in dettaglio i punti chiave del DIST-M.

2 Il background teorico

Il background teorico che presentiamo si articola su due livelli. Il quadro fornitoci dalla teoria dell'attività inquadra più propriamente la progettazione (e realizzazione) del DIST-M; il riferimento teorico all'*expansive learning* ci dà modo di inquadrare, più in generale, il processo con cui la ricerca sul DIST-M si è evoluta (e si sta evolvendo).

1. Progetto di Ricerca di Interesse Nazionale – Bando 2015 – Prot. 20155NPRA5 Durata: 5 febbraio 2017-5 febbraio 2020.

2.1 Teoria dell'attività

La teoria dell'attività si inserisce nella tradizione vygotskiana di cui ne reinterpreta l'eredità attraverso tre generazioni di studiosi e ricercatori. Più precisamente, si inserisce nell'approccio storico-culturale che Cole (1996) ha sistematizzato a partire dagli studi di Vygotskij (1929), Leont'ev (1932) e Lurja (1928). È proprio per evidenziare l'importanza della dimensione storico-culturale che questo approccio è stato denominato teoria dell'attività storico-culturale (*Cultural Historical Activity Theory*, spesso abbreviato con l'acronimo CHAT) (Ligorio & Cacciamani, 2013).

Il concetto centrale della teoria è quello di *attività*, che viene intesa come qualcosa caratterizzata da *interazione* (è un'azione nel mondo) e *intenzionalità* (l'azione risponde a uno scopo). È importante sottolineare che è un processo, che mette in relazione un *soggetto* e un *oggetto*, che si influenzano a vicenda e così entrambi sono trasformati dall'attività stessa (ad esempio, se è vero che le abilità matematiche influenzano il modo di risolvere un problema matematico, è anche vero che la risoluzione di problemi matematici contribuisce a formare le abilità matematiche).

Il concetto alla base della teoria dell'attività è che tutti i processi psicologici si sviluppano nell'attività e l'azione, mediata dagli strumenti culturali, rappresenta l'unica unità di analisi possibile.

In una sistematizzazione di questa teoria ad opera di Kaptelinin e Nardi (2006), basata su quanto fatto da Wertsch (1981), sono stati identificati alcuni principi cardine, che brevemente descriviamo di seguito.

La teoria dell'attività è object-oriented. Gli oggetti motivano e dirigono le attività e tutte le attività umane sono dirette ai loro oggetti. Questo principio è strettamente legato al concetto chiave di *relazione soggetto-oggetto*. L'oggetto ha una duplice sfaccettatura: da un lato ha un proprio significato *oggettivo*, che nasce dalle interazioni con le altre entità presenti nel mondo (compreso il soggetto); dall'altro lato, assume un significato *soggettivo* cioè determinato dall'uso che il soggetto ne fa. Il principio dell'*orientamento all'oggetto* afferma che intorno ad esso le attività sono coordinate e in esso si cristallizzano quando le attività, o l'uso che il soggetto ne fa, sono completate.

Strutturazione gerarchica dell'attività. L'attività è un costrutto di alto livello, in genere di tipo collaborativo, che è guidato da un *motivo* orientato all'oggetto. L'attività è in cima a una gerarchia dove sono previste altre due componenti: le *azioni* e le *operazioni*. Mentre l'oggetto di un'attività non è sempre chiaro ai partecipanti, le azioni sono intraprese consapevolmente e intenzionalmente per raggiungere degli *obiettivi* che servono a realizzare l'oggetto. Le azioni sono attuate mediante una serie di operazioni, spesso inconsapevoli, generate dall'azione stessa. Tali operazioni, che rappresentano le *modalità* attraverso cui si realizza l'azione, sono automatiche ed indipendenti dalle caratteristiche dell'attività stessa, azioni di routine che utilizzano gli strumenti disponibili (Figura 1).

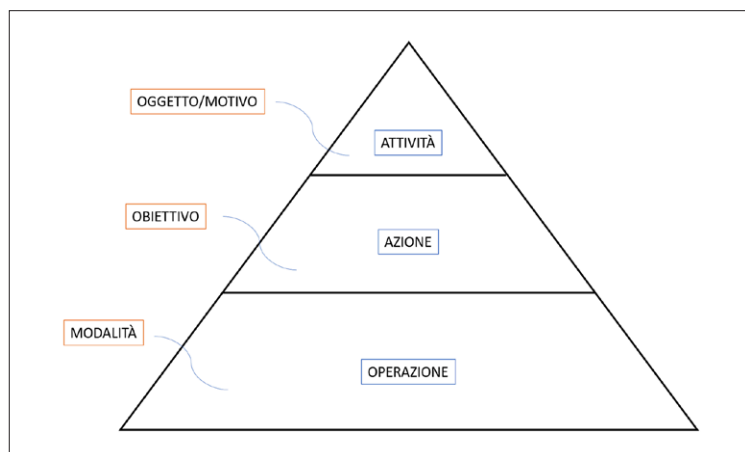


Figura 1. Strutturazione gerarchica dell'attività.

Mediazione. L'interesse per la mediazione proviene dalla scuola storico-culturale di Vygotskij. La mediazione è la dimensione primaria che distingue l'essere umano: ogni interazione con il mondo è mediata da strumenti che, nella visione di Leont'ev, permettono di appropriarsi di forme socialmente sviluppate di agire nel mondo. Il focus di Leont'ev sulla mediazione è stato rivolto ai mezzi che mediano un'attività orientata all'oggetto nel suo complesso.

Internalizzazione ed esternalizzazione. Le attività (umane) sono costituite da due componenti, una interna ed una esterna, che si influenzano continuamente e si modificano l'una con l'altra. I concetti di *internalizzazione* ed *esternalizzazione* possono essere ridefiniti in un contesto di attività sociali. Nel caso di un'attività inizialmente distribuita, cioè portata avanti da più persone, può avvenire un processo di internalizzazione nel momento in cui un individuo si appropria di quell'attività "sociale" e poi la porta avanti individualmente. Di contro, perché l'attività di un individuo possa essere ridistribuita tra più persone, è necessario un processo di esternalizzazione. Le dimensioni di interno/esterno e individuale/sociale sono strettamente correlate.

Sviluppo dell'attività. Per comprendere le attività bisogna sempre monitorarne i cambiamenti e analizzarne lo sviluppo nel tempo. In questo senso lo sviluppo dell'attività ha più a che fare con una strategia metodologica, che dia importanza allo sguardo sugli aspetti evolutivi, in contrapposizione allo studio dell'attività cristallizzata in un dato momento, più tipico della metodologia sperimentale (Ligorio & Cacciamani, 2013).

2.1.1 Un modello di sistema di attività

Nel corso delle tre evoluzioni della teoria dell'attività verso la teoria dei sistemi di attività e la teoria delle reti di attività, si passa dalla modellizzazione classica vygotskiana (Figura 2) al triangolo complesso (Figura 3), in cui vengono inclusi ruoli, comunità e divisione del lavoro.

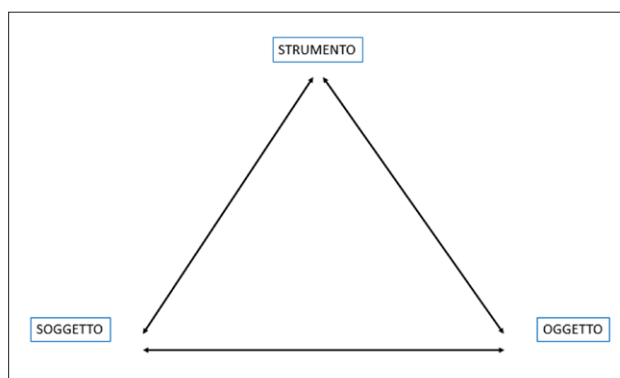


Figura 2. Il triangolo di Vygotskij.

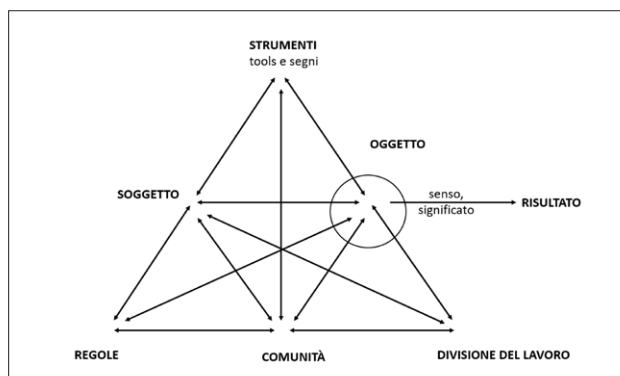


Figura 3. Modello generale di un sistema di attività, tratto da Engeström e Sannino (2010, p. 6).

Il triangolo classico (Figura 2) esplicita il fatto che l'interazione tra soggetto e oggetto è mediata da strumenti che aiutano il soggetto a costruire significati. Questo modello non dà conto delle azioni collettive; per questo motivo Engeström aggiunge il nodo *comunità*, composta dagli individui che condividono lo stesso oggetto, e dentro la quale si esplicita la dimensione sociale dell'azione del soggetto. Con l'aggiunta di questo nuovo nodo, come accadeva per la relazione soggetto-oggetto, ognuna delle nuove relazioni soggetto-comunità e comunità-oggetto assume i propri specifici mezzi di mediazione. La relazione soggetto-comunità è mediata dalle *regole*, che costituiscono i principi o le condizioni (esplicite o implicite) secondo cui si sviluppano le azioni nel sistema di attività. La relazione comunità-oggetto è mediata dalla *divisione del lavoro*, che si riferisce alla divisione orizzontale dei compiti tra i membri della comunità e alla divisione verticale in base allo status e al potere (Zuccher-maglio, 1996). Il triangolo classico viene quindi esteso come in Figura 3.

L'oggetto è il "*problem space*" a cui l'attività è diretta. L'oggetto viene convertito in risultato attraverso artefatti, strumenti o segni. Va inoltre sottolineato che l'oggetto è duplice: un *oggetto generalizzato*, cioè inteso nel suo significato socialmente accettato e condiviso, e un *oggetto specifico*, cioè connesso al senso personale, di uno specifico soggetto, in uno specifico momento e in una data attività (Engeström & Sannino, 2010).

Il nuovo modello prevede, inoltre, un *risultato* del sistema di attività nel suo complesso, che consiste nel risultato di una trasformazione dell'oggetto dovuta all'attività e che può essere utilizzato da altri sistemi di attività.

Man mano che si sono sviluppati gli studi sui sistemi di attività, sono stati osservati sistemi di attività interconnessi e interdipendenti: si è quindi passati a considerare costellazioni/network di due o più sistemi di attività i cui oggetti sono parzialmente sovrapposti, cioè dove tutti i sistemi coinvolti condividono parzialmente (almeno) uno stesso oggetto (Figura 4).

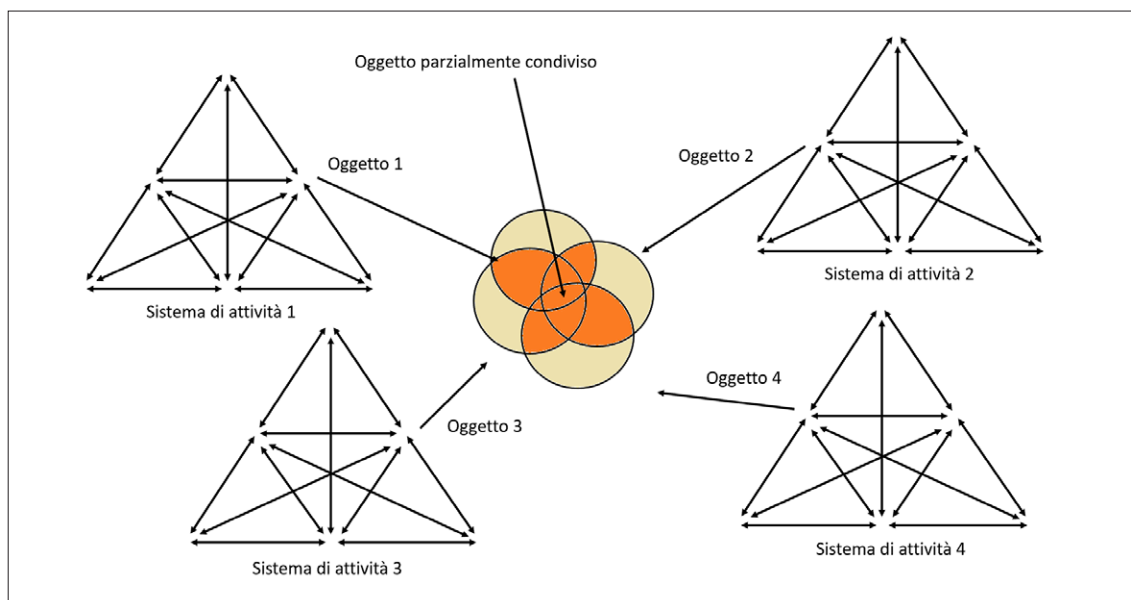


Figura 4. Rete di sistemi di attività con oggetti parzialmente condivisi.

Attraverso la teoria delle reti di attività, Engeström (1999) ri-definisce alcuni principi della teoria dell'attività. In particolare, fa riferimento a cicli sempre più estesi attraverso cui i sistemi di attività si trasformano, in modo che le attività non siano ripetute sempre allo stesso modo ma vadano verso un miglioramento progressivo (Ligorio & Cacciamani, 2013): nasce la teoria dell'*expansive learning* di cui parleremo nel prossimo paragrafo.

2.2 *Expansive learning*

Secondo la teoria dell'apprendimento dell'*expansive learning* chi apprende è coinvolto nella costruzione e implementazione di un oggetto e di un concetto sostanzialmente nuovi, più ampi e complessi per la propria attività (Engeström & Sannino, 2010).

Mentre Sfard (1998), passando dalla metafora dell'acquisizione a quella della partecipazione, resta comunque in una teoria unidimensionale, che sceglie di considerare lo studente principalmente come comunità e non come individuo, Engeström con la sua teoria dell'*expansive learning* passa a un modello multidimensionale, in cui oltre alla dimensione studente con la dicotomia individuo-comunità, ci sono altre tre dimensioni che riguardano come viene inteso l'apprendimento:

- processo che crea e trasforma la cultura piuttosto che come processo che trasmette e conserva la cultura;
- sviluppo orizzontale relativo a scambio e ibridazione tra diversi contesti culturali e standard di competenza piuttosto che sviluppo verticale che segue scale di competenza uniformi;
- processo che porta alla formazione di conoscenze e concetti teorici piuttosto che acquisizione e creazione di conoscenze e concetti empirici.

La teoria dell'*expansive learning* non è basata né sulla metafora dell'acquisizione, né su quella della partecipazione, ma su una metafora propria che è quella dell'espansione. Gli studenti imparano qualcosa che non è ancora lì: costruiscono un nuovo oggetto e concetto per la loro attività collettiva, e implementano questo nuovo oggetto e concetto nella pratica.

La metafora dell'espansione deriva dalla considerazione che le modalità tradizionali di apprendimento si occupano di compiti in cui i contenuti da apprendere sono noti in anticipo da coloro che progettano, gestiscono e implementano vari programmi di apprendimento. Tuttavia, esse non sono sufficienti quando interi sistemi di attività collettive, come i processi lavorativi e le organizzazioni, hanno bisogno di ridefinire se stessi in un processo continuo di ottimizzazione (Engeström, 1999; Engeström & Sannino, 2010).

Nelle radici teoriche dell'*expansive learning* si ritrovano otto idee cardine, di cui sei provengono dalla scuola russa (Vygotskij, Leont'ev, Il'enkov, Davydov) e altre due sono dovute a Bateson e Bakhtin (Engeström & Sannino, 2010). Le elenchiamo e descriviamo brevemente tutte di seguito, approfondendo subito dopo soltanto le due maggiormente rilevanti per il nostro lavoro: il principio della doppia stimolazione e il principio dell'ascesa dall'astratto al concreto.

1. Leont'ev distingue *azioni* e *attività*, e questa distinzione emerge come conseguenza della divisione del lavoro. Un'attività collettiva si riproduce, generando azioni apparentemente simili. Tuttavia, nell'attività c'è un cambiamento continuo e a volte drammaticamente discontinuo: nuove attività derivano da azioni che manifestano le contraddizioni interne della forma precedente dell'attività in questione. In questo senso, l'*expansive learning* si caratterizza come movimento dall'azione all'attività.
2. Il concetto di Vygotskij di *zona di sviluppo prossimale* che originariamente si riferiva alla distanza tra il livello di sviluppo effettivo – determinato dalla risoluzione indipendente di problemi – e il livello di sviluppo potenziale – determinato dalla risoluzione di problemi sotto la guida di un adulto, o in collaborazione con coetanei più capaci – viene ridefinito in termini di apprendimento e sviluppo a livello di attività collettive. La zona di sviluppo prossimale diventa lo spazio di transizione espansiva dalle azioni alle attività.
3. Essendosi sviluppata nell'ambito della teoria dell'attività, la teoria dell'*expansive learning* è *object-oriented*.
4. Dal momento che la teoria dell'attività è una teoria dialettica, un ruolo chiave è giocato dal concetto dialettico di *contraddizione*. Le contraddizioni interne all'oggetto di un'attività sono viste

- come sorgente di movimento e cambiamento e quindi sono la forza che guida la trasformazione dell'oggetto stesso (Sannino & Engeström, 2018).
5. Il metodo dialettico di *ascendere dall'astratto al concreto*, sviluppato da Davydov (1990). Nell'attività di apprendimento l'idea semplice iniziale viene trasformata in un oggetto complesso, in una nuova forma di pratica e l'apprendimento porta alla formazione di concetti teorici. In questo quadro, "astratto" significa "parziale" rispetto a un tutto e un'astrazione cattura la più piccola e semplice unità di un sistema interconnesso. L'estensione di questo principio dà vita a un modello come ciclo ideale tipico dell'*expansive learning* che è un dispositivo concettuale euristico.
 6. Il principio della *doppia stimolazione* di Vygotskij, che si basa sulla centralità dell'agentività² del soggetto, della sua capacità di cambiare il mondo e il proprio comportamento. Questo principio si concretizza nel fornire al soggetto, oltre al problema iniziale, un ulteriore stimolo che il soggetto può utilizzare per reinterpretare il problema. Basandosi su questo principio, l'*expansive learning* definisce i cosiddetti *interventi formativi*.
 7. Il concetto di *Apprendimento III* e il concetto associato di *doppio vincolo* di Bateson. Il primo è essenzialmente l'attività di *expansive learning*, nel senso che gli individui apprendono qualcosa che non hanno mai visto prima. La nozione di doppio vincolo deve essere interpretata come «un dilemma sociale, socialmente essenziale, che non può essere risolto (solo) attraverso azioni individuali separate – ma come un contesto nel quale le azioni cooperative congiunte possono far emergere una nuova forma di attività» (Engeström & Sannino, 2010, p. 5).
 8. L'idea di Bakhtin (1982) delle *voci multiple*. Nell'*expansive learning* significa che tutte le voci contrastanti e complementari dei vari gruppi e strati del sistema devono essere coinvolte e utilizzate, non solo accademiche, ma anche di gente comune. L'*expansive learning* è intrinsecamente un processo a più voci di dibattito, negoziazione e orchestrazione.

2.2.1 Il principio della doppia stimolazione

La *doppia stimolazione* consiste nel fornire ai partecipanti un primo stimolo (o set di stimoli) che è il problema stesso, dunque con un *goal* che i partecipanti non possono raggiungere con le sole capacità già in loro possesso; successivamente viene fornito un secondo set di stimoli (ad es. una domanda, un segno, un'indicazione) che crea un conflitto. Il punto chiave è sempre creare una zona di tensione tra quello che i partecipanti già sanno e quello che dovrebbero raggiungere. Il secondo stimolo (o set di stimoli) non consiste nel fornire qualcosa di direttamente collegato alla risoluzione del problema, quanto piuttosto degli stimoli esterni anche indirettamente collegati alla soluzione. I partecipanti incorporano gli stimoli esterni nella situazione problematica e con il loro aiuto acquisiscono il controllo della propria azione e costruiscono una nuova comprensione del problema iniziale. Attraverso questo processo, l'individuo trasforma una situazione che ha un significato non ancora chiaro in una situazione che ha un significato più chiaro.

Il processo di costruzione del significato, però, non può essere controllato rigidamente dall'esterno, ma richiede la volontà dell'individuo. Sannino (2011) ha ripreso il concetto di *volition* (intenzionalità, volontà) che era presente nella forma originaria di Vygotskij ma poi trascurato nelle successive trasposizioni nel contesto occidentale. Il concetto di *volition* è individuale: è il soggetto che esprime una volontà di azione (Vygotskij non ha mai denigrato la dimensione soggettiva complementare a quella sociale). Secondo Vygotskij, la doppia stimolazione emerge come un processo che coinvolge due apparati. L'apparato 1 consiste nel prendere la decisione di agire in un certo modo con l'aiuto di un motivo ausiliario (per esempio, l'orologio che suona ad una certa ora). L'apparato 2 consiste nell'attuare questa decisione.

Il secondo set di stimoli può tanto consistere in stimoli (mezzi) esterni, preparati dagli sperimentatori

2. «L'agentività risiede nella capacità degli individui di sviluppare e utilizzare artefatti per ridefinire la situazione ed esercitare controllo sulle loro azioni» (Morselli, 2019, p. 49).

e messi a disposizione dei partecipanti mentre stanno affrontando il compito problematico dato, quanto in stimoli che i partecipanti applicano spontaneamente coinvolgendo mezzi ausiliari specifici come simboli individuati da loro stessi (Sannino, 2011).

La doppia stimolazione è il meccanismo fondamentale che attiva l'agentività del soggetto. Pertanto, la doppia stimolazione è la porta di accesso alle funzioni mentali superiori a partire da un conflitto (di obiettivi, sentimenti, volontà, propositi ecc.). Gli studi di Vygotskij sulla doppia stimolazione riguardano l'individuo ma con questo non si vuole negare l'azione della collettività. Le funzioni psicologiche compaiono prima sul livello interpsicologico, quindi tra gli individui in una azione collaborativa, e dopo sul livello intrapsicologico, quando cioè tali funzioni vengono interiorizzate dall'individuo (Engeström, 2011, citato in Morselli, 2019).

2.2.2 Il principio dell'ascesa dall'astratto al concreto

È un metodo che permette di cogliere l'essenza di un concetto, riproducendo la logica del suo sviluppo storico attraverso l'emergere e la risoluzione dei conflitti che lo hanno generato. Un concetto nasce come idea semplice e poi viene gradualmente arricchita e trasformata nella pratica (cioè in un sistema concreto di relazioni multiple in continuo sviluppo ed espansione).

Nel pensiero teorico-dialettico, l'astratto rappresenta l'idea (l'unità) più piccola e più semplice di tutto il sistema. L'ascesa dall'astratto al concreto si realizza attraverso specifiche azioni epistemiche o di apprendimento che, secondo Davydov, sono: 1) trasformare le condizioni del compito per rivelare la relazione universale dell'oggetto in studio, 2) modellare la relazione identificata in una forma materiale, grafica o letterale, 3) trasformare il modello della relazione per studiare le sue proprietà nella loro "veste pura", 4) costruire un sistema di compiti particolari che vengono risolti in un modo generale, 5) monitorare l'esecuzione delle azioni precedenti, 6) valutare l'assimilazione del modo generale che viene fuori dalla risoluzione del compito di apprendimento dato (Engeström & Sannino, 2010).

Il metodo dell'ascesa dall'astratto al concreto porta alla costruzione di un concetto teorico (che quindi sarebbe il *concreto*). L'emergere di questo concetto teorico può avvenire senza l'aiuto di un "istruttore", ma piuttosto può emergere dalla situazione e dagli ostacoli incontrati nella situazione.

2.3 Il modello della spirale espansiva

A partire dalle azioni epistemiche o di apprendimento individuate da Davydov nel principio di ascesa dall'astratto al concreto, Engeström ha elaborato un modello che si evolve come una spirale (Figura 5).

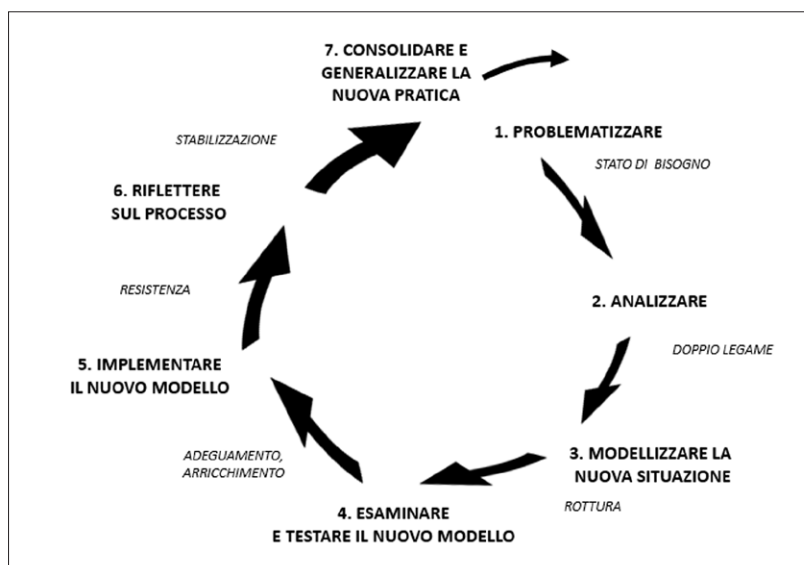


Figura 5. Il modello del ciclo espansivo, ripreso da Engeström e Sannino (2010).

Le comunità professionali, attraverso la metodologia indicata dalla spirale, riescono a immaginare, sviluppare e concretizzare nuovi orizzonti nelle loro pratiche, espandendosi costantemente in una zona di sviluppo prossimale collettiva. La spirale espansiva consta di sette azioni epistemiche elencate e brevemente descritte di seguito (Engeström & Sannino, 2010):

1. *Problematizzare*: mettere in discussione, criticare o rigettare aspetti di pratiche accettate o conoscenze note.
2. *Analizzare*: analizzare la situazione attraverso una trasformazione mentale, discorsiva o pratica della situazione per trovare le cause o i meccanismi esplicativi; si possono fare due tipi di analisi per spiegare la situazione: storico-genetica, basata sul tracciamento delle sue origini e della sua evoluzione; reale-empirica, basata sulla costruzione di un quadro delle sue relazioni sistemiche interne.
3. *Modellizzare*: costruire un modello esplicito e semplificato della nuova idea che spiega e offre una soluzione alla situazione problematica.
4. *Esaminare*: esaminare il modello, lavorarci, applicarlo in modo da capire se e come funziona e coglierne potenzialità e limiti.
5. *Implementare*: implementare il modello attraverso applicazioni pratiche, arricchimenti ed estensioni concettuali.
6. *Riflettere*: riflettere e valutare il processo.
7. *Consolidare*: consolidare i risultati del processo in una nuova forma stabile di pratica.

Il modello del ciclo espansivo è rappresentato in **Figura 5**, dove le frecce sempre più spesse indicano l'espansione dello scopo e della partecipazione delle varie azioni.

3 Alcuni strumenti metodologici

In questo paragrafo presentiamo alcuni costrutti e elementi teorici che sono stati alla base della progettazione del DIST-M.

3.1 Interventi formativi

Nel solco delle idee di Vygotskij, che aprono la pista a un tipo di ricerca rivolto alla promozione del cambiamento attraverso modelli che collegano teoria e pratica, Engeström sviluppa l'idea di *interventi formativi*, basati sul principio di doppia stimolazione. Questi si contrappongono ai *design experiments* o *design research* (le prime formulazioni risalgono a Brown (1992) e Collins (1992)), che aderiscono a una visione lineare tipica del pensiero *gold standard*, secondo cui i ricercatori sanno cosa vogliono implementare, come vogliono cambiare la pratica educativa, avendo ben definito in anticipo l'intervento e i risultati desiderati. L'assunto della *design research*, dunque, è che i ricercatori progettano il disegno dell'esperimento avendo in mente i principi e gli obiettivi e portando avanti la realizzazione e gli eventuali refinimenti. Gli insegnanti si limitano a implementare il disegno, dando per scontato l'esito finale del successo dell'apprendimento da parte degli studenti. In questo tipo di processo, si tende ad avere il controllo di tutte le variabili in gioco, senza problematizzare gli assunti di partenza. La sperimentazione serve solo a rifinire il disegno in modo tale da eliminare discordanze con i risultati attesi. Al contrario invece gli interventi formativi si inseriscono in una nuova metodologia in cui non c'è il controllo totale e rigido da parte dei ricercatori di tutte le variabili. Qui entra in gioco l'autonomia del partecipante.

Le caratteristiche principali che distinguono gli interventi formativi dai *design experiments* sono:

1. *Punto di partenza*: a differenza degli interventi lineari in cui i ricercatori conoscono contenuti e obiettivi sin dall'inizio e in maniera precisa, negli interventi formativi i partecipanti affrontano un problema, intrinsecamente contraddittorio, che viene analizzato ed espanso dando vita ad un nuovo concetto, i cui contenuti non sono del tutto noti a priori dai ricercatori;
2. *Processo*: a differenza degli interventi lineari in cui ci si aspetta che i partecipanti implementino l'intervento senza resistenza, negli interventi formativi i partecipanti sono coinvolti in processi di continua negoziazione dei contenuti e della sequenza degli interventi stessi; in questo senso il principio di doppia stimolazione è un meccanismo che supporta i partecipanti sia all'autonomia di azione sia a prendersi carico del processo;
3. *Risultati*: a differenza degli interventi lineari in cui controllando tutte le variabili si mira ad ottenere una soluzione standardizzata che funziona nello stesso modo anche in altri contesti, negli interventi formativi si mira a generare nuovi concetti che possono essere utilizzati in altri contesti come cornice per la progettazione di nuove soluzioni localmente appropriate e anche a favorire il coinvolgimento dei partecipanti;
4. *Ruolo del ricercatore*: a differenza degli interventi lineari dove il ricercatore tende a controllare tutte le variabili, negli interventi formativi il ricercatore mira a provocare e sostenere un processo di trasformazione espansivo gestito dagli stessi partecipanti.

3.2 Come “sceneggiare” la collaborazione per un efficace apprendimento

In contesti di apprendimento collaborativo, oltre ai processi cognitivi e metacognitivi, che si riferiscono a un livello individuale, assumono notevole importanza anche i processi socio-cognitivi, che sono processi sociali. Durante le interazioni con i compagni, da un lato ogni studente risente delle azioni degli altri, che vanno ad influenzare il proprio pensiero e la propria conoscenza, attivando così un processo cognitivo individuale; dall'altro lato tutti gli studenti sono coinvolti in un processo congiunto di negoziazione di significati e di costruzione di conoscenza, che è un processo socio-cognitivo. Alla fine di un'attività collaborativa, il singolo studente potrà aver interiorizzato la nuova conoscenza co-costruita ma anche le abilità cognitive messe in gioco personalmente e dai vari membri del gruppo durante l'attività.

3.2.1 Gli script

L'efficacia di lavorare in gruppi collaborativi nell'apprendimento non è scontata, come molte ricerche ci ricordano. Non è scontato, infatti, che nella collaborazione gli studenti riescano a mettere in pratica forme di interazione efficaci e a indirizzare l'interazione al compito che stanno affrontando, senza essere supportati esplicitamente da una guida. Per questo, molti sono gli studi che si possono trovare focalizzati sulla strutturazione e regolazione dell'interazione. A maggior ragione, la necessità di pre-strutturare e regolare i processi sociali e cognitivi è accentuata negli ambienti dove la collaborazione è mediata dal computer (Weinberger et al., 2009). È a questo proposito che è nato il termine *scripting* (o *scripted*) *collaboration*, per indicare l'apprendimento collaborativo che viene strutturato dall'esterno sia in contesti online che in presenza.

Il concetto di *script* nasce in psicologia cognitiva e fa riferimento a uno schema di memoria interna corrispondente a una sequenza di azioni che definiscono una ben nota situazione. Uno *script* può essere inteso come una guida ai ruoli e alle azioni che una persona deve seguire per sapere cosa fare in una specifica situazione sociale (Schank & Abelson, 1977). Una persona sviluppa un certo *script* estraendo gli elementi comuni che ritrova quando partecipa più volte a situazioni del medesimo tipo. Acquisito uno *script*, questo viene attivato ogni volta che la persona si trova in una situazione simile fungendo da guida in quella situazione.

I ricercatori in psicologia dell'educazione hanno preso in prestito il concetto di *script* dandogli un significato leggermente diverso. In questa accezione, lo *script* consiste in una *sceneggiatura* (*scripting*) delle interazioni, esternamente imposta, che regola ruoli e azioni che gli studenti coinvolti devono as-

sumere e svolgere, in modo da sollecitare specifici processi cognitivi, socio-cognitivi e metacognitivi, necessari perché l'apprendimento abbia successo.

Una differenza sostanziale tra le due visioni consiste nel fatto che nel contesto didattico gli *script* sono creati da persone (docente, facilitatore, designer) diverse da quelle che li implementano (studenti) e sono esplicitamente imposti a questi ultimi. In ottica vygotskiana, l'aspettativa è quella di un'interiorizzazione degli *script* esterni da parte dello studente, col tempo e attraverso la pratica sociale, quindi un passaggio da una etero-regolazione ad una auto-regolazione.

3.2.2 L'apprendimento collaborativo in matematica

Molti studi sull'apprendimento collaborativo in matematica evidenziano che l'efficacia dei gruppi collaborativi si basa sull'assegnazione ad ogni membro di un gruppo di un ruolo dedicato ad uno specifico obiettivo. Ad esempio, Pesci (2004) individua i seguenti ruoli con i relativi obiettivi:

1. *l'orientato al compito*, responsabile del raggiungimento del risultato ottimale;
2. *l'orientato al gruppo*, responsabile del clima comunicativo all'interno del gruppo;
3. *il relatore*, portavoce delle soluzioni proposte dal suo gruppo;
4. *la memoria*, responsabile della verbalizzazione scritta dei risultati raggiunti;
5. *l'osservatore*, responsabile dell'osservazione del processo interattivo nel gruppo.

A questi ruoli, nell'ambito di un approccio di tipo *inquiry* (Arzarello & Soldano, 2016), ne è stato aggiunto un altro:

6. *l'avvocato del diavolo*, che mette in discussione ciò che i compagni propongono, pone domande su quanto i compagni affermano, insinua dubbi.

Pesci (2009) sottolinea come l'assegnazione dei ruoli tra i membri del gruppo incoraggi la collaborazione e l'interdipendenza, convogli le capacità individuali nel lavoro comune e riduca alcuni comportamenti inefficaci, come la non partecipazione al lavoro del gruppo o la prevaricazione di uno dei componenti del gruppo sugli altri. Inoltre, mette in evidenza il fatto che il fare esperienza di tutti i ruoli per poterne comprendere i compiti connessi è necessario allo sviluppo delle risorse degli studenti.

3.3 Il concetto di orchestrazione

3.3.1 L'orchestrazione nella ricerca educativa basata sulla tecnologia

Dillenbourg (2013) si riferisce all'orchestrazione come a una forma di gestione (processo di regolazione) di scenari pedagogici e tecnici integrati: da un lato le attività, che possono essere in presenza o online, e dall'altro lato gli strumenti che consentono la realizzazione delle attività. A suo parere, l'orchestrazione non riguarda solo l'apprendimento, ma anche vari vincoli estrinseci (tempo, spazio, disciplina, curriculum, ...). Questa è una delle caratteristiche che distingue l'orchestrazione dalla progettazione didattica, oltre al fatto che si riferisce a un gruppo di studenti piuttosto che ad un individuo e che il controllo dell'insegnante prevale su quello del sistema. Dillenbourg afferma che l'orchestrazione rafforza il potenziale degli insegnanti nel dirigere le attività in classe e le tecnologie «permettono di vedere cose altrimenti invisibili» (Dillenbourg, 2013, p. 491).

In risposta alla posizione di Dillenbourg, gli studiosi Kollar e Fischer (2013) sostengono che la metafora dell'orchestra musicale può essere efficace se si riferisce non solo agli aspetti di gestione in tempo reale delle attività e degli eventi ma anche all'intero processo alla base della creazione della musica, che include anche gli aspetti di composizione e direzione. Così si riferiscono all'orchestrazione come al «processo di creazione, adattamento e messa in atto di uno scenario di apprendimento potenziato dalla tecnologia in condizioni di classe complesse» (Kollar & Fischer, 2013, p. 508), individuando l'orchestrazione come un processo in cui si distinguono tre sotto-processi: comporre, organizzare,

dirigere. *Comporre* consiste nella definizione/descrizione che i ricercatori/sviluppatori fanno di uno scenario, costituito da risorse e strumenti, specificando come vengono combinati e utilizzati dall'insegnante e dagli studenti. *Organizzare* è ciò che l'insegnante fa adattando lo scenario ai vincoli della sua classe (ad esempio i vincoli legati alla possibilità di avere disponibili alcuni strumenti tecnologici). *Dirigere* è realizzare, mettere in atto lo scenario nella propria classe sotto la guida dell'insegnante. Dal loro punto di vista, ciò a cui Dillenbourg si riferisce come "orchestrare" significa in realtà "dirigere", mentre essi evidenziano come tutti e tre i processi siano da considerarsi essenziali perché l'apprendimento potenziato dalla tecnologia (*Technology Enhanced Learning* – TEL) sia efficace in classe. Infine, sottolineano che l'obiettivo principale della TEL è quello di facilitare l'apprendimento degli studenti, che dovrebbe essere sempre preso in considerazione, ed evidenziano un forte spostamento del focus dall'insegnamento all'apprendimento.

Un'ulteriore concettualizzazione dell'orchestrazione riguarda il modo in cui gli studenti sono coinvolti nelle attività: individuale, a piccoli gruppi, a grandi gruppi. L'attività può prevedere più di una modalità di coinvolgimento o i vincoli reali possono interferire con quelle progettate che dovranno essere cambiate. Così, Weinberger e Papadopoulos (2016) introducono l'idea di orchestrazione di diverse modalità sociali di apprendimento. Gli studenti possono imparare individualmente o in modo collaborativo, in piccoli e grandi gruppi. Orchestrare le modalità sociali di apprendimento significa organizzare l'apprendimento scegliendo una di esse o fondendone alcune. Essi sostengono che la transizione da una modalità sociale all'altra dovrebbe essere attentamente pianificata dall'insegnante tenendo conto di come ciascuna di esse aiuti gli studenti a raggiungere gli obiettivi globali di apprendimento. L'insegnante è riconosciuto come il centro di un complesso ambiente tecnologico, dove la tecnologia richiede di essere orchestrata e può facilitare l'orchestrazione.

3.3.2 L'orchestrazione nella ricerca in didattica della matematica

Nella didattica della matematica, Trouche (2004) propone il termine *orchestrazione strumentale* in un ambiente di apprendimento computerizzato (*Computer Learning Environment* – CLE). Uno strumento comprende un artefatto (cioè un oggetto dato) insieme a schemi di utilizzo socialmente costruiti dal soggetto. Il processo che dà origine a uno strumento è chiamato *genesì strumentale*. Secondo Trouche i complessi artefatti presenti nel CLE producono un insieme di strumenti. Il processo di genesì strumentale così come l'articolazione degli strumenti in CLE non può essere lasciato agli studenti, ma richiede la guida dell'insegnante, che può agire attraverso l'orchestrazione strumentale.

In questo filone, Drijvers e colleghi (2009) propongono un modello a tre livelli: configurazione didattica, cioè l'impostazione dell'ambiente di insegnamento dotato di artefatti (strumenti tecnologici e compiti); modalità di utilizzo, cioè il modo in cui l'insegnante utilizza la configurazione didattica per raggiungere i suoi obiettivi didattici; e performance didattica, riferendosi alle decisioni ad hoc e *run-time* prese dall'insegnante durante l'insegnamento.

All'interno della teoria della mediazione semiotica (Bartolini Bussi & Mariotti, 2008), oltre all'accezione di orchestrazione riferita a Trouche in relazione all'uso di artefatti, viene utilizzata anche un'accezione relativa alla discussione matematica (Bartolini Bussi et al., 1995), definita come «una polifonia di voci articolate su un oggetto matematico (concetto, problema, procedura, ecc.), che costituisce un motivo dell'attività di insegnamento e apprendimento» (Bartolini Bussi et al., 1995, p. 7). All'interno di un'attività, l'insegnante, che ha in mente il motivo generale, guida i suoi studenti nella costruzione della conoscenza matematica monitorando le interazioni tra loro e stimolando la verbalizzazione e le discussioni generali. Le verbalizzazioni che avvengono in un'attività sono significative nella misura in cui risultano adeguate «a rappresentare una parte del dramma giocato dall'umanità in relazione a quella particolare conoscenza» (Bartolini Bussi et al., 1995, p. 7). Ciò che caratterizza un dramma è la presenza di diverse voci, nel senso di Bakhtin (1982). Ogni voce può essere messa in relazione con un ruolo nel dramma. Inoltre, affinché tutte le voci siano riconosciute, è necessario prevedere tempi e modi della loro articolazione, senza il "monologo" dell'insegnante o una voce che monopolizza

tutta la discussione mettendo a tacere quelle divergenti. Tuttavia, la voce dell'insegnante è comunque fondamentale, dal momento che rappresenta la cultura di riferimento. L'insegnante funge da guida assicurando l'articolazione delle diverse voci. Lo fa in diversi modi: unendosi ad una discussione nel flusso dell'attività di classe o influenzando lo sviluppo della discussione attraverso i suoi interventi.

4 Metodologia della ricerca

La metodologia seguita nello sviluppo della ricerca è stata quella dell'uso di più cicli espansivi (vedi par. 2.3 e Figura 5). Il DIST-M presentato in questo lavoro è frutto di tre cicli espansivi principali.

4.1 Il primo ciclo espansivo

La prima fase, quella del *problematizzare* (vedi Figura 5), per il primo ciclo espansivo è partita dalla volontà di proporre a scuola, dunque in ambito di apprendimento formale, esperienze didattiche basate su una metodologia che mirasse al raggiungimento di obiettivi didattici necessari per la formazione di cittadini consapevoli, che possano stare al passo con la rivoluzione tecnologica cominciata col Web 2.0.

L'analisi della situazione di partenza, condotta dal gruppo di ricercatori e insegnanti e basata sui risultati della ricerca nei diversi ambiti e su dati provenienti dall'esperienza sul campo, ha portato a chiarire gli elementi chiave del progetto. L'idea *storytelling*, come contesto metodologico nel quale sviluppare il processo di insegnamento/apprendimento e, in particolare, di *digital storytelling*, che in didattica è stato prevalentemente declinato come pratica che vede gli studenti costruire storie focalizzate su un certo argomento utilizzando vari media (ipertesti, immagini, video, suoni, ...) hanno portato alla definizione di un contesto come problema-storia implementato attraverso fumetti digitali. D'altra parte, tra gli elementi chiave individuati dagli studi di Zan (2012) sull'uso dei problemi-storia per favorire l'efficace integrazione di pensiero narrativo e pensiero logico c'è l'esigenza che la storia presenti una situazione che evolve nel tempo, in cui sono presenti personaggi animati, e che sia "aperta", cioè che lo studente possa contribuire con la propria risoluzione del problema a proseguire/chiudere la storia. Da qui, la riflessione sul significato da attribuire all'aggettivo *interactive* che diamo a *storytelling*: l'interazione dello studente (con i pari, con la piattaforma, con l'esperto...) deve servire al completamento della storia.

Gli elementi sopra descritti emersi dall'analisi sono stati l'impalcatura sulla quale è stato costruito il primo modello di DIST-M, per definire il quale sono state fatte alcune scelte generali e alcune scelte specifiche, che andiamo di seguito ad elencare.

Le scelte generali hanno riguardato l'organizzazione didattica:

- l'uso di fumetti digitali per creare una storia in cui contestualizzare la situazione problematica;
- la storia data in forma di canovaccio per garantire che sia una storia "aperta" nella quale gli studenti possono intervenire e costruire la propria versione della storia;
- la storia come successione di episodi per garantire un'evoluzione temporale;
- la definizione della modalità *immersiva* di partecipazione degli studenti: ogni studente è un personaggio della storia e agisce per costruire una versione originale della storia;
- le modalità per una collaborazione efficace: ogni studente ha un ruolo predefinito in accordo al quale si muove rispetto alla risoluzione del problema;
- la modalità di partecipazione: gli studenti della classe sono divisi in gruppi che lavorano in parallelo come attori della storia;
- la scelta delle funzionalità tecnologiche abilitanti.

Le scelte particolari, invece, hanno riguardato gli obiettivi matematici, per i quali si è fatto riferimento a come sono state “recepite” le istanze del quadro PISA (OECD, 2016) all’interno delle Indicazioni nazionali (Ministero dell’Istruzione, dell’Università e della Ricerca [MIUR], 2010a; MIUR, 2012) e delle Linee guida per gli istituti tecnici e professionali (MIUR, 2010b; MIUR, 2010c):

- focus sulla competenza argomentativa;
- definizione delle caratteristiche del problema in modo da essere adeguate al focus;
- scelta di Moodle come piattaforma.

Attraverso il confronto tra ricercatori e tra ricercatori e insegnanti, è stato fatto un esame a priori della robustezza del modello e si sono definite le modalità di implementazione e di sperimentazione di un primo studio pilota. Le prime sperimentazioni sono state seguite da ulteriori fasi di discussione e riflessione che hanno portato a stabilizzare alcuni risultati e a problematizzare altre questioni, processi che hanno dato vita ad un secondo ciclo espansivo.

4.2 Il secondo ciclo espansivo

Il secondo ciclo espansivo è partito con la *problematizzazione* dei seguenti punti:

- i ruoli, inizialmente definiti sulla base delle teorie sull’apprendimento collaborativo sono stati ri-definiti in base alle funzioni cognitive che intervengono nei processi di *problem solving* (Albano et al., 2021);
- l’esperienza dei nuovi ruoli è stata implementata per favorire la costruzione dell’identità matematica dello studente e a tal fine si è deciso di supportare lo studente in una riflessione sul significato dei ruoli che ha impersonificato;
- nella fase di collaborazione simmetrica, tra pari, è stata introdotta la possibilità di interazione con l’esperto, attraverso uno specifico canale;
- i gruppi di studenti sono stati divisi nella storia in Attori ed Osservatori (vedi par. 5).

4.3 Il terzo ciclo espansivo

Il terzo ciclo espansivo è partito con la *problematizzazione* dei seguenti punti:

- una strutturazione più fine della meta-narrazione matematica, ha portato alla ridefinizione degli episodi della storia;
- l’inserimento del DIST-M nelle attività curriculari ha portato alla necessità di prevedere una fase di valutazione della narrazione matematica prodotta collaborativamente dagli studenti. A questo proposito, l’ulteriore obiettivo che è stato fissato riguarda il fatto che gli studenti diventino anche consapevoli della meta-narrazione matematica, cioè che si appropriino dell’oggetto di ogni episodio, non limitandosi al solo risultato;
- è stata infine introdotta un’ulteriore riflessione, in termini di autovalutazione a posteriori, sui ruoli giocati, per favorirne l’appropriazione da parte dello studente.

Nel prossimo paragrafo descriveremo il DIST-M corrispondente al terzo ciclo espansivo.

5 IL DIST-M

Le considerazioni teoriche e le scelte specifiche che abbiamo esposto nei paragrafi precedenti hanno ispirato alcuni principi di design, che sono stati alla base dell’architettura metodologica-tecnologica

del DIST-M, e che elenchiamo di seguito:

1. la storia in cui la situazione problematica è immersa evolve in forma di successione di episodi e gli episodi sono parte di una narrazione coerente;
2. gli studenti agiscono come personaggi della storia mossi da uno scopo;
3. l'azione dello studente per il raggiungimento dello scopo è guidata da un ruolo che gli viene assegnato;
4. lo scopo è collegato al quesito matematico ed emerge dalla storia;
5. la comunicazione tra i personaggi della storia avviene esclusivamente in forma scritta.

L'architettura metodologica si sviluppa attorno a una storia digitale, in forma di fumetto, che evolve lungo episodi e ruota intorno a cinque personaggi animati (quattro adolescenti e un adulto, zio di uno degli adolescenti) che si trovano ad affrontare problemi matematici nati in maniera spontanea dalla storia stessa.

Ogni studente è un personaggio della storia e, all'interno di essa, ha un ruolo e azioni da svolgere, talvolta da solo, talvolta in collaborazione con altri. A differenza di quanto succede nelle pratiche diffuse, lo studente non è né colui che ascolta e riproduce una storia né colui che ne inventa una nuova. In analogia a quello che accade nella commedia dell'arte italiana, sulla base di un canovaccio ne diventa protagonista, assumendo il ruolo di uno dei personaggi, determinandone la sceneggiatura su improvvisazione. In tal modo, gli studenti, interagendo tra loro, orientano lo sviluppo della storia. Lo stesso vale per il ruolo di mediatore dell'esperto, anch'egli personaggio della storia, che si muove sulla base degli stimoli/risposte/silenzi degli altri attori avendo anche la possibilità di introdurre supporti tecnologici predisposti a priori.

Il focus dell'architettura metodologica non è solo su chi agisce nella storia, ma anche su chi riflette sull'azione, guardando la storia dall'esterno.

Le azioni del docente e degli studenti evolvono sui seguenti quattro livelli interconnessi.

5.1 Livello MACRO. La (meta-)narrazione matematica

In accordo al modello C&D (Contesto e Domanda) (Zan, 2012), una storia è caratterizzata da una evoluzione temporale. Abbiamo scelto di collegare l'evoluzione della storia all'evoluzione del processo di dimostrazione (Albano et al., 2020), modellandolo con fasi di produzione di congetture e di costruzione di dimostrazioni (Boero, 1999):

1. *Esplorare*: gli studenti sono coinvolti in una fase di indagine, a partire da una o più domande, alla fine della quale è atteso che producano un report di ciò che hanno osservato; in questa fase gli studenti esplorano la situazione problematica e cominciano ad emergere le prime congetture "locali", ossia enunciati spesso relativi ad esempi che provengono dalla situazione in gioco, dove gli studenti riescono ad identificare delle regolarità, che talvolta cominciano a provare anche su altri esempi costruiti da loro stessi in modo da indagare se e sotto quali condizioni la regolarità identificata continua a valere;
2. *Congetturare*: dopo l'esplorazione di vari casi gli studenti producono un testo che generalizza quanto hanno trovato nella fase di esplorazione, ossia una congettura generale, su quanto osservato, generalmente espressa in forma verbale e scritta in modo tale che possa essere resa pubblica;
3. *Formalizzare*: dopo aver trovato la congettura, comincia a porsi l'esigenza di trovare degli argomenti opportuni per la sua validazione; spesso il testo prodotto nella fase precedente non è adeguato a questo scopo; nasce quindi l'esigenza di manipolare la congettura prodotta al fine di avere una formulazione funzionale alla sua dimostrazione che è oggetto del lavoro degli studenti in questa fase;
4. *Dimostrare*: la nuova formulazione è il punto di partenza perché gli studenti siano coinvolti nella produzione di una dimostrazione accettabile secondo gli standard matematici adeguati al livello scolastico in cui operano; gli studenti sono quindi impegnati a produrre un "calcolo ragionato", cioè una organizzazione degli argomenti in catena deduttiva e a giustificare ogni passo deduttivo.

Il racconto evolve lungo quattro episodi, corrispondenti alle fasi sopra descritte. Tali fasi sono progettate e implementate separatamente ma, nella pratica, non sono da intendersi né strettamente separate né esperite in un flusso lineare. Sono però indispensabili nella loro interezza affinché gli studenti diventino anche consapevoli della meta-narrazione matematica, cioè che si appropriino dell'oggetto di ogni episodio, non limitandosi al solo risultato.

5.2 Livello MICRO. Role-playing e collaborazione

In accordo al modello C&D (Zan, 2012), una storia è caratterizzata dalla presenza di almeno un personaggio animato. Qual è il personaggio nel nostro DIST-M? Un matematico che si trova di fronte a una situazione sfidante. Per favorire la costruzione dell'identità di un matematico, ci siamo chiesti: *Quali sono i processi che si mettono in moto nella mente di un matematico quando affronta (e risolve) un problema? Quali funzioni cognitive entrano in gioco durante questi processi? E quali sono le interazioni che collegano queste specifiche funzioni?* (Albano et al., 2021).

Pensando a quello che i matematici fanno durante un processo di *problem solving*, abbiamo individuato interazioni tra diverse "voci", cioè forme di pensiero e di discorso che rappresentano il punto di vista di un personaggio (Bartolini Bussi, 1996). Ogni voce rappresenta una funzione cognitiva necessaria per un *problem solver* di successo. Il processo è naturalmente collaborativo tra le varie voci esistenti e operanti all'interno della persona. Mentre comunichiamo con noi stessi, le "varie parti di noi" (cioè le varie funzioni cognitive) che entrano in gioco nel *problem solving*, stanno effettivamente comunicando tra loro. Pertanto, in linea con la cornice dello *storytelling* del progetto, abbiamo modellato tale processo come una collaborazione tra personaggi, ognuno dei quali assume il ruolo di una funzione cognitiva. La nostra storia è quindi caratterizzata dai seguenti personaggi animati, le azioni di ognuno dei quali sono guidate dalla funzione cognitiva che personifica:

- *Boss*: svolge la funzione di organizzatore, necessaria per portare avanti l'intero processo di *problem solving*;
- *Peste*: svolge la funzione di mente critica, necessaria per testare e validare quello che man mano viene trovato;
- *Blogger*: svolge la funzione di redattore, necessaria per produrre un testo pubblicabile;
- *Promoter*: svolge la funzione di esploratore, necessaria per avviare il processo di *problem solving*.

A questi si affianca un personaggio che ha un ruolo asimmetrico rispetto al gruppo dei pari precedenti:

- *Guru*: svolge la funzione della conoscenza e della saggezza ed è l'esperto in senso vygotkiano.

Questa collaborazione e interazione tra ruoli avviene in ogni episodio secondo una strutturazione a due fasi.

In una fase iniziale, è prevista solo l'interazione nel gruppo dei pari, vale a dire il gruppo composto dai personaggi Boss, Peste, Blogger e Promoter, senza un intervento esplicito dell'esperto. Tuttavia, Guru è presente in background e ha un canale di comunicazione privato con Promoter. Nel rapporto privilegiato tra Promoter ed Guru, le due direzioni della comunicazione sono su piani diversi. Dal lato "Promoter verso Guru", Promoter si rivolge a Guru nella sua veste di funzione cognitiva, cioè Promoter, e il gruppo per suo tramite, fa ricorso alla saggezza, alla sapienza, all'esperienza, quando si rende conto di non avere al suo interno altre risorse da mettere in gioco per la risoluzione del problema. Dal lato "Guru verso Promoter", Guru, potendo osservare quanto accade nelle interazioni tra pari, può supportare Promoter, e attraverso di lui l'intero gruppo dei pari, nell'avvio della fase di *problem solving* o in momenti di stallo. L'intervento di Guru riguarda non necessariamente solo la matematica in gioco, ma anche l'organizzazione didattica (ruoli giocati, utilizzo di varie *app* opzionali all'interno

del design, ...). Questo verso della comunicazione si è reso necessario a valle di un primo esperimento pilota che ha visto qualche gruppo non riuscire a uscire da un momento di stallo durante il lavoro tra pari. La fase di lavoro tra pari termina quando il gruppo ha raggiunto un prodotto condiviso in risposta al quesito emerso dall'episodio in corso.

Segue una seconda fase che ruota intorno alla discussione del prodotto condiviso dal gruppo in un confronto esplicito con Guru. Questa seconda fase serve a sistematizzare quanto prodotto dai pari, e permette di passare all'episodio successivo.

5.3 Livello MESO. Attori/Osservatori

Il modello ideato ha come obiettivo educativo l'appropriazione e l'interiorizzazione dei ruoli da parte degli studenti grazie alla pratica sociale. Questo implica non solo riflettere sulle azioni appropriate da svolgere in ogni ruolo, ma anche riflettere sulle caratteristiche di quelle stesse azioni.

Il modello è pensato affinché gli studenti partecipino alla storia con due diverse modalità. Per ciascun episodio:

- un gruppo agisce come *Attori*: ogni studente del gruppo assume il ruolo di uno dei personaggi sopra descritti;
- gli altri gruppi agiscono come *Osservatori*: sono attivi e consapevoli degli Attori della storia; ogni studente si incarica di osservare un personaggio specifico della storia e riflette su come il personaggio osservato si comporta rispetto sia al problema matematico che al ruolo che sta giocando.

Nel modello proposto ruotano sia i gruppi di Attori e Osservatori, sia i ruoli all'interno di ciascun gruppo. Ad esempio, se nel primo episodio un gruppo ha giocato come Attori, nel secondo episodio giocherà come Osservatori e un gruppo che ha giocato da Osservatori giocherà come Attori. Inoltre, se uno studente ha giocato da Boss nel primo episodio, nel secondo episodio giocherà in un ruolo diverso da Boss. In questo modo, ciascuno studente fa esperienza (da Attore o da Osservatore) di tutte le funzioni cognitive, e ciò può portare all'appropriazione di tali funzioni da parte di ciascuno. Questo contribuisce a fare emergere queste funzioni come risorse interne all'individuo e a contribuire allo sviluppo dell'identità di matematico (Albano et al., 2021).

Inoltre, gli studenti hanno la possibilità di osservare come viene svolto il ruolo di Guru e, ad un certo punto, potrebbero assumerlo e, dunque, appropriarsene. Il ruolo di Guru, quindi, dovrebbe progressivamente svanire e i pari dovrebbero assumere la responsabilità di Guru.

Val la pena di sottolineare il duplice valore degli Osservatori. In primo luogo, la presenza degli Osservatori rende esplicita la coralità della storia matematica: infatti quando gli studenti si trovano a giocare come Attori in un nuovo episodio, dopo aver giocato da Osservatori in quello precedente, conoscono già il processo matematico emerso negli episodi precedenti, e questa consapevolezza viene messa in gioco nella prosecuzione della storia. In secondo luogo, la presenza degli Osservatori favorisce un apprendimento significativo e consapevole: questo ruolo agevola la riflessione sulle azioni proprie e degli altri, permettendo di guardarle da un punto di vista diverso; gli studenti si immedesimano nelle azioni e nello stesso tempo possono distaccarsene, passando a una *riflessione nell'azione*.

Nella globalità dell'attività, è preponderante l'attuazione da Osservatori, dal momento che ogni studente gioca una volta da Attore e tutte le restanti volte da Osservatore. I gruppi di Osservatori sono importanti nel contesto della storia: gli studenti attraverso l'osservazione fanno esperienza dei processi, da un lato chi agisce prima da Attore può cogliere meglio i processi vivendoli in un secondo momento dall'esterno, dall'altro chi agisce prima da Osservatore può percepire i processi in modo più acuto rispetto agli Attori nel momento in cui li esperiscono proprio perché li hanno già vissuti in fase di riflessione.

5.4 Livello meta-cognitivo. Riflessione

La riflessione sul proprio operato come partecipanti è prevista nel DIST-M come momento di rivisitazione finale di tutta la storia ma anche in itinere sui ruoli giocati. Gli studenti che hanno impersonificato i diversi personaggi, talvolta come Attori talvolta come Osservatori, hanno a disposizione un diario personale che è visibile in ogni fase anche al Guru (tipicamente impersonificato dal docente di classe). Questi diari, che nascono come personali di ciascuno studente, devono diventare patrimonio della classe per una riflessione collettiva sul processo di apprendimento globale e sulle caratteristiche e gli scopi rispetto all'apprendimento di ciascun ruolo. Nella fase finale dell'attività, fuori dalla storia, ogni gruppo di studenti deve tornare indietro a "rivedere" la storia, ossia a riguardare i fumetti, le chat e i diari personali. Lo scopo di questa fase è quello di permettere agli studenti di prendere coscienza del "senso matematico" dell'intera storia e di ogni episodio per creare una "narrazione matematica" come racconto di un percorso che attraversa fatti matematici (Lolli, 2018). Il prodotto di questa fase è la redazione collettiva da parte di ogni gruppo della ricostruzione del processo di risoluzione del problema matematico. A tal fine è importante favorire un approfondimento sul significato di ciascun ruolo rispetto alla risoluzione del problema. In particolare, è importante che gli studenti riconoscano la necessità che in una situazione problematica ciascun componente del gruppo sia in grado di ricoprire tutti i ruoli e che l'efficacia di questi ruoli ai fini della risoluzione del problema stia nella loro collaborazione. Alla fine della storia, quando lo studente ha una visione d'insieme di tutta l'attività svolta, viene coinvolto in un'autovalutazione nella quale riflette su se e come cambierebbe la sua personificazione del ruolo e quindi il suo contributo e la sua partecipazione alla storia e alla risoluzione del problema nelle varie fasi. Oltre all'autovalutazione, il DIST-M prevede una valutazione individuale fatta sotto forma di prosecuzione della storia, attraverso il *task*: «*Ora continua tu la storia...*». Lo scopo è quello di indagare cosa lo studente ha interiorizzato dell'esperienza fatta.

L'architettura tecnologica è stata basata su piattaforma digitale online (Moodle). Il modello prevede l'integrazione di varie tecnologie online, alcune di uso generale (forum, chat), altre specifiche per la matematica (fogli di calcolo, CAS, DGS), e altre ancora opportunamente costruite per supportare lo sviluppo di alcune specifiche competenze, quali *toolkit* linguistici (Albano & Dello Iacono, 2019).

L'architettura DIST-M è stata validata nel caso di studio relativo a un problema aritmetico-algebrico-verbale (Mellone & Tortora, 2015), il problema per il caso di studio è stato scelto in modo che fosse adatto a supportare l'introduzione degli studenti alla modellazione algebrica e lo sviluppo di competenze argomentative e dimostrative.

6 Il DIST-M alla luce dei riferimenti teorici e metodologici

Dopo aver presentato il DIST-M, proviamo a re-inquadrarlo alla luce degli elementi teorico-metodologici descritti nei par. 2 e 3.

6.1 Il DIST-M come intervento formativo

Il dispositivo metodologico progettato si inquadra come intervento formativo. Infatti, all'inizio i ricercatori hanno in mente solo una cornice entro cui si colloca il problema che i partecipanti dovranno affrontare. Più precisamente hanno in mente: a) un macro-obiettivo prioritario, legato alla scelta della competenza matematica su cui focalizzarsi, che inizialmente è stato descritto semplicemente come *supportare lo sviluppo di competenze argomentative*; b) un obiettivo più specifico relativo al particolare problema matematico scelto, inizialmente descritto come *uso dell'algebra come strumento di generalizzazione*.

La scelta di usare la storia come canovaccio su cui i partecipanti (studenti e docenti) costruiscono la loro improvvisazione, che si concretizza nella definizione di un opportuno *script*, lascia loro autonomia nello sviluppo del percorso in modi e con contenuti che non sono totalmente noti a priori.

Tutti i partecipanti affrontano un oggetto problematico. Dal lato studenti esso consiste nel quesito matematico che viene presentato in modo tale da generare un conflitto cognitivo e quindi una discussione tra gli studenti e col docente. Dal lato docenti l'oggetto problematico è il ruolo stesso di docente, nel personaggio del Guru, con tutte le questioni che riguardano come dovrà agire rispetto alla narrazione matematica prodotta dagli studenti, cioè quali saranno le scelte di gestione sia all'interno della storia, sia all'esterno della storia (in classe). Il docente potrà avvalersi del supporto di un'analisi a priori, ma questa potrebbe essere anche completamente disattesa.

Va anche osservato che l'oggetto problematico è immerso nelle attività vitali dei partecipanti. Dal lato studenti, questa immersione nasce dal fatto che essi sono personaggi della storia quando sono Attori e quindi il loro apporto serve alla continuazione della storia, ed è legato alla coraltà della storia quando sono Osservatori. Dal lato docente, l'immersione è legata alla professionalità dell'insegnante. Dal punto di vista del processo, la progettazione fatta è tale che la narrazione matematica viene costruita attraverso continui processi di negoziazione dei contenuti che determinano il corso della storia (deviazioni, velocità, ordine degli episodi ecc.). Questi processi di negoziazione vengono supportati dall'uso del principio di doppia stimolazione, che tende a favorire l'assunzione di responsabilità del processo sia negli studenti, attraverso l'offerta di ulteriori stimoli finalizzati al raggiungimento autonomo dell'obiettivo dell'attività in gioco, sia nei docenti, a cui è lasciata la libertà di intervento (ad esempio la scelta relativa a quando intervenire, rispetto a quale tema e a quali ulteriori stimoli offrire). Nel caso degli studenti alcuni stimoli sono progettati a priori (strumenti a disposizione in piattaforma, come ad esempio fogli di calcolo); nel caso dei docenti la doppia stimolazione è stata lasciata accadere spontaneamente, i docenti hanno avuto discrezionalità di movimento a seconda dell'evoluzione della situazione e dello specifico gruppo di studenti in gioco, sviluppando la loro autonomia a partire dalle analisi a priori e dagli incontri di formazione con i ricercatori.

Dal punto di vista dei risultati, il dispositivo DIST-M non si pone come soluzione standardizzata che funziona nello stesso modo anche in altri contesti. È piuttosto una metodologia in cui alcuni elementi risultano essere potenzialmente trasferibili e utilizzabili per la progettazione di soluzioni DIST-M specifiche per diversi contesti (es. competenze diverse da quella argomentativa) e per diversi contenuti matematici (es. geometria).

Il ruolo dei ricercatori in questi interventi non mirava a tenere sotto controllo tutte le variabili. Per questo i docenti sono stati lasciati liberi di giocare in autonomia il ruolo di Guru ma sono stati supportati con discussioni e confronti in cui sono state negoziate delle linee di azione, senza dare delle "regole". Lo scopo dei ricercatori è stato quello di provocare un processo trasformativo del loro ruolo di insegnanti grazie al loro coinvolgimento nelle sperimentazioni e nel corso del progetto.

6.2 Il DIST-M e i sistemi di attività

Tutto il dispositivo si inquadra nella teoria dei sistemi di attività. Ogni episodio della storia può essere visto come un sistema di attività, il cui oggetto va a sovrapporsi parzialmente con l'oggetto degli altri episodi. Pertanto l'intera storia può essere vista come una costellazione di sistemi di attività.

Ogni episodio evolve secondo uno stesso *script*. In termini del triangolo di Engeström, questo significa che alcuni elementi restano invariati:

- il soggetto, che è ciascuno degli studenti del gruppo Attore o del gruppo Osservatore;
- la comunità, che è il gruppo dei personaggi della storia (comprendente sia gli studenti che il docente);
- le "regole" che regolano il rapporto del soggetto con la comunità sono rappresentate dai ruoli nella storia (ovvero dalle funzioni cognitive nel processo);

- la divisione del lavoro che corrisponde alla collaborazione (tra pari o asimmetrica) all'interno della comunità (studenti e insegnante) guidata dalle azioni caratterizzanti i vari ruoli;
- alcuni mediatori che il soggetto utilizza per il raggiungimento dell'oggetto (strumenti digitali generalisti – ad esempio chat, forum o fumetti, o strumenti digitali specifici – ad esempio tessere digitali, linguaggio verbale, linguaggio algebrico).

Osserviamo che lo *script* di ogni episodio è sostanzialmente impostato come processo dialogico a più voci e a più livelli: un livello orizzontale in cui ci sono le voci dei pari che danno luogo a un dibattito e a negoziazioni, un livello verticale in cui si aggiunge la voce dell'esperto che orchestra una discussione matematica, un livello opzionale obliquo in cui la voce dell'esperto interviene o viene interpellata attraverso un pari "privilegiato" e fornisce un secondo set di stimoli. Le regole che mediano la relazione soggetto-comunità, secondo cui gli interventi degli studenti nel discorso sono guidati dai ruoli che essi interpretano all'interno della storia, a cui soggiacciono le funzioni cognitive del *problem solving*, strutturano e favoriscono il processo di dibattito e negoziazione con voci multiple.

I sistemi di attività corrispondenti ai diversi episodi differiscono principalmente per l'oggetto, che è l'obiettivo dello specifico episodio che a sua volta si concretizza in uno specifico risultato (congettura, formalizzazione e così via). I diversi sistemi di attività però concorrono a produrre un risultato più globale che è l'argomentazione come processo (Boero, 1999).

Nella fase di riflessione collettiva, a conclusione della storia, si realizza un apprendimento espansivo con un movimento da azioni ad attività: si passa dalle azioni che il gruppo fa in ciascun episodio al senso di quell'episodio (cioè alle attività che quell'episodio rappresenta). Ripercorrendo la storia, gli studenti passano (o si spera che passino – eventualmente anche con un supporto successivo del docente) dalle *azioni* di ogni episodio all'*attività* di quell'episodio. È questo il momento in cui gli studenti interpretano le azioni svolte durante l'attività in un'ottica sistemica e diventano (o si auspica che diventino) consapevoli del significato degli episodi come esplorare, congetturare, formalizzare e dimostrare. In questo senso, «l'attività di apprendimento [espansiva] è un'attività che produce attività» (Engeström & Sannino 2010, p. 4): lo studente prende coscienza e, col tempo e la pratica sociale, interiorizza uno *script* di attività dimostrativa.

6.3 DIST-M e i principi cardine dell'*expansive learning*

La progettazione del dispositivo metodologico DIST-M ha inglobato i due principi cardine dell'*expansive learning*, presentati nei par. 2.2.1 e 2.2.2: il principio della doppia stimolazione e quello dell'ascesa dall'astratto al concreto.

Il principio della doppia stimolazione è sostanzialmente alla base di tutto il disegno del DIST-M. In alcuni casi esso è inglobato nella progettazione a priori, ad esempio interviene nella comunicazione che appare nei fumetti, dove ogni rilancio è uno stimolo che orienta e produce un effetto (indiretto). In altri casi, invece, è lasciato alla gestione autonoma di Guru-insegnante. Questo può avvenire in forma implicita (nascosta) quando ad esempio Guru prende l'iniziativa di contattare Promoter, nel loro canale di comunicazione privato, per fornire ulteriori *input* (domande, strumenti ecc.) che il gruppo può utilizzare per reinterpretare la soluzione problematica e uscire da momenti di *empasse* del processo risolutivo. Naturalmente avviene in forma esplicita durante la discussione matematica orchestrata nella parte finale di ciascun episodio. La possibilità per il docente di osservare in modo discreto tutto quanto fatto dagli studenti e l'asincronicità dei suoi interventi, cioè la scelta del momento in cui intervenire, gli permette di poter andare avanti e indietro sul processo di apprendimento in corso degli studenti e di poterci riflettere sopra, e quindi poter fornire eventuali nuovi stimoli ponderati.

Alla base dell'evoluzione della storia si può riconoscere un processo di ascesa dall'astratto al concreto che si muove su diversi livelli. Rispetto allo specifico problema matematico, si possono riconoscere alcune azioni epistemiche o di apprendimento individuate da Davydov: gli studenti sono impegnati in un compito specifico (che coinvolge quaterne specifiche) e lo trasformano per far emergere una rela-

zione universale dell'oggetto di studio (fanno prove su nuove quaterne e replicano su queste la relazione osservata nelle quaterne specifiche), poi lavorano alla sua modellazione che può essere fatta in diverse forme (verbale, algebrica), trasformano il modello in maniera funzionale allo studio più "puro" dell'oggetto di studio che ne permette quindi la dimostrazione. Successivamente vengono costruiti nuovi compiti in cui il modello costruito viene generalizzato (interi pari e interi dispari, progressioni, ...). Il processo di ascesa dall'astratto al concreto viene supportato dall'insegnante, ma talvolta può emergere dalle contraddizioni interne alla situazione. Ad esempio, può capitare (è capitato) che un gruppo di studenti si accorga da solo che le lettere usate per la formalizzazione della congettura non sono adeguate allo scopo, non necessariamente allo scopo della dimostrazione, ma anche solo allo scopo della comunicazione.

6.4 Il DIST-M e l'orchestrazione

Come abbiamo scritto nel par. 3.3, nel nostro progetto abbiamo considerato due diverse accezioni di orchestrazione, una riferita agli ambienti tecnologici *general purposes*, integrata con elementi che vengono dalla ricerca disciplinare, e una riferita alla discussione matematica (Bartolini Bussi et al., 1995) per quanto riguarda il coordinamento delle voci che emergono durante i processi di *problem solving*.

6.4.1 L'orchestrazione tecnologica

Il nostro approccio all'orchestrazione tecnologica integra i modelli di Kollar e Fischer (2013) e di Drijvers e colleghi (2009), che risultano essere compatibili. Come nel caso di Kollar e Fischer e a differenza di Drijvers, l'orchestrazione non ha come scopo quello di supportare la genesi strumentale degli studenti. Gli artefatti tecnologici utilizzati sono generalisti, non incorporano conoscenze matematiche di per sé e come tali non richiedono la costruzione di particolari e opportuni schemi di uso da parte degli studenti. Nel nostro caso, la prima fase di orchestrazione, che prevede la definizione di uno scenario didattico, è gestita da ricercatori e insegnanti in collaborazione e non prevede una determinazione completa a priori di come verranno utilizzate le risorse dall'insegnante e dagli studenti. Questa fase integra anche l'orchestrazione delle diverse modalità sociali di apprendimento che entrano in gioco nei diversi momenti delle attività (Weinberger & Papadopoulos, 2016). Una seconda fase di orchestrazione, che va a riferirsi più specificamente a come calare nella classe lo scenario definito, tiene conto di quelli che Dillenbourg (2013) chiama vincoli estrinseci. Una terza fase di orchestrazione, che si riferisce alla fase di fruizione dell'attività, tiene conto anche della possibilità di una gestione da parte dell'insegnante non del tutto predefinita ma dettata dalla contingenza.

Il modello integrato di orchestrazione che viene fuori nel nostro caso, dunque, prevede:

- *definizione dello scenario*: descrizione sistemica dell'attività, sulla base del modello di Engeström;
- *trasposizione didattica dello scenario*: adattamento dell'attività da parte dell'insegnante tenendo conto dei vincoli della classe (ad esempio, possibilità di usare determinati strumenti, tempi scolastici, esigenze curriculari, ecc.);
- *realizzazione dello scenario*: messa in opera dell'attività trasposta da parte dell'insegnante, che può anche prendere decisioni e fare scelte ad hoc e *run-time* durante lo svolgimento dell'attività.

Val la pena di sottolineare che l'orchestrazione della tecnologia risulta essere chiave nel permettere a docenti e studenti di vivere un'esperienza "aumentata" in cui anche gli studenti-Osservatori, oltre al docente, possono seguire in tempo reale quello che accade, permettendo di rendere visibile quello che altrimenti sarebbe invisibile.

6.4.2 L'orchestrazione di voci multiple

Il nostro approccio all'orchestrazione delle diverse voci che emergono nel corso dell'attività fa riferimento alla discussione matematica (Bartolini Bussi et al., 1995), secondo cui il docente guida i suoi

studenti nella costruzione della conoscenza matematica a vari livelli monitorando le interazioni tra loro e stimolando la verbalizzazione e le discussioni generali. In questo processo di orchestrazione, ci sono due momenti importanti per l'insegnante: un'analisi a priori e una a posteriori. Questo si adatta bene al doppio ruolo dell'insegnante nel DIST-M. L'analisi a priori riguarda l'organizzazione delle interazioni. Nel nostro lavoro questo si realizza con la progettazione delle attività che si concretizzano negli episodi della storia, con particolare attenzione al ruolo del Guru/insegnante all'interno della narrazione e a come può interagire e intervenire nel flusso del processo di *problem solving*. Nell'analisi a posteriori, grazie all'accesso alle chat e ai documenti redatti individualmente e in gruppo, l'insegnante può analizzare tutte le discussioni svolte lungo la storia, estrarre alcuni punti chiave e trattarli nuovamente in classe, orchestrando così nuove discussioni matematiche.

7 Conclusioni

In questo lavoro abbiamo presentato una ricerca che ha portato alla progettazione – e successiva realizzazione e sperimentazione – di un dispositivo metodologico, il DIST-M, *Digital Interactive Storytelling in Matematica*.

Tale dispositivo vuole supportare i docenti fornendo elementi utili per progettare e implementare attività digitali in matematica a partire da un problema aperto; organizzare la partecipazione della classe alle attività; progettare e riflettere sulle sue azioni nello sviluppo dell'attività; integrare le attività nel curriculum per mezzo di una valutazione innovativa che per l'alunno ha caratteristiche di autovalutazione formativa ma anche di riflessione consapevole sulle proprie azioni.

Inoltre, nel corso della ricerca sono state individuate alcune caratteristiche del DIST-M che sembrano promettenti, come una riflessione sulla costruzione dell'identità di un matematico. Infatti, i ruoli, nati inizialmente, soprattutto in ambienti *computer-based*, dalla necessità, di regolare il lavoro di gruppo affinché produca effettivamente l'apprendimento voluto, rappresentano anche funzioni cognitive che entrano in gioco quando un singolo individuo si trova in una situazione di *problem solving*. In ottica vygotskiana, la pratica sociale ne permette l'interiorizzazione, contribuendo, in tal modo, alla costruzione dell'identità dello studente come "buon risolutore" di problemi (Albano et al., 2021).

Un altro elemento di riflessione emerso riguarda quella che possiamo chiamare "realtà aumentata" per il docente e per lo studente. L'architettura prevista a priori ha fasi di lavoro della classe dentro e fuori dalla storia, che possono essere attuate in classe o a casa. Il docente e gli studenti possono riprendere in differita nel tempo e in presenza spunti di discussione, riflessione, e rilancio di domande basandosi sulla possibilità data dalla tecnologia di risalire alle discussioni online (tracciabili attraverso la tecnologia e utilizzabili come "nuove risorse"). L'architettura tecnologica viene quindi a concretizzarsi come "realtà aumentata", sia per il docente sia per lo studente, che risulta importante dal punto di vista epistemologico, didattico e educativo di costruzione dell'identità individuale nelle sue componenti cognitive, affettiva e sociale. La **Tabella 1** mostra i dati che l'architettura tecnologica permette di memorizzare e di rendere accessibili agli utenti.

Risorsa	Docente	Studente
Chat	Tutte, sia di Attori che di Osservatori	Quelle del proprio gruppo
Logbook	Quelli di tutti gli studenti	Solo il proprio
Narrazione matematica	Quella di tutti i gruppi	Quella del proprio gruppo

Tabella 1. I dati a disposizione.

I dati accessibili possono diventare, dal lato docente, risorsa didattica da utilizzare anche fuori dalla storia e con obiettivi didattici diversi da quelli inizialmente previsti; dal lato studente, elementi di riflessione a più livelli, sia sui contenuti matematici, sia sull'attività matematica, sia sulla propria identità matematica.

In generale, guardando a tutti gli elementi fondanti del DIST-M possiamo individuare alcuni "invarianti" e altre cose che, invece, possono variare. Ad esempio, a seconda del contesto (o del livello scolastico) può scomparire la storia come contesto del problema. A questo proposito, è stata fatta una sperimentazione a livello universitario (Albano et al., 2024). In alternativa, potrebbe restare una storia come contesto del problema ma potrebbero cambiare le fasi del processo matematico legato alla competenza obiettivo. La competenza matematica su cui lavorare è ovviamente qualcosa che può variare e può essere scelta dall'insegnante a seconda degli obiettivi didattici.

Questi elementi aprono una nuova pista di ricerca, su cui stiamo lavorando, volta alla definizione di un meta-modello.

Così come la ricerca è stata condotta attraverso un processo iterativo di più cicli espansivi, come descritto nel lavoro, che, a partire dalla problematizzazione di alcuni aspetti della pratica didattica usuale ha portato a definire orizzonti solo parzialmente immaginati prima, la stessa metodologia ha contribuito alla definizione di un percorso di formazione docenti.³ Nell'ottica dell'*expansive learning*, il dispositivo metodologico è stato oggetto di riflessione e, a partire dagli invarianti dell'architettura metodologica, i docenti hanno progettato nuovi DIST-M, centrati su diverse competenze matematiche e diversi contenuti, che sono in fase di implementazione in scuole secondarie di primo e di secondo grado⁴ (si vedano ad esempio Aceto et al. (2024) e Coen et al. (2024), in questo numero). I nuovi oggetti in costruzione si stanno rivelando delle vere e proprie fucine di scambio culturale tra scuola e università, permettendo il generarsi di domande e nuove problematiche indagabili a più livelli di approfondimento. I docenti lavorano in piccoli gruppi supportati da un ricercatore/tutor, che agisce come facilitatore lasciando spazio all'autonomia dei partecipanti. Le piccole comunità professionali così costituite, attraverso la metodologia indicata dalla spirale espansiva, riescono a immaginare, sviluppare e concretizzare nuovi orizzonti nelle proprie pratiche, espandendosi costantemente in una zona di sviluppo prossimale collettiva. La riflessione collettiva genera la co-progettazione e la realizzazione in classe delle attività e ci sembra determinante per consolidare culturalmente e professionalmente le nuove pratiche.

Ringraziamenti

Ringraziamo gli insegnanti e i ricercatori che hanno partecipato allo sviluppo del progetto PRIN 2015 *Digital Interactive Storytelling in Mathematics: a social competence-oriented approach*:

Giuseppe Fiorentino, Umberto Dello Iacono, Anna Pierri, Roberto Tortora, Giuseppina Marsico, Monica Mollo, Anna Concas, Rossella Ascione, Gabriella Deiana, Piera Romano.

Bibliografia

Aceto, M., De Santis, M. L., Donatiello, A., Lemmi, G., Manzoni, S., Montervino, C. R., Picariello, L., Scaramuzzino, V., & Vadalà, G. (2024). Due esperienze didattiche di early-algebra con il DIST-M: Dalla costruzione del problema all'implementazione in aula. *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula*, 16, 94–115. <http://dx.doi.org/10.33683/ddm.24.16.4>

3. Percorsi "Digital Interactive Storytelling in mathematics" #1 e #2, dedicati a docenti della scuola secondaria rispettivamente di primo e di secondo grado, promossi dalla Fondazione "I Lincei per la Scuola" nell'ambito del PNSN <https://www.linceiscuola.it/percorsi-digitali/>.

4. La scuola secondaria di primo grado in Italia dura tre anni e corrisponde ai primi tre anni di scuola media nel Canton Ticino. La scuola secondaria di secondo grado in Italia dura cinque anni e corrisponde all'ultimo anno di scuola media e alla scuola media superiore o scuole professionali nel Canton Ticino.

- Albano, G., Antonini, S., & Miranda, A. (2024). Digital Experiences of Mathematical Cognitive Functions in Learning the Basic Concepts of General Topology. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s40753-024-00245-3>
- Albano, G., Coppola, C., & Dello Iacono, U. (2021). What does 'Inside Out' mean in problem solving? *For the Learning of Mathematics*, 41(2), 32–36. <https://www.jstor.org/stable/27091202>
- Albano, G., Coppola, C., Dello Iacono, U., Fiorentino, G., Pierri, A., & Polo, M. (2020). Technology to enable new paradigms of teaching/learning in mathematics: The digital interactive storytelling case. *Journal of e-learning and Knowledge Society*, 16(1), 65–71. <https://doi.org/10.20368/1971-8829/1135201>
- Albano, G., & Dello Iacono, U. (2019). A scaffolding toolkit to foster argumentation and proofs in mathematics: Some case studies. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, 16, 4. <https://doi.org/10.1186/s41239-019-0134-5>
- Arzarello, F., & Soldano, C. (2016). Da Peirce a Hintikka (senza dimenticare Dewey): La logica dell'indagine in classe. In F. Morselli, G. Rosolini & C. Toffalori (Eds.), *Educare alla razionalità. Tra Logica e Didattica della Matematica. Atti del Convegno di Sestri Levante. In ricordo di Paolo Gentilini* (pp. 9–53). Edizioni dell'Unione Matematica Italiana.
- Bakhtin, M. M. (1982). *The dialogic imagination: Four essays*. University of Texas Press.
- Bartolini Bussi, M. G. (1996). Mathematical discussion and perspective drawing in primary school. *Educational Studies in Mathematics*, 31(1–2), 11–41. <https://doi.org/10.1007/BF00143925>
- Bartolini Bussi, M. G., Boni, M., & Ferri, F. (1995). *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica*. Centro documentazione educativa.
- Bartolini Bussi, M. G., & Mariotti, M. A. (2008). Semiotic Mediation in the Mathematics Classroom: Artefacts and Signs after a Vygotskian Perspective. In L. English, M. G. Bartolini Bussi, G. Jones, R. Lesh & D. Tirosh (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education, second revised edition* (pp. 746–783). Lawrence Erlbaum.
- Boero, P. (1999). Argumentation and mathematical proof: A complex, productive, unavoidable relationship in mathematics and mathematics education. *International newsletter on the teaching and learning of mathematical proof*, July/August 1999.
- Brown, A. L. (1992). Design experiments: Theoretical and methodological challenges in creating complex interventions in classroom settings. *The Journal of the Learning Sciences*, 2(2), 141–178. https://doi.org/10.1207/s15327809jls0202_2
- Coen, A., Cravotta, A., Romano, P., & Tarallo, C. (2024). Progettare e sperimentare a scuola attraverso il DIST-M: Opportunità didattiche e riflessioni. *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula*, 16, 147–163. <http://dx.doi.org/10.33683/ddm.24.16.6>
- Cole, M. (1996). *Cultural Psychology. A Once and Future Discipline*. Harvard University Press.
- Collins, A. (1992). Toward a design science of education. In E. Scanlon & T. O'Shea (Eds.), *New directions in educational technology* (pp. 15–22). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-77750-9_2

- Davydov, V. V. (1990). *Types of generalization in instruction. Logical and Psychological Problems in the Structuring of School Curricula. Soviet studies in mathematics education, volume 2*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Dillenbourg, P. (2013). Design for classroom orchestration. *Computers & Education*, 69, 485–492. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2013.04.013>
- Drijvers, P., Doorman, D., Boon, P., & Van Gisbergen, S. (2009). Instrumental orchestration: Theory and practice. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne & F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 6)* (pp. 1349–1358). Institut national de recherche pédagogique.
- Engeström, Y. (1999). Expansive visibilization of work: An activity-theoretical perspective. *Computer Supported Cooperative Work*, 8, 63–93. <https://doi.org/10.1023/A:1008648532192>
- Engeström, Y., & Sannino, A. (2010). Studies of expansive learning: Foundations, findings and future challenges. *Educational research review*, 5(1), 1–24. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2009.12.002>
- Kaptelinin, V., & Nardi, B. A. (2006). *Acting with technology: Activity theory and interaction design*. MIT press.
- Kollar, I., & Fischer, F. (2013). Orchestration is nothing without conducting – But arranging ties the two together! A response to Dillenbourg (2011). *Computers & Education*, 69, 507–509. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2013.04.008>
- Leont'ev, A. N. (1932). Studies on the Cultural Development of the Child. *Journal of Generic Psychology*, 40, 52–83. <https://doi.org/10.1080/08856559.1932.10534207>
- Ligorio, M. B., & Cacciamani, S. (2013). *Psicologia dell'educazione*. Carocci Editore.
- Lolli, G. (2018). *Matematica come narrazione*. Il Mulino.
- Lurja, A. R. (1928). The Problem of the Cultural Behavior of the Child. *Journal of Genetic Psychology*, 35, 493–506. <https://doi.org/10.1080/08856559.1928.10532168>
- Magenes, A., & Maracci, A. (2015). Le competenze nella soluzione di problemi di matematica. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 38 A-B(5), 637–656.
- Mellone, M., & Tortora, R. (2015). Ambiguity as a cognitive and didactic resource. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME9)* (pp. 1434–1439). Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME.
- Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca. (2010). *Indicazioni nazionali riguardanti gli obiettivi specifici di apprendimento concernenti le attività e gli insegnamenti compresi nei piani degli studi previsti per i percorsi liceali*. <https://www.istruzione.it/alternanza/allegati/NORMATIVA%20ASL/INDICAZIONI%20NAZIONALI%20PER%20I%20LICEI.pdf>
- Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca. (2010). *Linee guida per il passaggio al nuovo orientamento. Istituti professionali*. https://www.indire.it/lucabas/lkmw_file/nuovi_professionali/linee_guida/LINEE%20GUIDA%20ISTITUTI%20%20PROFESSIONALI_.pdf

- Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca. (2010). *Linee guida per il passaggio al nuovo orientamento. Istituti tecnici*. https://www.indire.it/lucabas/lkmw_file/nuovi_tecnici/INDIC/ LINEE_GUIDA_TECNICI_.pdf
- Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca. (2012). *Indicazioni Nazionali per il Curricolo della Scuola dell'Infanzia e del Primo Ciclo d'Istruzione*. https://www.miur.gov.it/documents/20182/51310/DM+254_2012.pdf
- Morselli, D. (2019). L'attualità degli studi di matrice vygotskijana e il loro contributo alla ricerca educativa. *Formazione & Insegnamento. Rivista internazionale di Scienze dell'educazione e della formazione*, 17(1), 39–58. <https://zenodo.org/doi/10.5281/zenodo.2662120>
- Needleman, M. (2007). Web 2.0/Lib 2.0—What is it? (If it's anything at all). *Serials Review*, 33(3), 202–203. <https://doi.org/10.1016/j.serrev.2007.05.001>
- Niss, M. A. (2003). Quantitative literacy and mathematical competencies. In B. L. Madison & L. A. Steen (Eds.), *Quantitative literacy: Why numeracy matters for schools and colleges* (pp. 215–220). National Council on Education and the Disciplines.
- Organization for Economic, Cooperation and Development. (2016). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic and Financial Literacy*. PISA, OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264255425-en>
- Pesci, A. (2004). Insegnare e apprendere cooperando: Esperienze e prospettive. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 27 A-B(6), 637–670.
- Pesci, A. (2009). Cooperative learning and peer tutoring to promote students' Mathematics education. In L. Paditz & A. Rogerson (Eds.), *Proceedings of the 10th International Conference "Models in Developing Mathematics Education"*. *The Mathematics Education into the 21st Century Project* (pp. 486–490). Dresden University of Applied Sciences.
- Sannino, A. (2011). Activity theory as an activist and interventionist theory. *Theory & Psychology*, 21(5), 571–597. <https://doi.org/10.1177/0959354311417485>
- Sannino, A., & Engeström, Y. (2018). Cultural-historical activity theory: founding insights and new challenges. *Cultural-Historical Psychology*, 14(3), 43–56. <https://doi.org/10.17759/chp.2018140304>
- Schank, R., & Abelson, R. (1977). *Scripts, plans, goals and understandings: An Inquiry Into Human Knowledge Structures*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Sfard, A. (1998). On two metaphors of learning and the dangers of choosing just one. *Educational Researcher*, 27(2), 4–13. <https://www.jstor.org/stable/1176193>
- Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9, 281–307. <https://doi.org/10.1007/s10758-004-3468-5>
- Vygotsky, L. S. (1929). The Problem of the Cultural Development of the Child. *Journal of Genetic Psychology*, 36, 415–434. <https://doi.org/10.1080/08856559.1929.10532201>

- Weinberger, A., Kollar, I., Dimitriadis, Y., Mäkitalo-Siegl, K., & Fischer, F. (2009). Computer-supported collaboration scripts: Perspectives from educational psychology and computer science. In N. Balacheff, S. Ludvigsen, T. de Jong, A. Lazonder & S. Barnes (Eds.), *Technology-enhanced learning* (pp. 155–173). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4020-9827-7_10
- Weinberger, A., & Papadopoulos, P. M. (2016). Orchestration of Social Modes in e-Learning. *Proceedings of the 10th International Conference on e-Learning* (pp. 219–222). International Association for Development of the Information Society.
- Wertsch, J. V. (1981). Trends in Soviet cognitive psychology. *Storia e critica della psicologia*, 2(2), 219–295.
- Zan, R. (2012). La dimensione narrativa di un problema: Il modello C&D per l'analisi e la (ri)formulazione del testo. Parte I–II. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 35 A(2 e 5), 107–126 e 437–468.
- Zuccheromaglio, C. (1996). *Vygotskij in azienda*. Carocci Editore.