

GeoGebra e Genially nell'apprendimento attivo della matematica: analisi evolutiva delle competenze geometriche e di problem solving

GeoGebra and Genially in active learning for mathematics: developmental analysis of geometric and problem solving competencies

Flavio Manganello*, Erica Grassi^o e Diana Rizzo^o

*Istituto per le Tecnologie Didattiche, Consiglio Nazionale delle Ricerche, Genova – Italia

^oDipartimento di Scienze della Formazione, Università di Genova – Italia

✉ flavio.manganello@itd.cnr.it, ericagrassi99@gmail.com, abc.diana.rizzo@gmail.com

Sunto / Questo articolo esplora l'integrazione di GeoGebra e Genially nell'insegnamento della matematica nella scuola primaria all'interno di contesti di apprendimento attivo. Vengono presentati due studi: il primo valuta un intervento didattico che utilizza GeoGebra per migliorare le abilità geometriche degli alunni; il secondo esamina un intervento didattico che combina contenuti interattivi realizzati con Genially per promuovere lo sviluppo delle capacità di problem solving matematico. Entrambi gli interventi considerano sia la componente pedagogica sia l'uso della tecnologia nel loro complesso. Dai risultati si evince un miglioramento nelle competenze degli studenti in entrambi gli ambiti, sebbene l'apporto di Genially risulti più indiretto. La ricerca evidenzia l'importanza di strumenti digitali ben allineati agli obiettivi di apprendimento e al livello di competenza degli studenti, suggerendo un approccio personalizzato nell'uso delle tecnologie educative. Anche a causa dei limiti legati alla dimensione del campione e al contesto specifico, si sottolinea la necessità di ulteriori ricerche per valutare l'efficacia a lungo termine dell'uso di questi strumenti nell'apprendimento matematico.

Parole chiave: scuola primaria; competenze geometriche; problem solving matematico; software geometrici; tecnologie didattiche.

Abstract / This article explores the integration of GeoGebra and Genially into mathematics teaching in primary school within active learning contexts. Two studies are presented: the first evaluates a teaching intervention that uses GeoGebra to enhance students' geometric skills; the second examines a teaching intervention that combines interactive content created with Genially to promote the development of mathematical problem-solving skills. Both interventions consider the pedagogical component and the use of technology as a whole. The results indicate an improvement in student skills in both areas, although Genially's contribution appears to be more indirect. The research highlights the importance of aligning digital tools with learning objectives and student skill levels, suggesting a personalized approach to the use of educational technology. Due to the limitations associated with the sample size and the specific context, the need for further research is underscored to evaluate the long-term effectiveness of the use of these tools in mathematical learning.

Keywords: primary school; geometric skills; mathematical problem solving; geometric software; educational technologies.

1 Introduzione

L'utilizzo delle tecnologie digitali nell'insegnamento della matematica si configura come un'area di crescente interesse e critica rilevanza. Studi recenti hanno analizzato l'uso di questi strumenti nella didattica della matematica, in particolare investigando come essi possano influenzare l'apprendimento e confrontando i loro effetti con quelli delle metodologie tradizionali (si veda, ad esempio, Ball et al., 2018). La ricerca indaga, inoltre, come l'introduzione di strumenti digitali possa non solo migliorare l'*efficienza* del processo educativo ma anche arricchire l'esperienza di apprendimento degli studenti (Bray & Tangney, 2017). In particolare, in linea con il pensiero di Dewey (2004), arricchire l'esperienza di apprendimento si configura come l'istituzione di un ambiente di apprendimento che favorisca una partecipazione attiva dello studente integrando elementi, risorse o approcci *efficaci* al fine di perseguire un apprendimento significativo. Nei contesti formativi istituzionali, infatti, è opportuno distinguere tra *efficienza* ed *efficacia* di una strategia didattica; mentre l'efficienza si può definire come «il raggiungimento nel minor tempo possibile di un risultato ottimale» (Bonaiuti, 2014, p. 163), l'efficacia va intesa, invece, come l'impatto misurabile che le strategie e le metodologie didattiche presentano nei confronti dell'apprendimento degli alunni: una strategia didattica si conferma efficace quando presenta «un numero ragionevole di riconoscimenti positivi e di indagini sperimentali» (Bonaiuti, 2014, p. 11).

Parlando in termini di efficacia, come sottolineato da Geiger e colleghi (2016), gli strumenti digitali hanno il potenziale di trasformare le pratiche di insegnamento e apprendimento in matematica, offrendo nuove opportunità per cambiamenti a livello cognitivo, pedagogico, affettivo e professionale. Questi cambiamenti permettono agli insegnanti di adottare strategie didattiche innovative e più coinvolgenti, mentre gli studenti beneficiano di un apprendimento interattivo e personalizzato che può stimolare la loro curiosità e partecipazione. Allo stesso tempo, l'integrazione della tecnologia può elevare la qualità dell'insegnamento e incoraggiare un approccio costruttivista all'apprendimento, dove gli studenti sono attivamente coinvolti nella costruzione della comprensione dei concetti matematici (Gurevich & Barchilon Ben-Av, 2023).

In tale contesto, questo articolo presenta i risultati di due studi aventi lo scopo di esaminare l'uso di due strumenti digitali nell'educazione matematica nella scuola primaria.¹ Il primo studio esamina l'impiego di materiali didattici interattivi elaborati con GeoGebra, noto software che consente di costruire e manipolare rappresentazioni dinamiche di oggetti geometrici, utilizzati per rafforzare le competenze geometriche degli studenti in un intervento didattico specifico. Il secondo studio, invece, esplora l'uso di risorse didattiche interattive create con Genially, un'applicazione web per la creazione di contenuti visuali e interattivi, con l'obiettivo di potenziare le abilità di problem solving matematico degli studenti mediante uno specifico intervento didattico. Entrambi gli studi non si limitano a valutare l'efficacia degli strumenti tecnologici, ma considerano l'intervento didattico nel suo complesso, integrando la componente pedagogica con l'uso strategico della tecnologia, per promuovere un apprendimento attivo e coinvolgente.

I risultati di questi due studi si inseriscono in un contesto di ricerca che ha evidenziato come la tecnologia, pur avendo un ruolo positivo, esercita un effetto di entità moderata (Cohen, 2013) sull'apprendimento in matematica (Chauhan, 2017). Questa osservazione suggerisce che l'impatto delle tecnologie educative può variare a seconda di fattori quali il tipo di strumento utilizzato, la durata dell'intervento e l'ambiente di apprendimento. Pertanto, i risultati dei due studi saranno analizzati considerando l'uso di strumenti digitali specialistici e non specialistici nell'educazione matematica, con l'obiettivo di offrire una comprensione più approfondita del ruolo delle tecnologie nella didat-

1. La scuola primaria in Italia dura cinque anni e corrisponde alla scuola elementare nel Cantone Ticino.

tica della matematica, in un contesto di apprendimento attivo. In questo modo, il presente lavoro si propone di contribuire a delineare un quadro più chiaro dell'impatto derivante dall'uso di specifici strumenti digitali nell'educazione matematica alla scuola primaria, fornendo spunti significativi per la pratica educativa e la scelta di strumenti didattici adeguati.

2 Quadro teorico

2.1 Apprendimento attivo in ambito matematico: strategie e strumenti per promuoverlo

L'apprendimento attivo, definito da Prince (2004, p. 223) come «qualsiasi strategia didattica che coinvolge gli studenti in attività significative, richiedendo loro di riflettere su ciò che stanno facendo», promuove una partecipazione attiva degli studenti al proprio processo di apprendimento. Attraverso strategie di didattica esperienziale, gli studenti sono coinvolti in attività di esplorazione, scoperta e interazione diretta con i materiali didattici. Questo approccio si dimostra particolarmente efficace nell'educazione matematica, dove, come evidenziato da Fuchs e colleghi (2003), favorisce una migliore comprensione dei concetti e lo sviluppo di abilità di problem solving grazie alla partecipazione attiva ad attività pratiche e collaborative.

Per promuovere l'apprendimento attivo in matematica, è fondamentale dunque coinvolgere gli studenti in attività didattiche dinamiche, quali scrittura, simulazioni e giochi (Kerrigan, 2018). Questo approccio richiede un ruolo proattivo da parte degli insegnanti, che dispongono di numerosi strumenti e metodologie per attuare tali strategie. Tuttavia, diversi ostacoli possono limitare l'efficacia di queste pratiche, tra cui l'insufficienza di una formazione specifica per i docenti e problematiche strutturali come carichi di lavoro elevati e classi numerose (Michael et al., 2023). La ricerca svolge un ruolo cruciale nell'identificare modalità per sostenere gli insegnanti, consentendo loro di dedicare più tempo a interazioni individuali o di gruppo e offrire un feedback formativo di qualità (Shaw, 2019).

Tra le metodologie attive, i laboratori di matematica rappresentano uno strumento particolarmente efficace per coinvolgere direttamente gli studenti. D'Amore (1999) evidenzia come questi spazi di sperimentazione permettano agli studenti di formulare idee, costruire significati e sviluppare competenze. Il laboratorio diventa un "luogo" (anche inteso in senso metaforico) in cui «mettere in moto e orchestrare le proprie risorse interne, cognitive, affettive, volitive e utilizzare le risorse esterne in modo coerente e fecondo» (Pellerey, 2004, p. 12). Attraverso situazioni problematiche esplorative, i laboratori stimolano la motivazione degli studenti, migliorando l'efficacia dell'apprendimento (Bonaiuti, 2014).

Nell'educazione matematica alla scuola primaria, le strategie di apprendimento attivo comprendono una varietà di pratiche che favoriscono il ragionamento e la risoluzione di problemi. Compiti con diversi punti di ingresso o strategie di soluzione, analisi di esempi e controesempi, e valutazione di molteplici strategie sono strumenti didattici fondamentali (Litster et al., 2020). Tali attività incoraggiano il pensiero critico e creativo, spingendo gli studenti a esplorare possibilità diverse e a trovare soluzioni innovative. Un altro elemento chiave è la promozione di un discorso matematico significativo, sia in discussioni di classe che in piccoli gruppi. Questo approccio permette agli studenti di condividere idee, riflettere sul pensiero altrui e costruire collettivamente conoscenza matematica, migliorando al contempo le loro abilità comunicative e sociali (Di Martino, 2017). Inoltre, l'enfasi sul problem solving e sull'argomentazione arricchisce la formazione degli studenti e fornisce agli insegnanti strumenti per individuare e affrontare eventuali difficoltà.

2.2 L'importanza del problem solving nella costruzione del pensiero matematico

Secondo le Indicazioni Nazionali per il curriculum della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione (Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca [MIUR], 2012, in seguito denominate Indica-

zioni Nazionali), la costruzione del pensiero matematico è un processo lungo e progressivo, che coinvolge l'intreccio dinamico di concetti, abilità, competenze e atteggiamenti. Come sottolineato dalla ricerca e si ritrova specificato, ad esempio, in Aldon (2021), l'apprendimento della matematica, che implica la manipolazione dell'astratto, dei simboli e della logica, può essere efficacemente guidato attraverso la risoluzione di problemi, permettendo agli studenti di esplorare attivamente la disciplina. Lo sviluppo delle abilità di problem solving, dunque, emerge come un elemento centrale nella didattica della matematica. L'integrazione del modello di Polya (1973) con le categorie comportamentali di Schoenfeld (1985) fornisce un quadro di riferimento efficace per promuovere il pensiero critico e il ragionamento logico degli studenti. Polya definisce un modello in quattro fasi: comprendere il problema, ideare un piano, eseguire il piano e rivedere il processo e il risultato. Questo approccio guida gli studenti attraverso un percorso strutturato che favorisce l'elaborazione di strategie e una riflessione critica nella risoluzione di problemi complessi.

L'efficacia di questo modello è ulteriormente amplificata dall'integrazione delle categorie di Schoenfeld (1985), tra cui risorse, euristiche, controllo e sistemi di credenze. In particolare, il controllo, inteso come monitoraggio e adattamento delle strategie, migliora la metacognizione, un aspetto cruciale per affrontare problemi complessi. Thiangthung (2016) conferma che l'adozione combinata dei modelli di Polya e Schoenfeld non solo potenzia le competenze matematiche, ma favorisce anche un atteggiamento positivo verso la risoluzione dei problemi. I risultati del suo studio, in particolare, mostrano che l'80% degli studenti del campione preso in esame ha superato i test sommativi e oltre il 90% ha applicato con successo le prime tre fasi del modello di Polya, evidenziando come questi approcci strutturati rafforzino le capacità tecniche e la fiducia degli studenti, promuovendo un apprendimento matematico significativo.

Un ulteriore contributo alla comprensione del problem solving è offerto dal modello cognitivo di Lucangeli e colleghi (1998), che identifica cinque componenti principali: *comprensione del testo*, *rappresentazione*, *categorizzazione*, *pianificazione* e *autovalutazione*. La *comprensione del testo* costituisce il punto di partenza, consentendo di identificare e organizzare le informazioni quantitative e le relazioni rilevanti. Un ruolo essenziale nella comprensione dei problemi matematici espressi attraverso il testo è rivestito dalla lettura: come evidenziano Demartini e Sbaragli (2019), l'uso della lettura intensiva, combinato con l'analisi delle fasi di risoluzione dei problemi e l'adattamento delle modalità di lettura al tipo e scopo del testo, costituisce una pratica didattica fondamentale per migliorare sia l'insegnamento che l'apprendimento della matematica. La *rappresentazione* traduce le informazioni estrapolate dalla lettura in schemi o diagrammi che facilitano l'elaborazione visiva e simbolica. La *categorizzazione*, come evidenziato da Lucangeli e Cornoldi (1995), permette di riconoscere la struttura profonda del problema, indipendentemente dagli aspetti superficiali, mentre la *pianificazione* stabilisce le fasi necessarie per raggiungere la soluzione. Infine, l'*autovalutazione* incoraggia una riflessione critica sull'intero processo, promuovendo lo sviluppo metacognitivo.

Questi modelli teorici trovano conferma nella letteratura internazionale, che riconosce il problem solving come una strategia chiave per sviluppare il pensiero matematico e le competenze analitiche (Santos-Trigo & Gooya, 2015). Quando integrati in approcci didattici ben strutturati, consentono di potenziare le capacità critiche necessarie per affrontare problemi complessi. Inoltre, un approccio basato sul problem solving non solo stimola la formulazione di strategie, ma incoraggia anche gli studenti a formulare congetture, testare ipotesi e lavorare in gruppo, rafforzando abilità collaborative e sociali fondamentali.

2.3 Tecnologie e apprendimento attivo nella matematica

L'integrazione della tecnologia nell'apprendimento attivo in matematica ha aperto nuove prospettive per l'educazione nella scuola primaria. Bass (2006) ha evidenziato cinque aree chiave dell'insegnamento matematico supportate dalla tecnologia, tra cui la creazione di grafici, il tracciamento degli errori e la facilitazione dell'interazione tra studenti e insegnanti. Gli strumenti digitali hanno dimostrato

di migliorare i risultati di apprendimento nell'educazione matematica (Hillmayr et al., 2020), fornendo opportunità per un apprendimento attivo ed efficace che prepara gli studenti per la vita e il lavoro futuri (Muranov et al., 2023). Inoltre, la tecnologia può influenzare positivamente le convinzioni e le emozioni degli studenti (Albano & Ferrari, 2008), offrendo opportunità uniche per l'apprendimento personalizzato e flessibile (Ferrari, 2011). Tuttavia, è fondamentale che gli insegnanti ricevano una formazione adeguata sull'integrazione efficace di questi strumenti nelle loro pratiche didattiche (Hillmayr et al., 2020).

Nell'uso delle tecnologie nella didattica della matematica, è utile distinguere tra strumenti tecnologici orientati all'apprendimento e strumenti tecnologici ad uso generale. Come affermato da Chauhan (2017), le tecnologie orientate all'apprendimento sono progettate appositamente per raggiungere obiettivi educativi, mentre le applicazioni ad uso generale – come, ad esempio, Microsoft Excel e PowerPoint – si riferiscono a quelle applicazioni tecnologiche che non sono state progettate specificamente per scopi didattici.

Nei due paragrafi seguenti approfondiremo l'una e l'altra categoria di strumenti tecnologici. Conoscere le singole caratteristiche permette di sviluppare strategie didattiche più mirate ed efficaci, ottimizzando le risorse disponibili e offrendo maggiori opportunità di apprendimento per gli studenti.

2.3.1 Strumenti digitali orientati allo sviluppo delle competenze geometriche

Gli strumenti tecnologici orientati all'apprendimento, di tipo quindi specialistico, come i *computer algebra system* (CAS) e altri strumenti dinamici e grafici, essendo progettati per applicazioni matematiche particolari, offrono funzioni avanzate per la risoluzione di problemi complessi e l'esplorazione di concetti matematici in profondità, fornendo interazione diretta e feedback immediato allo studente. In questo contesto si inseriscono gli strumenti digitali interattivi, ossia programmi informatici (software tradizionali o app per dispositivi mobili) specificamente progettati per consentire agli utenti di interagire direttamente con il contenuto, fornendo comandi, input e ricevendo feedback in tempo reale. Tra gli strumenti tecnologici specialistici, in particolare tra quelli digitali interattivi, gli Ambienti di Geometria Dinamica (AGD) giocano un ruolo cruciale nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica. Gli AGD facilitano la manipolazione delle figure geometriche e la formulazione e verifica di congetture. Studi come quello di Miragliotta et al. (2017) hanno dimostrato che gli AGD possono sia alleggerire sia potenziare la memoria di lavoro visuo-spaziale, mostrandosi come strumenti preziosi soprattutto per gli studenti con Disturbi Specifici di Apprendimento (DSA). Robotti e Bionaz (2016) hanno approfondito questo aspetto, evidenziando come l'AGD di GeoGebra possa fungere da strumento compensativo per le difficoltà prassiche, supportando la percezione visiva e la pianificazione nella soluzione dei problemi. GeoGebra e strumenti simili, come evidenziato da Crompton e colleghi (2018), migliorano l'insegnamento della geometria permettendo agli studenti di visualizzare e interagire con modelli matematici. Questi strumenti hanno portato a un cambio di paradigma: da un insegnamento centrato sull'uso dei computer per risolvere problemi matematici, a un ambiente che attiva e sviluppa il pensiero matematico degli studenti. Questa transizione si inserisce nel contesto del costruzionismo, teoria dell'apprendimento sviluppata da Papert (1980), che enfatizza l'importanza di creare ambienti di apprendimento che stimolano gli studenti a costruire attivamente la loro conoscenza attraverso l'interazione con la tecnologia e, più in generale, con "artefatti cognitivi".

Per massimizzare le potenzialità degli AGD, è essenziale avere obiettivi di apprendimento chiari e una progettazione didattica accurata. Come sottolineato da Baccaglini-Frank e colleghi (2017), la flessibilità del software richiede agli educatori di definire in modo specifico gli obiettivi e i traguardi di apprendimento delle attività che ne fanno uso. GeoGebra, in particolare, è un software di geometria dinamica che supporta l'esplorazione di vari ambiti della matematica, dalla geometria all'algebra, fornendo strumenti per la rappresentazione grafica, la geometria interattiva, il calcolo algebrico e la programmazione. Inoltre, il software offre possibilità di condivisione e collaborazione. In questo senso, le risorse messe a disposizione da GeoGebra consentono di realizzare attività didattiche del tutto

coerenti con le Indicazioni Nazionali (MIUR, 2012).

Le Raccomandazioni del consiglio sulle competenze chiave per l'apprendimento permanente (Consiglio dell'Unione Europea, 2018) inoltre enfatizzano l'importanza della competenza digitale, sottolineando la necessità per gli individui di comprendere i principi generali e il funzionamento di vari dispositivi e software. In questo contesto, GeoGebra emerge come uno strumento versatile che arricchisce il panorama didattico contribuendo alla formazione delle competenze digitali degli studenti.

2.3.2 Strumenti digitali ad uso generale nella promozione del problem solving matematico

Le applicazioni ad uso generale, sebbene non progettate specificamente per la matematica, offrono una vasta gamma di possibilità per creare contenuti educativi, esercizi interattivi e presentazioni didattiche, contribuendo così a un approccio più dinamico e partecipativo all'apprendimento.

Nell'educazione primaria, l'uso di dispositivi hardware come tablet e computer, in combinazione con software e applicazioni ad uso generale, favorisce l'apprendimento attivo della matematica grazie alla loro flessibilità e accessibilità. Peria (2013) ha evidenziato che l'introduzione dei tablet nelle aule scolastiche offre vantaggi significativi, tra cui la possibilità di personalizzare i percorsi di apprendimento e promuovere l'interazione con contenuti didattici attraverso un'interfaccia intuitiva e tattile. Questo approccio supporta l'apprendimento individualizzato, particolarmente utile in contesti eterogenei, dove le esigenze degli studenti possono variare considerevolmente.

Tra gli strumenti digitali ad uso generale, un ruolo cruciale è svolto dalle *connected classroom technology*, che facilitano il monitoraggio in tempo reale del lavoro e dei progressi degli studenti. Come sottolineato da Shirley e Irving (2015), questi sistemi non solo consentono agli insegnanti di adattare immediatamente le loro strategie didattiche alle necessità degli studenti, ma favoriscono anche un'interazione più ricca e significativa sia tra studenti e insegnanti sia tra gli studenti stessi. Inoltre, l'uso condiviso di risorse digitali stimola la collaborazione, un elemento chiave per il problem solving matematico, rendendo l'ambiente di apprendimento più inclusivo e partecipativo.

In questo panorama, le applicazioni per la creazione di contenuti multimediali e interattivi rappresentano un complemento fondamentale, offrendo versatilità nella produzione di materiali didattici che arricchiscono l'esperienza educativa. Strumenti come Genially consentono di sviluppare presentazioni dinamiche, quiz interattivi e giochi educativi, stimolando l'impegno degli studenti e rendendo più coinvolgente l'apprendimento della matematica nella scuola primaria. Come evidenziato da Jiménez e colleghi (2020), l'integrazione di escape room digitali con Genially ha dimostrato di migliorare conoscenze, motivazione e abilità collaborative tra gli studenti.

Secondo Corte-Rojas e Enciso (2023), Genially permette a insegnanti e studenti di lavorare con risorse interattive che vivacizzano il processo di insegnamento-apprendimento. Questo, combinato con strategie attive e innovative, crea ambienti di apprendimento dinamici, critici e riflessivi, contribuendo a rafforzare i legami tra insegnanti e studenti, migliorando l'interesse per la materia e il rendimento accademico. Queste applicazioni segnano un passaggio verso una gamma più ampia di strumenti digitali interattivi, che includono giochi educativi, strumenti didattici avanzati e metodologie di apprendimento basate su problemi. Tali strumenti sono particolarmente efficaci nel coinvolgere gli studenti di scuola primaria nell'apprendimento della matematica attraverso attività di problem solving, combinando interattività ed elementi ludici. Un'applicazione come Genially può potenziare significativamente la risoluzione di problemi matematici offrendo diverse funzionalità utili. Ad esempio, permette di scomporre un problema complesso in sotto-problemi più gestibili, facilitando la comprensione passo dopo passo. Inoltre, Genially consente di fornire feedback immediati e suggerimenti in ogni fase del processo risolutivo, aiutando gli studenti a procedere nella loro indagine con maggiore sicurezza e autonomia. Questo approccio non solo migliora le competenze matematiche degli studenti, ma promuove anche lo sviluppo di abilità di pensiero critico e risoluzione di problemi, fondamentali per il loro successo accademico futuro.

2.4 Valutazione del potenziale degli strumenti digitali nell'educazione matematica

Bray e Tangney (2017) sottolineano la necessità di ulteriori ricerche per valutare il potenziale degli strumenti digitali nell'educazione matematica. In particolare, gli autori evidenziano l'importanza di condurre studi più approfonditi e pratici che possano colmare il divario tra il potenziale teorico della tecnologia educativa e la sua effettiva implementazione in classe. Attraverso l'adozione di metodologie rigorose e la quantificazione degli effetti, è possibile confrontare i risultati tra diversi studi e contesti, fornendo evidenze solide e generalizzabili per informare la pratica educativa e le decisioni politiche.

Per realizzare una valutazione accurata e comprensiva dell'impatto degli strumenti digitali nell'educazione matematica, la ricerca quantitativa offre strumenti statistici che, tramite misure standardizzate dell'efficacia degli interventi, consentono di comparare i risultati tra diversi studi e di interpretare in modo pratico l'entità dei cambiamenti prodotti. Una di queste misure è l'effetto dimensionale (*effect size*), una statistica utilizzata per quantificare l'entità di una differenza o relazione, indipendentemente dalla dimensione del campione.

Tra le misure di *effect size* più comuni vi è la *d* di Cohen (Cohen, 2013), che esprime la differenza tra due medie in termini di deviazioni standard.² È importante notare che il già citato Chauhan (2017) ha utilizzato proprio la *d* di Cohen nel suo studio meta-analitico per quantificare l'impatto degli strumenti digitali sull'apprendimento matematico nella scuola primaria. Valori della *d* pari a 0,2, 0,5 e 0,8 indicano rispettivamente effetti piccoli, medi e grandi, sebbene questi valori possano variare in base al contesto di studio. Nel suo studio, Chauhan conclude che l'impatto delle tecnologie sull'apprendimento in matematica per gli studenti di scuola primaria è di entità *moderata*, con un effetto medio (*d* di Cohen = 0,546). Questo valore indica un miglioramento significativo ma non eccessivo, in linea con la classificazione di Cohen (2013), secondo cui un effetto medio rappresenta un cambiamento apprezzabile, ma non radicale, nelle performance. In particolare, il risultato è influenzato da variabili moderatrici come la durata delle attività, il tipo di applicazione tecnologica e l'ambiente di apprendimento, che condizionano l'efficacia complessiva dell'intervento.

Chauhan, inoltre, evidenzia che gli strumenti tecnologici specialistici, progettati specificamente per scopi educativi, risultano particolarmente efficaci nei contesti in cui il loro utilizzo è mirato a sviluppare competenze specifiche. Nel caso delle applicazioni orientate all'apprendimento, come piattaforme dedicate e software educativi, l'effetto medio è stato superiore (*d* = 0,565) rispetto a quello delle applicazioni generiche (*d* = 0,488), suggerendo che la progettazione mirata consente un miglioramento significativo delle performance degli studenti. Tuttavia, le applicazioni generiche, sebbene offrano maggiore versatilità e accessibilità, necessitano di una progettazione didattica più accurata per adattarle ai bisogni formativi e per massimizzare l'impatto sull'apprendimento. Questi risultati sottolineano l'importanza di integrare gli strumenti tecnologici in modo consapevole e strategico all'interno della didattica.

L'*effect size* è fondamentale perché permette di confrontare direttamente i risultati di studi diversi, fornendo una misura della rilevanza pratica dei risultati e supportando la sintesi delle evidenze in meta-analisi. Hattie (2012), sviluppando un metodo per sintetizzare gli effetti in diverse meta-analisi in base alla loro dimensione (misurata tramite la *d* di Cohen), ha classificato 138 diverse tipologie di effetti sui risultati dell'apprendimento. In particolare, l'autore ha rilevato che la dimensione dell'effetto medio degli interventi studiati era pari a 0,40 e, conseguentemente, ha proposto di valutare il successo degli effetti rispetto a questo punto critico. Nel contesto di questo articolo, risultati particolarmente rilevanti emersi dallo studio di Hattie includono l'uso della tecnologia con studenti delle scuole elementari (*d* = 0,44), l'uso della tecnologia nell'insegnamento della matematica (*d* = 0,33) e l'uso di materiali manipolativi in matematica (*d* = 0,30). Sebbene solo il primo risultato possa essere

2. Altre misure di *effect size* sono la *g* di Hedge (Hedge & Olkin, 1985) e il coefficiente di correlazione *r* di Pearson.

considerato efficace secondo la soglia stabilita da Hattie, è importante notare che, dal punto di vista statistico, tutti e tre i valori riportati della d indicano un effetto dimensionale medio. Pertanto, pur variando in intensità, tutti e tre i risultati possono avere implicazioni pratiche significative a seconda del contesto specifico e delle circostanze educative.

3 Obiettivi e domande di ricerca

Come sottolineato nei paragrafi precedenti, l'apprendimento basato su problemi con materiali manipolativi e in ambienti digitali interattivi promuove un approccio attivo all'apprendimento, permettendo agli studenti di esplorare concretamente i concetti matematici. La sinergia di strumenti come GeoGebra e Genially può creare un ambiente di apprendimento stimolante, dove gli studenti possono immergersi in esperienze educative che favoriscono la creatività, la riflessione critica e una comprensione approfondita dei concetti matematici.

Questo articolo esplora l'impiego di strumenti digitali nell'insegnamento della matematica alla scuola primaria attraverso due studi distinti: il primo indaga l'uso di attività didattiche create con GeoGebra per potenziare competenze geometriche, mentre il secondo l'uso di contenuti interattivi creati con Genially per potenziare il problem solving matematico. Inoltre, con l'obiettivo di promuovere un apprendimento attivo nella matematica, l'utilizzo dei due strumenti digitali, GeoGebra e Genially, è stato integrato in attività didattiche progettate per entrambi gli studi. Queste attività miravano a permettere agli studenti di lavorare insieme, scambiarsi idee e apprendere attraverso l'esperienza diretta e l'interazione con i propri compagni e con i software.

La presentazione congiunta dei due studi mira, pertanto, a offrire una comprensione più completa dell'uso degli strumenti digitali nell'educazione matematica analizzando sia le performance specifiche pre- e post-intervento sia la correlazione di tali prestazioni con le competenze specifiche degli studenti misurate prima dell'intervento sperimentale. Questo approccio consente di evidenziare se e come diversi strumenti possano contribuire all'incremento delle competenze matematiche, sottolineando l'importanza di considerare un'integrazione olistica delle tecnologie didattiche nel curriculum matematico.

In particolare, sono state definite le due seguenti domande di ricerca.

[RQ1] Valutazione dell'effetto dell'intervento didattico con l'uso di GeoGebra sulle competenze geometriche. In che modo un intervento didattico strutturato, che integra l'uso di GeoGebra in un contesto di apprendimento attivo della matematica, influisce sulle competenze geometriche degli studenti di scuola primaria? Nel dettaglio, si è puntato a rispondere alle seguenti domande di ricerca:

- **[RQ1.a]** Come variano le prestazioni degli studenti in test specifici di geometria prima e dopo l'intervento?
- **[RQ1.b]** Esiste una correlazione tra il cambiamento nelle prestazioni degli studenti e i loro livelli iniziali di competenza geometrica?

[RQ2] Valutazione dell'effetto dell'intervento didattico con l'uso di Genially sulle competenze di problem solving matematico. In che modo un intervento didattico strutturato, che integra l'uso di Genially in un contesto di apprendimento attivo della matematica, incide sulle competenze di problem solving matematico degli studenti di scuola primaria? Nel dettaglio, si è puntato a rispondere alle seguenti domande di ricerca:

- **[RQ2.a]** Quali sono i cambiamenti nelle prestazioni degli studenti in test specifici di problem solving matematico prima e dopo l'intervento?
- **[RQ2.b]** È possibile identificare una correlazione tra il cambiamento nelle prestazioni degli studenti e i loro livelli iniziali di competenza in problem solving matematico?

Ciascuna domanda di ricerca mira a fornire un'analisi dettagliata e olistica dell'effetto degli strumenti didattici digitali su queste due diverse aree dell'apprendimento matematico, puntando ad approfondire la comprensione del ruolo che queste tecnologie possono svolgere nell'educazione matematica alla scuola primaria.

Le prove di studio pre- e post-implementazione, insieme ai test specifici di valutazione delle competenze, forniscono un mezzo efficace per quantificare l'impatto dell'utilizzo di questi strumenti digitali sul potenziamento delle competenze specifiche. L'analisi dei punteggi derivati da questi test fornisce non solo una misura quantitativa del progresso degli studenti, ma anche una comprensione più profonda delle aree specifiche in cui gli strumenti digitali hanno maggior impatto. Correlare i risultati delle prove di studio con i test di valutazione delle competenze permette di tracciare un legame diretto tra l'uso degli strumenti didattici digitali e il miglioramento effettivo nelle abilità matematiche degli studenti.

4 Metodologia

Le due sperimentazioni condotte rientrano nella categoria della ricerca empirico-sperimentale, con l'obiettivo di valutare in modo sistematico e controllato gli effetti di specifici interventi didattici. È importante sottolineare che entrambi gli studi adottano un disegno quasi-sperimentale, in quanto i campioni non sono stati selezionati attraverso metodi probabilistici. Questo approccio è frequentemente adottato in ambiti di studio educativo e psicologico e, più in generale, nel contesto delle scienze sociali (Shadish et al., 2002).

Il cuore di questa ricerca è una co-progettazione attenta tra ricercatori e insegnanti, che si focalizza sull'analisi delle attività svolte in due classi, una quinta (studio 1) e una quarta (studio 2), in due diverse scuole primarie di Genova. In ciascuna di queste due classi è stato implementato un intervento didattico appositamente calibrato per il contesto specifico.

Nello specifico, i due studi si sono concentrati sui due gruppi sperimentali, senza il ricorso a gruppi di controllo. Ogni gruppo è stato valutato mediante una prova di studio iniziale (PS1) e una finale (PS2), svolte rispettivamente prima e dopo gli interventi didattici e valutate su una scala di punteggio da 1 (livello minimo) a 4 (livello massimo). Le prove di studio hanno permesso di misurare gli effetti degli interventi. Parallelamente, gli altri test somministrati nella fase iniziale dello studio ("Geometria Test" per la classe quinta e "Test SPM - Abilità di soluzione dei problemi matematici" per la classe quarta, come si vedrà più avanti nello specifico) sono stati utilizzati per fornire una linea di base per le competenze degli studenti prima degli interventi didattici e a supporto di un'analisi più completa e dettagliata dei risultati.

Le attività si sono svolte per entrambe le classi nell'arco di circa quattro mesi, da febbraio a maggio 2023, con dieci lezioni della durata di due ore ciascuna con cadenza settimanale. Ogni lezione è stata condotta in compresenza, con la partecipazione di almeno un ricercatore e un insegnante curricolare per classe. Dal punto di vista dell'apprendimento attivo, entrambi gli studi hanno integrato elementi essenziali della didattica attiva, come l'apprendimento collaborativo, l'interazione diretta con materiali e strumenti digitali, l'indagine e la riflessione critica, rendendo gli studenti protagonisti del loro processo di apprendimento.

Per quanto riguarda gli strumenti tecnologici, una classe ha lavorato con GeoGebra, l'altra con Genially. È importante sottolineare che le due classi non avevano mai lavorato prima né con GeoGebra né con Genially. In preparazione alle attività e alla raccolta dati, sono state ottenute le necessarie autorizzazioni dai genitori degli studenti, attraverso la firma di specifiche liberatorie. Tutti i dati raccolti sono stati poi soggetti a un processo di pseudonimizzazione, per garantire la privacy degli studenti. In questa procedura, le identità reali degli studenti sono state sostituite con codici alfa-numerici, permettendo soltanto agli insegnanti di conoscere l'identità dei partecipanti rispetto alle prove svolte e assicurando così la protezione dei dati personali e la riservatezza delle informazioni. Tutti gli strumenti somministrati agli alunni sono stati realizzati nel font "OpenDyslexicAlta" (<https://opendyslexic.org/>) per agevolare la lettura a studenti con disturbi dell'apprendimento.

Per l'analisi dei dati raccolti in entrambi gli studi, i dati sono stati trattati come parametrici. La verifica dell'assunzione di normalità è stata effettuata analizzando i valori di asimmetria e curtosi, considerati accettabili se compresi tra -3 e 3 (Blanca et al., 2013). Successivamente, è stato impiegato il test t per campioni appaiati per identificare differenze significative nei punteggi pre- e post-intervento. Inoltre, è stata condotta un'analisi correlazionale per esaminare la relazione tra i miglioramenti osservati e i livelli di competenza iniziali degli studenti, garantendo così la validità e l'affidabilità dei risultati ottenuti. I dati raccolti sono stati analizzati attraverso l'utilizzo del programma JASP (v. 0.19.0).

4.1 Studio 1: trasformazioni geometriche con GeoGebra

4.1.1 Partecipanti

Lo studio 1 è stato condotto in una classe quinta primaria di un Istituto Comprensivo nel centro di Genova, composta da 24 studenti (23 effettivamente partecipanti alla sperimentazione), con un'età compresa tra i 10 e gli 11 anni. Il gruppo include 9 femmine e 15 maschi, tra i quali due alunni con disturbi specifici dell'apprendimento e due studenti con disabilità, uno con disturbo dello spettro autistico ad alto funzionamento e l'altro con disabilità intellettiva. In classe, durante la sperimentazione, oltre all'insegnante curricolare e al ricercatore, era presente un insegnante di sostegno o un'operatrice socio-educativa. L'ambiente di apprendimento era caratterizzato da un clima disteso e positivo, con frequenti attività di gruppo che favorivano la cooperazione e il confronto tra gli studenti. L'aula, ampia e ben attrezzata con due PC, una LIM e un monitor grande, oltre a un laboratorio informatico separato, supportava l'integrazione di una didattica digitale. L'intervento didattico sperimentale era in linea con l'offerta formativa dell'istituto, che enfatizza l'uso responsabile dei mezzi di comunicazione virtuale e lo sviluppo di competenze digitali.

4.1.2 Strumenti di raccolta dati

Per misurare le competenze geometriche degli studenti è stato usato il "Geometria Test" (Mammarella et al., 2012). Suddiviso in sezioni su conoscenze geometriche, problemi geometrici e abilità visuo-spaziali, il test valuta aspetti come lessico, proprietà delle figure, formule geometriche e ragionamento produttivo. Questo test richiede dai 70 ai 90 minuti per essere completato.

Per valutare i progressi degli studenti rispetto agli apprendimenti disciplinari, sono state utilizzate due prove di studio, PS1 ([Allegato 1](#)) e PS2 ([Allegato 2](#)). Le prove sono state progettate *ad hoc* per garantire una struttura uniforme, assicurare lo stesso aspetto grafico, e mantenere coerenza nella formulazione delle richieste. Al fine di fornire un esempio esplicito si riporta il quarto quesito di entrambe le prove (Figura 1 e Figura 2).

Un bambino vuole creare un mosaico con delle tessere a forma di rombo, posiziona la prima tessera ha calcolato di dover sistemare la seconda seguendo il vettore DE. Disegna la seconda tessera nella posizione corretta.

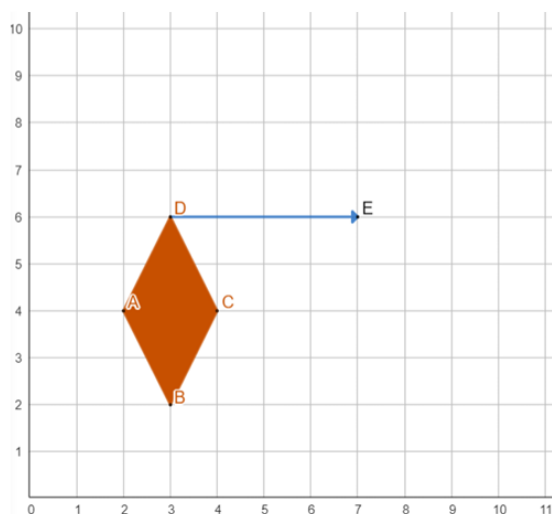


Figura 1. Quesito 4 PS1 – Studio 1.

Un piastrellista lavora su un pavimento, con delle piastrelle bianche e nere, tra una piastrella nera e l'altra deve lasciare lo spazio per una bianca, ha calcolato che le piastrelle nere devono essere spostate del vettore EF. Disegna la seconda piastrella che dovrà posizionare.

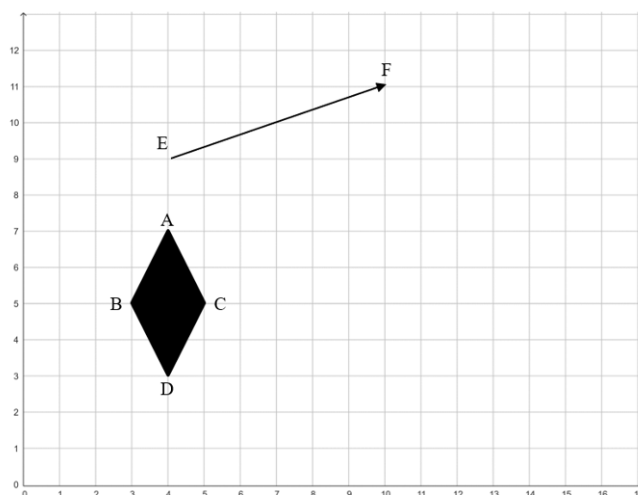


Figura 2. Quesito 4 PS2 – Studio 1.

Come si evince dalle figure (Figura 1 e Figura 2), i due quesiti condividono diverse caratteristiche strutturali e tematiche: in particolare, entrambi richiedono di effettuare la traslazione di un rombo all'interno del primo quadrante del piano cartesiano. I due disegni risultano molto simili dal punto di vista grafico e forniscono le medesime informazioni iniziali per poter svolgere il compito. La differenza tra le due rappresentazioni è data dall'inclinazione dei vettori, nel quesito relativo alla PS1 (Figura 1) il vettore rappresentato risulta parallelo all'asse x , richiedendo uno spostamento diretto e lineare. Nel quesito relativo alla PS2 (Figura 2), invece, il vettore preso in considerazione presenta sia una componente

X che una componente Y, ciò richiede quindi il corretto riconoscimento di entrambe. Inoltre, nella PS1 il vettore di traslazione è posizionato in modo che il suo punto di applicazione sia uno dei vertici del rombo (Figura 1), mentre nella PS2 il vettore non ha punti in comune con il rombo ed è l'allievo a doverne immaginare uno parallelo a quello dato per applicarlo poi ai punti della figura (Figura 2). Le valutazioni sono state progettate in linea con gli obiettivi di apprendimento predeterminati relativi alla matematica e adottano criteri di valutazione omogenei, definiti tramite le rubriche di valutazione per la scuola primaria sulla base dei seguenti obiettivi di apprendimento delineati all'interno delle Indicazioni Nazionali (MIUR, 2012, p. 51) per la classe quinta:

- «Riprodurre una figura in base a una descrizione utilizzando gli strumenti opportuni (carta a quadretti, riga e compasso, squadre, software di geometria).
- Utilizzare il piano cartesiano per localizzare i punti. [...]
- Riconoscere [e rappresentare] figure ruotate, traslate e riflesse».

4.1.3 Descrizione del design sperimentale

Il processo è stato avviato con una fase di valutazione iniziale che ha compreso la PS1 iniziale e l'impiego del "Geometria Test" per valutare le abilità geometriche degli studenti. Nella fase successiva, l'intervento ha visto l'introduzione di GeoGebra nell'insegnamento della matematica, con un'enfasi particolare sul rafforzamento delle competenze geometriche degli studenti. Il percorso di apprendimento è stato integrato nelle attività curriculari per consentire agli studenti di esplorare i concetti geometrici attraverso l'uso interattivo del software che, come già detto, non era mai stato usato dagli studenti di questa classe. Le prime tre lezioni si sono concentrate sulle trasformazioni geometriche del piano, affrontando rispettivamente la simmetria assiale, la traslazione e la rotazione. Queste lezioni sono state strutturate con un brainstorming iniziale per attivare le preconoscenze degli studenti, seguito da un'esposizione multimediale tramite PowerPoint sulla LIM, dove sono stati mostrati video e immagini costruiti con GeoGebra. In queste sessioni, gli studenti hanno lavorato a coppie per eseguire disegni di figure soggette a trasformazioni geometriche, sfruttando sia i loro quaderni (si veda un esempio in Figura 3) sia la LIM, sotto la supervisione dell'insegnante.

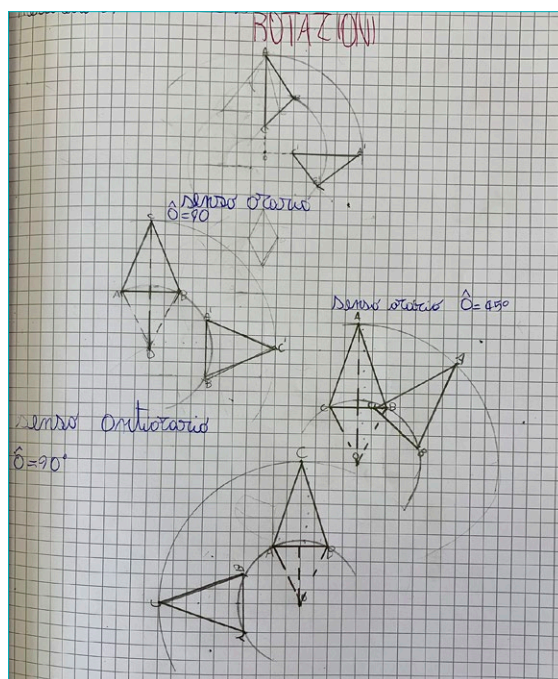


Figura 3. Esecuzione delle rotazioni sul quaderno.

Successivamente, gli studenti hanno partecipato a un'attività laboratoriale di *cooperative learning*, dove hanno lavorato in gruppi creati secondo il criterio di eterogeneità per quanto riguarda il genere, il livello di prestazione evidenziato dai pre-test e sulla base di osservazioni relative alle dinamiche relazionali tra gli studenti. Lo scopo dell'attività era quello di eseguire le trasformazioni geometriche tramite materiali fisici, ovvero forme geometriche su cartoncini e un cartellone plastificato come rappresentazione del piano cartesiano (Figura 4). Tale predisposizione del materiale ha permesso agli alunni di procedere per prove ed errori, dando loro la possibilità di correggere in qualsiasi momento ciò che avevano disegnato e riprovare con un nuovo tentativo. Quando gli alunni erano soddisfatti delle trasformazioni che avevano effettuato hanno segnato sui quaderni le coordinate cartesiane dei vertici delle figure individuate. Questa attività ha permesso loro di esplorare concretamente i concetti geometrici, favorendo al contempo lo scambio e il confronto tra gli alunni.

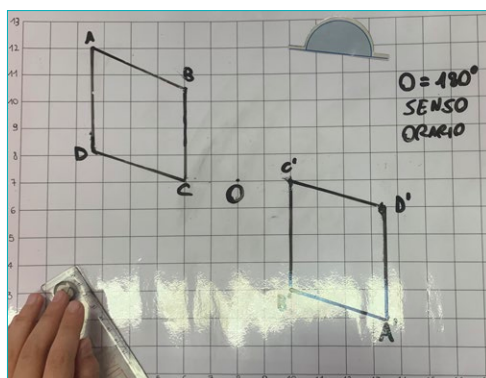


Figura 4. Rotazione di 180° in senso orario di un rombo rispetto al punto O.

Le tre lezioni successive hanno visto gli studenti impegnati nell'uso di GeoGebra. Divisi in gruppi, hanno prima familiarizzato con il software esplorando le sue funzioni e strumenti. In seguito, hanno eseguito varie trasformazioni geometriche sul PC (un esempio in Figura 5), iniziando con attività guidate e passando poi a esercizi più liberi e creativi. Nello specifico, gli alunni si sono confrontati con i comandi di "simmetria assiale", "traslazione" e "rotazione" al fine di compiere le trasformazioni del piano, in particolare il software ha permesso di sperimentare la funzione di "trascinamento dei punti". Queste sessioni hanno dato modo agli studenti di osservare visivamente le regole delle trasformazioni geometriche e di acquisire una maggior dimestichezza con il software utilizzato. L'ultima lezione svolta mediante l'impiego di GeoGebra ha permesso di verificare le "ipotesi di trasformazioni" effettuate dagli alunni durante l'attività laboratoriale con il piano cartesiano plastificato, riprendendo quindi le coordinate dei punti segnate sui quaderni; ciò ha favorito ulteriori momenti di confronto e di ragionamento sull'argomento affrontato.

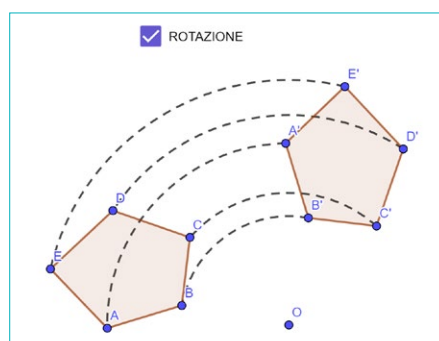


Figura 5. Attività GeoGebra – Rotazione.

I due incontri finali sono stati dedicati a un ulteriore approfondimento delle conoscenze acquisite e alla valutazione finale, inclusa la verifica sommativa delle loro competenze geometriche (PS2) per valutare l'efficacia dell'intervento rispetto al miglioramento delle competenze geometriche degli studenti a seguito dell'intero percorso proposto con l'uso di GeoGebra.

4.2 Studio 2: problem solving con Genially

4.2.1 Partecipanti

Lo studio 2 è stato condotto in una classe quarta primaria di un Istituto Comprensivo situato vicino al centro di Genova, in una posizione che copre un ampio bacino di popolazione. La scuola è ben attrezzata con tecnologie moderne, con ogni aula dotata di LIM e computer collegati. La classe è composta da 19 studenti (13 maschi e 6 femmine), di età compresa tra i 9 e i 10 anni, e presenta una notevole eterogeneità sia culturale che di apprendimento. In particolare, vi sono dieci alunni stranieri di seconda generazione e un alunno arrivato dal Perù ad anno scolastico avviato, oltre a tre studenti tutelati dalla legge 104³ e tre studenti con BES per disagi socioeconomici, emotivi e familiari.

La classe è seguita, oltre che dal docente titolare di matematica, anche da una docente di ambito umanistico e da un'insegnante di sostegno. Durante le ore di sperimentazione, insieme al ricercatore, erano sempre presenti sia l'insegnante di classe di matematica che l'insegnante di sostegno. Nell'analisi preliminare del contesto di sperimentazione, si è osservato che l'attenzione degli studenti era generalmente più alta nelle prime ore del mattino e tendeva a calare nella seconda parte della giornata. Per massimizzare l'efficacia dell'esperienza di apprendimento, le attività sperimentali sono state quindi programmate dalle 8 alle 10 del mattino.

4.2.2 Strumenti di raccolta dati

Il "Test SPM - Abilità di soluzione dei problemi matematici" (Lucangeli et al., 1998) è stato impiegato per valutare le abilità di problem solving pregresse degli studenti della classe quarta. Composto da una serie di problemi matematici, il test misura competenze come comprensione, rappresentazione, categorizzazione, pianificazione, esecuzione dei calcoli e autovalutazione, offrendo quattro tipi di risposte: irrilevante, errata, parziale e corretta. In particolare, nella letteratura relativa alla risoluzione di problemi matematici, si definisce la capacità di categorizzazione come l'abilità di identificare problemi risolvibili mediante approcci simili come appartenenti alla medesima "categoria" (Lucangeli et al., 1998). La capacità di categorizzazione emerge come un elemento cruciale nella predizione dell'abilità di risoluzione di problemi (Lucangeli & Cornoldi, 1995). Studi precedenti come quello di Usai et al. (2018) e Gratani et al. (2021) hanno sottolineato l'utilità del Test SPM nella valutazione delle abilità di problem solving. Analogamente, Babazadeh e Frigerio (2021) hanno utilizzato questo test per valutare l'impatto delle escape room sulle competenze di problem solving.

Eguale a quanto avvenuto per lo studio 1, le prove di studio PS1 ([Allegato 3](#)) e PS2 ([Allegato 4](#)) sono state impiegate per misurare i risultati di apprendimento. In particolare, le due prove di studio sono state progettate *ad hoc* in linea con gli obiettivi di apprendimento predeterminati relativi alla matematica e adottano criteri di valutazione omogenei. Nella progettazione delle prove PS1 e PS2 è stato adottato un approccio strutturato, ispirato alla raccomandazione di Thiangthung (2016), secondo cui strutture ben definite rafforzano sia le capacità tecniche che la fiducia degli studenti, favorendo un apprendimento significativo. Per la PS2, è stato implementato il modello proposto da Lucangeli e colleghi (1998), che guida gli studenti nel problem solving matematico attraverso un processo graduale e sistematico, dalla comprensione del testo all'autovalutazione. Tuttavia, le prove sono state concepite in modo flessibile, consentendo agli studenti di completare esclusivamente le

3. La Legge 104/1992, nota come "Legge-quadro per l'assistenza, l'integrazione sociale e i diritti delle persone handicappate", è una normativa italiana che tutela i diritti delle persone con disabilità. In ambito scolastico, garantisce diritti e tutele agli studenti con disabilità, promuovendo la loro integrazione e partecipazione attiva nel contesto educativo.

sezioni necessarie per risolvere il problema. Questa scelta progettuale è stata adottata per evitare che la struttura imponesse un carico cognitivo eccessivo ad alcuni allievi, assicurando un equilibrio tra il supporto metodologico e la libertà operativa.

Si riportano in Figura 6, a titolo esemplificativo, due problemi matematici, rispettivamente tratti dalla prova iniziale adottata come pre-test (PS1) e dalla prova finale utilizzata come post-test (PS2), progettati appositamente per essere esplicitamente paragonabili. Infatti, entrambi i problemi, presentano la medesima struttura profonda (Lucangeli et al., 1998). Tuttavia, nella PS2 il livello di difficoltà è stato incrementato attraverso l'introduzione del calcolo con numeri decimali, mentre nella PS1 sono stati impiegati esclusivamente numeri interi, in linea con gli obiettivi di progressione didattica.

PS 1 - Problema 1	PS2- Problema 1
Luca invita Sara al cinema per festeggiare il suo anniversario. Entrambi comprano un biglietto per il film da 12€, ma Sara non prende il pop-corn come invece fa Luca. Il pop-corn costa 5€. Quanto sarà il costo totale per entrambi?	Marco invita Carla in pizzeria per festeggiare il suo compleanno. Entrambi ordinano una Quattro stagioni da 8,50 €, ma Carla non prende il dolce, come invece fa Marco. Il dolce costa 4,50 €. Quale sarà il conto finale della cena?

Figura 6. Confronto tra problema 1 PS1 e problema 1 PS2.

Le valutazioni delle prove di studio sono state definite tramite rubriche di valutazione create sulla base dei traguardi per lo sviluppo delle competenze da conseguire alla fine della classe quinta primaria, scelti dalle Indicazioni Nazionali (MIUR, 2012, p. 49), in particolare:

- «L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale [...]».
- Riesce a risolvere facili problemi [...]. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria».

4.2.3 Descrizione del design sperimentale

Analogamente alla classe quinta, la classe quarta ha iniziato con una valutazione preliminare, in cui la PS1 è stata usata per misurare le conoscenze e le competenze iniziali in ambito disciplinare, con focus sul mettere in relazione dati e fare previsioni, mentre il "Test SPM" è stato usato per misurare le capacità iniziali di problem solving matematico degli studenti. Nella successiva fase di intervento, Genially – che non era mai stato usato precedentemente da questa classe – è stato introdotto come strumento per la fruizione di contenuti interattivi, mirando al potenziamento delle abilità di problem solving matematico degli studenti.

La sperimentazione è iniziata con una lezione introduttiva sull'uso dei tablet, durante la quale gli studenti hanno appreso le nozioni di base per un utilizzo sicuro e corretto dei dispositivi. Questa fase preliminare è stata essenziale per garantire l'autonomia degli studenti nelle lezioni successive. Nel secondo incontro, gli studenti hanno affrontato un problema interattivo creato con Genially, scomposto in cinque componenti di base per la risoluzione dei problemi matematici, con focus sulle componenti cognitive dell'abilità di soluzione dei problemi previste dal "Test SPM" (Lucangeli et al., 1998): comprensione, rappresentazione (in formato digitale), categorizzazione, pianificazione e svolgimento del problema, e valutazione con un feedback immediato per stimolare la riflessione sugli approcci

risolutivi adottati. Inoltre, sono stati proposti esercizi individuali per esercitare la comprensione del testo dei problemi (Figura 7). In quest'ultima fase, quindi, gli alunni hanno potuto consolidare le abilità conseguite nella lezione precedente, chiarendo gli ultimi dubbi sull'uso di questo strumento.



Figura 7. Esempio di esercizio relativo alla comprensione nella quale si chiede allo studente di identificare lo stesso problema, ma espresso con parole diverse.

Le lezioni successive (terzo e quarto incontro) si sono concentrate sulla categorizzazione dei problemi, un aspetto del "Test SPM" che ha messo in evidenza maggiori difficoltà per gli studenti. Adottando l'approccio del *peer tutoring*, sono state create coppie eterogenee selezionate in base alle prestazioni rilevate dai pre-test e alle osservazioni concernenti le interazioni relazionali tra gli alunni. Gli alunni hanno così effettuato alcuni esercizi come: confronti tra problemi, l'invenzione di problemi o la comprensione di alcuni passaggi risolutivi comuni (un esempio di esercizio in Figura 8).

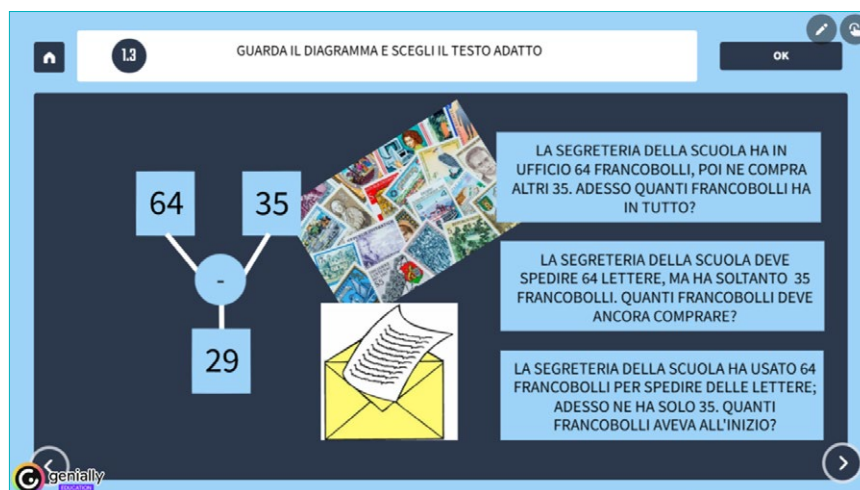


Figura 8. Esempio di esercizio relativo alla categorizzazione: partendo dal diagramma si chiede di individuare il testo corrispondente.

Nelle lezioni seguenti (quinto, sesto e settimo incontro), sono state proposte sia attività di rinforzo sulla categorizzazione (per lavorare sulla struttura profonda di un problema) sia relative alla pianificazione e alla rappresentazione. In particolare, nel settimo incontro gli studenti sono stati divisi in due

gruppi in base alle loro prestazioni nel "Test SPM", concentrandosi sul potenziamento delle abilità di rappresentazione per un gruppo e di pianificazione per l'altro (un esempio di esercizio di rappresentazione in Figura 9; un esempio di esercizio di pianificazione in Figura 10). Questo approccio ha permesso di personalizzare l'intervento didattico in base alle esigenze specifiche di ciascun gruppo.

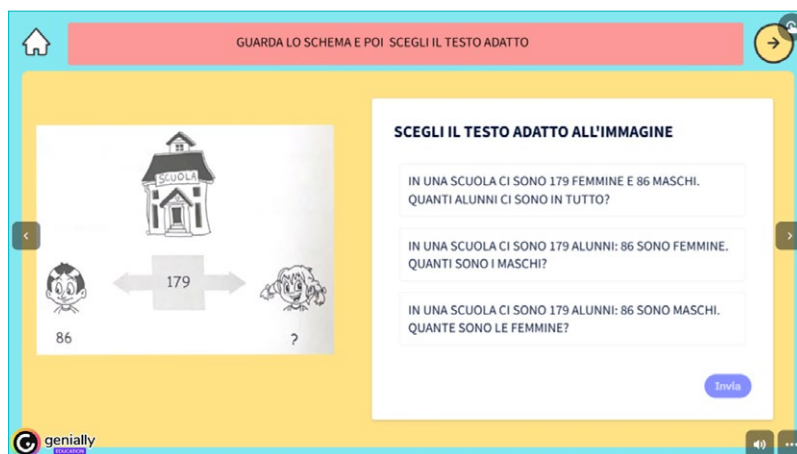


Figura 9. Esempio di esercizio relativo alla rappresentazione.

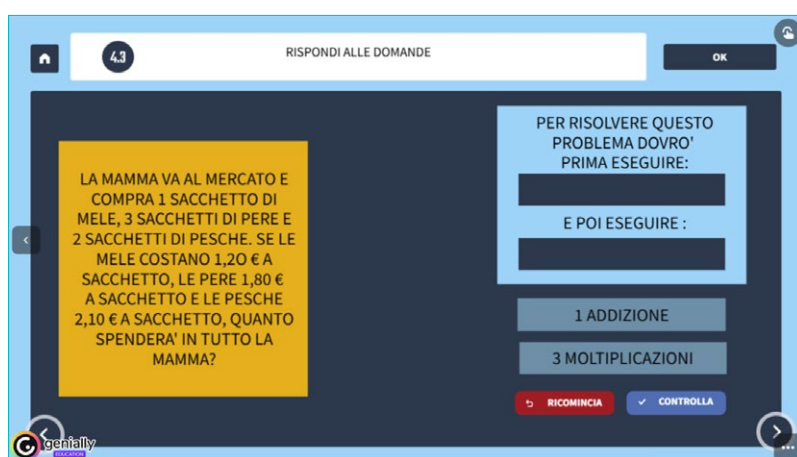


Figura 10. Esempio di esercizio relativo alla pianificazione.

Nell'ottava lezione, per favorire lo sviluppo delle abilità relative allo svolgimento, è stato presentato un problema in modalità interattiva, con un focus sull'osservazione delle autonomie acquisite dagli studenti nell'utilizzo degli strumenti tecnologici e sullo sviluppo delle competenze digitali. Inoltre, è stata richiesta la creazione individuale di problemi partendo da rappresentazioni date. La nona lezione si è concentrata sull'autovalutazione e il monitoraggio, incoraggiando gli studenti a riflettere sulle proprie strategie risolutive attraverso compiti ed esercizi che contenevano errori da identificare e correggere. Le attività sono state proposte in modalità individuale, consentendo un'attenta personalizzazione delle stesse. Ogni studente ha lavorato sulle aree più carenti per ciascuno, identificate nel pre-test e attraverso le osservazioni effettuate durante gli incontri precedenti.

L'ultimo incontro ha incluso una generale analisi e riflessione sulle diverse attività svolte nel corso del progetto e ha previsto la somministrazione della PS2 per valutare i progressi degli studenti nel problem solving matematico a seguito dell'intero percorso proposto con l'uso di Genially.

5 Risultati

5.1 Studio 1: trasformazioni geometriche con GeoGebra

In questo paragrafo sono presentati i risultati dello studio 1 relativi all'impiego di GeoGebra e al suo impatto sulle competenze geometriche degli studenti della classe quinta. L'analisi si basa sui dati raccolti dalle prove di studio condotte prima (PS1) e dopo (PS2) l'intervento didattico con GeoGebra (RQ1.a). Si esplora, inoltre, la relazione tra i risultati ottenuti e i punteggi specifici nella competenza geometrica degli studenti ("Geometria Test") (RQ1.b). Tali risultati vengono discussi nel par. 6 in relazione alle domande di ricerca. In **Tabella 1** sono riportate le statistiche descrittive dei punteggi relativi alle due prove di studio (PS1 e PS2).

	PS1	PS2
Validi	23	23
Media	3,261	3,609
Dev. St.	0,689	0,656
Asimmetria	-0,392	-1,496
Errore St. Asimmetria	0,481	0,481
Curtosi	-0,717	1,196
Errore Std. Curtosi	0,935	0,935
Minimo	2	2
Massimo	4	4

Tabella 1. Punteggi PS1 e PS2: statistiche descrittive.

In **Tabella 2** e **Tabella 3** sono riportate le distribuzioni di frequenza dei punteggi relativi alle due prove di studio (PS1 e PS2).

Livelli	Frequenze	Percentuali	Percentuali cumulative
2	3	13,044	13,044
3	11	47,826	60,870
4	9	39,130	100
Totale	23	100	

Tabella 2. Distribuzioni di frequenze PS1.

Livelli	Frequenze	Percentuali	Percentuali cumulative
2	2	8,696	8,696
3	5	21,739	30,435
4	16	69,565	100
Totale	23	100	

Tabella 3. Distribuzioni di frequenze PS2.

Il grafico in **Figura 11** mostra un aumento dei punteggi nelle competenze geometriche degli studenti da PS1 a PS2 dopo l'intervento sperimentale. Un test *t* per campioni appaiati ha indicato che c'è una differenza significativa tra i punteggi pre-intervento (PS1) e post-intervento (PS2), $t(22) = 3,425$, $p = 0,002$, $d = 0,714$. L'intervallo di confidenza al 95% per la dimensione dell'effetto (*d*) è compreso tra 0,248 e 1,167.

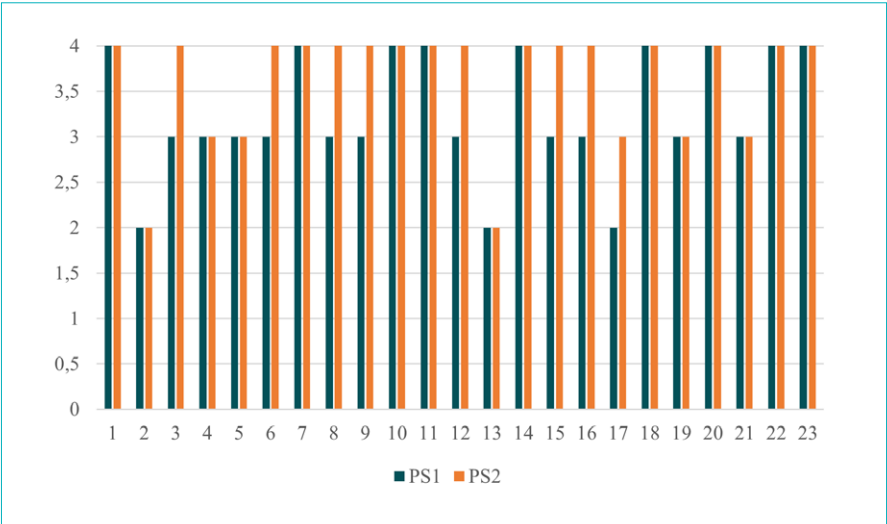


Figura 11. Confronto dei risultati PS1 e PS2.

L'analisi correlazionale esplora le relazioni tra i punteggi specifici nella competenza geometrica ottenuti dagli studenti nel "Geometria Test", e quelli ottenuti nelle due prove di studio (PS1 e PS2). La **Tabella 4** presenta numericamente queste correlazioni.

	Geometria Test	PS1	PS2
Geometria Test	1	0,654	0,587
PS1	0,654	1	0,686
PS2	0,587	0,686	1

Tabella 4. Correlazioni tra "Geometria Test", PS1 e PS2.

Il coefficiente di correlazione di 0,654 tra i punteggi del test di Geometria e PS1 indica una correlazione positiva moderata, suggerendo che una solida comprensione iniziale della geometria è associata a migliori prestazioni nella prova di studio PS1. In confronto, la correlazione di 0,587 tra il test di Geometria e PS2, sebbene ancora positiva, è leggermente inferiore, indicando che l'intervento didattico potrebbe aver avuto un ruolo maggiore nel migliorare le prestazioni in PS2. Infine, un coefficiente di correlazione di 0,686 tra PS1 e PS2 mostra una correlazione positiva moderata, riflettendo una generale consistenza nelle prestazioni degli studenti e suggerendo un impatto positivo dell'intervento didattico sulle prestazioni in PS2.

5.2 Studio 2: problem solving con Genially

In questo paragrafo, sono presentati i risultati dello studio 2 relativi all'impiego di Genially e al suo impatto sulle abilità di risoluzione dei problemi matematici degli studenti della classe quarta. L'analisi si basa sui dati raccolti dalle prove di studio condotte prima (PS1) e dopo (PS2) l'intervento didattico con Genially (RQ2.a). Si esplora, inoltre, la relazione tra i risultati ottenuti e i punteggi specifici nella abilità di soluzione dei problemi matematici degli studenti ("Test SPM") (RQ2.b).

Le analisi sono state condotte in modo speculare a quanto fatto per RQ1, tali risultati vengono poi discussi nel par. 6 in relazione alle domande di ricerca. In **Tabella 5** sono riportate le statistiche descrittive dei punteggi relativi alle due prove di studio (PS1 e PS2).

	PS1	PS2
Validi	19	19
Media	2,684	3,158
Dev. St.	0,946	0,834
Asimmetria	0,283	-0,322
Errore St. Asimmetria	0,524	0,524
Curtosi	-1,145	-1,488
Errore Std. Curtosi	1,014	1,014
Minimo	1	2
Massimo	4	4

Tabella 5. Punteggi PS1 e PS2: statistiche descrittive.

In **Tabella 6** e **Tabella 7** sono riportate le distribuzioni di frequenza dei punteggi relativi alle due prove di studio (PS1 e PS2).

Livelli	Frequenze	Percentuali	Percentuali cumulative
1	1	5,263	5,263
2	9	47,368	52,632
3	4	21,053	73,684
4	5	26,316	100
Totale	19	100	

Tabella 6. Distribuzioni di frequenze PS1.

Livelli	Frequenze	Percentuali	Percentuali cumulative
2	5	26,316	26,316
3	6	31,579	57,895
4	8	42,105	100
Totale	19	100	

Tabella 7. Distribuzioni di frequenze PS2.

Il grafico in Figura 12 mostra un aumento dei punteggi nelle abilità di soluzione dei problemi matematici degli studenti da PS1 a PS2 dopo l'intervento sperimentale. Un test t per campioni appaiati ha indicato che c'è una differenza significativa tra i punteggi pre-intervento (PS1) e post-intervento (PS2), $t(18) = 3,375$, $p = 0,003$, $d = 0,774$. L'intervallo di confidenza al 95% per la dimensione dell'effetto (d) è compreso tra 0,251 e 1,281.

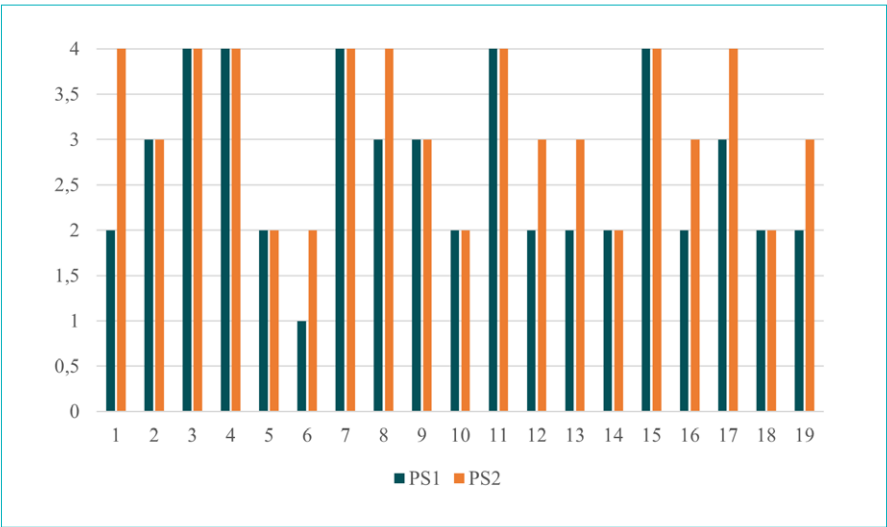


Figura 12. Confronto dei risultati PS1 e PS2.

L'analisi correlazionale esplora le relazioni tra i punteggi specifici nell'abilità di soluzione dei problemi matematici ottenuti dagli studenti nel "Test SPM" e quelli ottenuti nelle due prove di studio (PS1 e PS2). La Tabella 8 presenta numericamente queste correlazioni.

	Test SPM	PS1	PS2
Test SPM	1	0,633	0,285
PS1	0,633	1	0,783
PS2	0,285	0,783	1

Tabella 8. Correlazioni tra "Test SPM", PS1 e PS2.

L'analisi di correlazione tra i punteggi del Test SPM, PS1 e PS2 rivela tendenze interessanti. Un coefficiente di correlazione di 0,633 tra i punteggi del Test SPM e PS1 indica una correlazione positiva moderata, suggerendo che prestazioni più elevate nel Test SPM sono associate a punteggi migliori in PS1. Tuttavia, la correlazione tra il Test SPM e PS2 è notevolmente più bassa, con un coefficiente di 0,285, il che potrebbe indicare che l'intervento didattico tra PS1 e PS2 ha modificato in modo significativo la relazione tra le competenze misurate dal Test SPM e le prestazioni in PS2. In contrasto, una correlazione più elevata di 0,783 tra PS1 e PS2 mostra una forte correlazione positiva, suggerendo una notevole coerenza nelle prestazioni degli studenti tra il pre-test e il post-test, e sottolineando l'efficacia dell'intervento didattico nel mantenere o migliorare le prestazioni degli studenti nel tempo.

6 Discussione

I risultati di entrambi gli studi presentati mostrano un miglioramento significativo nelle competenze geometriche (RQ1.a) e di problem solving (RQ2.a): le dimensioni dell'effetto, pari rispettivamente a $d = 0,714$ e $d = 0,774$, confermano la portata di questi cambiamenti positivi. Questi risultati sono in linea con la teoria che prevede un effetto di entità moderata delle tecnologie sull'apprendimento in matematica (Chauhan, 2017). Inoltre, indicano che interventi didattici ben strutturati e contestualizzati possono amplificare l'impatto positivo della tecnologia educativa. Questo suggerisce che, con una progettazione didattica attenta e il coinvolgimento attivo degli insegnanti, le tecnologie nell'insegnamento della matematica possono superare l'effetto medio riportato da Hattie (2012), offrendo così un potenziale ancora maggiore per migliorare i risultati di apprendimento degli studenti. È importante sottolineare che, sebbene i risultati siano promettenti, la dimensione dell'effetto di entità moderata implica la necessità di ulteriori ricerche per esplorare in maniera più approfondita le condizioni sotto le quali l'impiego di tecnologie educative può massimizzare i benefici sull'apprendimento matematico. Le analisi condotte in entrambi gli studi mostrano anche che gli studenti con una buona comprensione iniziale hanno beneficiato maggiormente degli interventi, suggerendo che specifiche predisposizioni possono influenzare l'efficacia dell'apprendimento con strumenti digitali. Questo implica che l'uso di GeoGebra e Genially è particolarmente vantaggioso per studenti che hanno già un certo livello di competenza matematica. In particolare, lo studio 1 mostra che l'intervento sperimentale basato sull'uso di GeoGebra, come strumento specializzato, è stato efficace nel migliorare le competenze geometriche, con una correlazione diretta tra il test di Geometria e PS2 (RQ1.b). Questo può indicare che gli studenti che avevano una migliore comprensione della geometria prima dell'intervento hanno tratto maggior beneficio dall'uso di GeoGebra. D'altra parte, lo studio 2 solleva considerazioni sulla progettazione di interventi didattici con strumenti generalistici. La correlazione tra il Test SPM e PS2 nell'intervento sperimentale basato sull'impiego di contenuti didattici interattivi realizzati con Genially (RQ2.b), sebbene non significativa, suggerisce una sfida nell'orientare questi strumenti verso obiettivi specifici. Questo risultato sembra confermare le osservazioni di Chauhan (2017) sulla maggiore efficacia degli strumenti specialistici in contesti mirati.

Le correlazioni osservate indicano l'importanza di scegliere strumenti tecnologici in linea con gli obiettivi di apprendimento e il livello di competenza degli studenti. Questo approccio personalizzato, in accordo con quanto sostenuto da Chauhan (2017), sottolinea che l'efficacia delle tecnologie educative dipende non solo dalla loro integrazione nella didattica, ma anche dal grado di strutturazione e contestualizzazione dell'intervento. Il nostro studio conferma e amplia tale prospettiva, mostrando che strumenti specialistici, come GeoGebra, risultano più efficaci nel raggiungere obiettivi disciplinari specifici, come lo sviluppo delle competenze geometriche, mentre strumenti generalistici, come Genially, richiedono un'attenta progettazione per massimizzarne l'efficacia in contesti mirati. Questo

rafforza l'idea che una pianificazione didattica flessibile, ma basata su un quadro teorico solido, possa guidare l'uso di strumenti digitali in modo più strategico, offrendo risultati significativi sia per studenti con competenze pregresse consolidate sia per quelli con difficoltà iniziali. Ulteriori indagini, condotte anche su un piano più qualitativo, sono necessarie per comprendere meglio quali aspetti dell'apprendimento matematico siano più efficacemente potenziati da strumenti tecnologici specialistici.

Nonostante i risultati promettenti, è fondamentale riconoscere alcune limitazioni dello studio, come l'assenza di un gruppo di controllo e la dimensione ridotta dei campioni, che potrebbero limitare la generalizzabilità dei risultati. Inoltre, fattori esterni non controllati, come l'eterogeneità delle abilità di apprendimento degli studenti e le differenze nell'implementazione didattica, potrebbero aver influenzato i risultati, evidenziando la necessità di ulteriori ricerche per esplorare l'efficacia di vari strumenti digitali in contesti diversi.

Una riflessione metodologica supplementare si concentra sulla scelta di adottare un approccio puramente quantitativo che, sebbene abbia permesso di evidenziare tendenze chiare da cui sviluppare ulteriori indagini, ha ridotto la possibilità di indagare le esperienze personali di studenti e insegnanti. Più in dettaglio, da un lato, l'impiego di metodologie quantitative si è dimostrato utile per valutare l'efficacia dell'approccio didattico adottato nei due studi e per esaminare l'impatto dei due strumenti tecnologici educativi analizzati, generando dati statistici che possono essere utilizzati su vasta scala, ad esempio, per contribuire a futuri studi sistematici. Dall'altro lato, l'assenza di dati qualitativi ha impedito un'analisi dettagliata delle percezioni, delle motivazioni e delle interazioni all'interno dell'ambiente educativo. Di conseguenza, entrambi gli studi potrebbero essere riproposti in ricerche future integrando metodologie qualitative per acquisire una visione più completa dell'impatto degli strumenti digitali sull'apprendimento matematico. Tuttavia, è importante riconoscere che uno studio basato su un approccio misto, che combina metodi quantitativi e qualitativi, risulta più oneroso da progettare e da condurre, soprattutto quando il tempo a disposizione per l'intervento è limitato.

7 Conclusioni

Il presente articolo ha investigato l'uso di due strumenti tecnologici, GeoGebra e Genially, nell'ambito di due interventi progettati per promuovere l'apprendimento attivo della matematica nella scuola primaria. Attraverso due studi distinti, è stato possibile esplorare come interventi didattici basati sull'uso di tali strumenti abbiano impattato su specifiche competenze matematiche: le competenze geometriche, nel caso di GeoGebra, e le abilità di problem solving, nel caso di Genially.

Dai risultati è emerso che entrambi gli interventi sperimentali possono avere avuto un impatto significativo sull'apprendimento matematico, migliorando rispettivamente le competenze geometriche e di problem solving. Questo conferma che l'integrazione di strumenti digitali nell'educazione matematica può essere un metodo efficace per arricchire l'esperienza di apprendimento attivo degli studenti e per potenziare le loro competenze matematiche. Inoltre, l'analisi delle correlazioni tra i test di competenza e le prove di studio ha fornito indicazioni preziose sulla relazione tra le competenze iniziali degli studenti e i benefici derivanti dall'uso degli strumenti proposti in contesti di apprendimento attivo. In particolare, è stato osservato che gli strumenti specialistici come GeoGebra possono essere particolarmente utili nel potenziare le competenze in aree specifiche, mentre strumenti più generalistici come Genially possono influenzare una gamma più ampia di abilità.

I risultati di questo studio offrono spunti significativi per la pratica educativa, evidenziando l'importanza di una scelta consapevole e mirata degli strumenti digitali in base agli obiettivi di apprendimento e al livello di competenza degli studenti. In particolare, l'efficacia di strumenti specialistici, come GeoGebra, nel migliorare competenze disciplinari specifiche sottolinea la necessità di integrare queste

tecnologie in contesti ben definiti, dove gli obiettivi sono chiari e misurabili. D'altra parte, l'utilizzo di strumenti generalistici, come Genially, pur offrendo versatilità, richiede una progettazione didattica più attenta per garantire il raggiungimento di risultati significativi.

Questi spunti confermano che la tecnologia educativa non è una soluzione universale, ma uno strumento che amplifica l'efficacia dell'insegnamento solo se utilizzato in modo strategico. È quindi essenziale che gli insegnanti siano supportati nella comprensione e nell'uso di tali strumenti attraverso formazioni specifiche e risorse pratiche che consentano loro di allineare le tecnologie agli obiettivi educativi e alle esigenze dei propri studenti. Infine, emerge la necessità di ulteriori ricerche per esplorare come diverse combinazioni di strumenti specialistici e generalistici possano essere integrate nella didattica per soddisfare le esigenze di classi eterogenee, massimizzando così l'impatto positivo sull'apprendimento matematico.

Nel commentare questi risultati incoraggianti, è fondamentale riconoscere alcune limitazioni intrinseche agli studi condotti. Tra queste, come già discusso, la dimensione dei campioni e la loro specificità contestuale emergono come fattori che possono limitare la generalizzabilità dei risultati. La mancanza di gruppi di controllo rende inoltre complesso attribuire con un certo grado di certezza i miglioramenti delle competenze direttamente all'uso degli strumenti digitali. Un'altra considerazione riguarda la durata degli interventi, estesa a quattro mesi, che invita a riflessioni ulteriori sull'efficacia a lungo termine dell'uso di tali strumenti, osservabile ad esempio attraverso la conduzione di studi longitudinali. Infine, si potrebbe ulteriormente esaminare l'influenza delle differenze individuali, come la familiarità pregressa con la tecnologia, sulla risposta degli studenti agli strumenti digitali e considerare l'adozione di approcci qualitativi nelle ricerche future per garantire una comprensione più completa dell'effetto degli strumenti digitali sull'apprendimento matematico.

Nonostante queste limitazioni, a partire dalle quali si potrebbe approfondire la ricerca, già dai risultati di questi due studi, è possibile confermare l'importanza di un approccio personalizzato e mirato nell'adozione delle tecnologie educative, specialmente nel contesto dell'apprendimento attivo della matematica. La scelta degli strumenti digitali dovrebbe essere guidata dagli obiettivi specifici di apprendimento e dalle esigenze degli studenti, tenendo conto delle loro competenze iniziali e del contesto educativo in cui vengono impiegati, perché si possa trasformare il loro potenziale educativo in un apporto efficace e significativo per l'apprendimento degli allievi.

Bibliografia

- Albano, G., & Ferrari, P. L. (2008). Integrating technology and research in mathematics education: The case of e-learning. In F. J. García-Peñalvo (Ed.), *Advances in E-Learning: Experiences and Methodologies* (pp. 132–148). IGI Global. <https://doi.org/10.4018/978-1-59904-756-0.ch008>
- Aldon, G. (2021). Quanto è importante risolvere e far risolvere problemi? *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula*, 10, 9–28. <https://doi.org/10.33683/ddm.21.10.1>
- Babazadeh, M., & Frigerio, M. F. (2021). Enhancing problem-solving skills with educational escape rooms: A middle school case study. In P. Fotaris (Ed.), *Proceedings of the European Conference on Games Based Learning* (pp. 53–62). Academic Conferences Ltd.
- Baccaglioni-Frank, A. E., Di Martino, P., Natalini, R., & Rosolini, G. (2017). *Didattica della matematica*. Mondadori Università.
- Ball, L., Drijvers, P., Ladel, S., Siller, H. S., Tabach, M., & Vale, C. (2018). *Uses of technology in primary and secondary mathematics education*. Springer.

- Bass, H. (2006). The instructional potential of digital technologies. In M. Sanz-Solé, J. Soria, J. L. Varona & J. Verdera (Eds.), *Proceedings of International Conference of Mathematicians*, 3, 1747–1752.
- Blanca, M. J., Arnau, J., López-Montiel, D., Bono, R., & Bendayan, R. (2013). Skewness and kurtosis in real data samples. *Methodology*, 9, 78–84. <https://doi.org/10.1027/1614-2241/a000057>
- Bonaiuti, G. (2014). *Le strategie didattiche*. Carocci.
- Bray, A., & Tangney, B. (2017). Technology usage in mathematics education research: A systematic review of recent trends. *Computers & Education*, 114, 255–273. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2017.07.004>
- Chauhan, S. (2017). A meta-analysis of the impact of technology on learning effectiveness of elementary students. *Computers & Education*, 105, 14–30. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2016.11.005>
- Cohen, J. (2013). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. Academic press.
- Consiglio dell'Unione Europea. (2018). *Raccomandazione del Consiglio del 22 maggio 2018 relativa alle competenze chiave per l'apprendimento permanente*. Gazzetta ufficiale dell'Unione europea. [https://eur-lex.europa.eu/legal-content/IT/TXT/PDF/?uri=CELEX:32018H0604\(01\)](https://eur-lex.europa.eu/legal-content/IT/TXT/PDF/?uri=CELEX:32018H0604(01))
- Corte-Rojas, C., & Enciso, L. (2023). Genially a Tool for Learning Mathematics. In F. Moreira, C. S. González-González, A. Infante-Moro, J. C. Infante-Moro, J. Gallardo-Pérez, A. García-Holgado & F. J. García-Peñalvo (Eds.), *2023 XIII International Conference on Virtual Campus (JICV)* (pp. 1–4). IEEE. <https://doi.org/10.1109/JICV59748.2023.10565647>
- Crompton, H., Grant, M. R., & Shraim, K. Y. (2018). Technologies to enhance and extend children's understanding of geometry: A configurative thematic synthesis of the literature. *Journal of Educational Technology & Society*, 21(1), 59–69. <https://www.jstor.org/stable/26273868>
- D'Amore, B. (1999). *Elementi di didattica della matematica*. Pitagora.
- Demartini, S., & Sbaragli, S. (2019). La porta di entrata per la comprensione di un problema: la lettura del testo. *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula*, 5, 9–43. <https://doi.org/10.33683/ddm.18.5.1>
- Dewey, J. (2004). *Democrazia e educazione*. Sansoni.
- Di Martino, P. (2017). Problem solving e argomentazione matematica. *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula*, 1, 23–37. <https://doi.org/10.33683/ddm.17.1.2>
- Ferrari, P. L. (2011). Le potenzialità dell'e-learning in educazione matematica e il ruolo della ricerca. *TD Tecnologie Didattiche*, 19(3), 136–141.
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Prentice, K., Burch, M., Hamlett, C. L., Owen, R., & Schroeter, K. (2003). Enhancing third-grade student' mathematical problem solving with self-regulated learning strategies. *Journal of Educational Psychology*, 95(2), 306–315. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.95.2.306>
- Geiger, V., Calder, N., Tan, H., Loong, E., Miller, J., & Larkin, K. (2016). Transformations of teaching and learning through digital technologies. In K. Makar, S. Dole, J. Visnovska, M. Goos, A. Bennison & K. Fry (Eds.), *Research in Mathematics Education in Australasia 2012-2015* (pp. 255–280). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-10-1419-2_13

- Gratani, F., Giannandrea, L., Renieri, A., & Annessi, M. (2021). Fostering students' problem-solving skills through educational robotics in primary school. In M. Malvezzi, D. Alimisis & M. Moro (Eds.), *Education in & with Robotics to Foster 21st-Century Skills: Proceedings of EDUROBOTICS 2020* (pp. 3–14). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-77022-8_1
- Gurevich, I., & Barchilon Ben-Av, M. (2023). How do students assess the impact of integrating digital technologies on the mathematics classroom? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 54(7), 1288–1297. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2023.2179949>
- Hattie, J. (2012). *Visible Learning for Teachers: Maximizing Impact on Learning* (1st ed.). Routledge.
- Hedges, L. V., & Olkin, I. (1985). *Statistical methods for meta-analysis* (1st ed.). Academic Press.
- Hillmayr, D., Ziernwald, L., Reinhold, F., Hofer, S. I., & Reiss, K. M. (2020). The potential of digital tools to enhance mathematics and science learning in secondary schools: A context-specific meta-analysis. *Computers & Education*, 153, 103897. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.103897>
- Jiménez, C., Arís, N., Magreñán Ruiz, Á. A., & Orcos, L. (2020). Digital escape room, using Genial.ly and a breakout to learn algebra at secondary education level in Spain. *Education Sciences*, 10(10), 271. <https://doi.org/10.3390/educsci10100271>
- Kerrigan, J. (2018). Active learning strategies for the mathematics classroom. *College Teaching*, 66(1), 35–36. <https://doi.org/10.1080/87567555.2017.1399335>
- Litster, K., MacDonald, B., & Shumway, J. F. (2020). Experiencing active mathematics learning: Meeting the expectations for teaching and learning in mathematics classrooms. *The Mathematics Enthusiast*, 17(2), 615–640. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1499>
- Lucangeli, D., & Cornoldi, C. (1995). Metacognizione e matematica: I processi individuali e l'insegnamento/apprendimento. In O. Albanese, P. A. Doudin & D. Martin (Eds.), *Metacognizione ed educazione. Processi, apprendimenti, strumenti* (pp. 205–220). FrancoAngeli.
- Lucangeli, D., Tressoldi, P. E., & Cendron, M. (1998). *SPM, Test delle abilità di soluzione dei problemi matematici*. Erickson.
- Mammarella, I., Todeschini, M., Englaro, G., Lucangeli, D., & Cornoldi, C. (2012). *Geometria Test. Prove di valutazione per la scuola primaria e secondaria di primo grado*. Erickson.
- Michael, K., Alemu, M., Desie, Y., Atnafu, M., Assefa, S., Regassa, C., ... & Abate, A. (2023). *Understanding and practice of active learning among upper primary school science and mathematics teachers*. Heliyon.
- Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca. (2012). Indicazioni Nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione. *Annali della Pubblica Istruzione, Numero speciale*, Le Monnier. https://www.mim.gov.it/documents/20182/51310/DM+254_2012.pdf
- Miragliotta, E., Baccaglini-Frank, A. E., & Tomasi, L. (2017). Apprendimento della geometria e abilità visuo-spaziali: Un possibile quadro teorico e un'esperienza didattica (seconda parte). *L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, 40(4), 463–488.

- Muranov, A. A. E., Polikarpov, S. A., & Rudchenko, T. Y. A. (2023). Primary school mathematics in the context of digitalization. *Doklady Mathematics*, 107, S42–S51. <https://doi.org/10.1134/S1064562423700588>
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas*. Basic Books.
- Pellerey, M. (2004). *Le competenze individuali e il portfolio*. La Nuova Italia.
- Peria, L. (2013). Il tablet, in particolare l'iPad, nei contesti didattico-educativi della scuola primaria: a literature review. In G. Buttazzo (Ed.), *Atti del convegno DIDAMATICA 2013-Tecnologie e Metodi per la Didattica del Futuro* (pp. 413–422). AICA-Scuola Superiore Sant'Anna-CNR Pisa.
- Polya, G. (1973). *How to solve it*. Princeton University Press.
- Prince, M. (2004). Does active learning work? A review of the research. *Journal of engineering education*, 93(3), 223–231. <https://doi.org/10.1002/j.2168-9830.2004.tb00809.x>
- Robotti, E., & Bionaz, E. (2016). GeoGebra e disturbi specifici di apprendimento (DSA): Analisi di un case study. In O. Robutti (Ed.), *La formazione docenti con GeoGebra* (pp. 123–132). Ledizioni.
- Santos-Trigo, M., & Gooya, Z. (2015). Mathematical problem solving. In S. J. Cho (Ed.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education: Intellectual and attitudinal challenges* (pp. 459–462). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_40
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.
- Shadish, W., Cook, T. D., & Campbell, D. T. (2002). *Experimental and quasi-experimental designs for generalized causal inference* (Vol. 1195). Houghton Mifflin.
- Shaw, M. (2019). Active learning. In S. Capel, M. Leask & S. Younie (Eds.), *Learning to Teach in the Secondary School* (pp. 308–329). Routledge.
- Shirley, M. L., & Irving, K. E. (2015). Connected classroom technology facilitates multiple components of formative assessment practice. *Journal of Science Education and Technology*, 24, 56–68. <https://doi.org/10.1007/s10956-014-9520-x>
- Thiangthung, Y. (2016). Applying Polya's four-steps and Schoenfeld's behavior categories to enhance students' mathematical problem solving. *Journal of Advances in Humanities and Social Sciences*, 2(5), 261–268. <https://doi.org/10.20474/jahss-2.5.2>
- Usai, M. C., Viterbori, P., & Traverso, L. (2018). Preschool executive function profiles: Implications for math achievement in grades 1 and 3. *Journal of Research in Childhood Education*, 32(4), 404–418. <https://doi.org/10.1080/02568543.2018.1496957>