

L'influenza dell'apprendimento capovolto sui fattori motivazionali degli studenti in matematica: osservazioni e risultati di una prima analisi narrativa

The influence of flipped learning on the motivational factors of students in mathematics: observation and results of a first narrative analysis

Elena Lazzari

Dipartimento di Matematica e Informatica, Università degli Studi di Ferrara – Italia

✉ lzzlne@unife.it

Sunto / Il presente contributo ha l'obiettivo di indagare la possibile influenza dell'apprendimento capovolto, una metodologia didattica innovativa di ampia diffusione, sui fattori motivazionali nell'insegnamento-apprendimento della matematica. È stata svolta un'analisi dei testi narrativi prodotti da circa 200 studenti di scuola secondaria di secondo grado al termine di una sperimentazione della durata di circa 20 ore. Si è così giunti ad alcune rilevanti conclusioni che sembrano riconoscere nell'apprendimento capovolto una metodologia in grado di creare un ambiente di apprendimento con influenza positiva sui fattori motivazionali.

Parole chiave: apprendimento capovolto; motivazione ad apprendere; teoria dell'autodeterminazione; analisi narrativa; opinioni.

Abstract / This article has the purpose of examining the possible impact of flipped learning, a widely used innovative teaching methodology, on the motivational factors in mathematics teaching and learning. At the end of an experimentation lasting 20 hours, an analysis on narrative essays written by 200 secondary school students was conducted. First evidence suggests that flipped learning is a methodology that can create a learning environment with a positive influence on motivational factors.

Keywords: flipped learning; motivation to learn; self-determination theory; narrative analysis; beliefs.

1 Introduzione

Il metodo d'insegnamento applicato nella maggior parte delle realtà scolastiche è, ancora oggi, l'approccio per contenuti mediato dalla lezione frontale. Questa tendenza è fortemente criticata dagli esperti poiché non sembra favorire l'acquisizione di competenze, un obiettivo che è stato collocato al centro del dibattito educativo (Da Re, 2013). Non c'è da stupirsi pertanto che nei sistemi di istruzione e formazione si siano moltiplicate iniziative, istituzionali e spontanee, ispirate dall'esigenza di innovare tale modello. In un contesto come quello appena descritto, nel corso dell'ultimo decennio, è nato il *flipped learning*, o apprendimento capovolto, una metodologia didattica di stampo costruttivista che sfrutta diverse strategie di *active learning*, attingendo quando possibile dalle potenzialità delle tecnologie digitali (Bergman & Sams, 2012). Nonostante le sue origini molto recenti, la diffusione in Italia, come nel resto del mondo, è stata decisamente rapida grazie al successo avuto tra gli insegnanti e gli studenti (Bergman & Sams, 2012). La metodologia ha destato da subito il nostro interesse per le sue particolari caratteristiche che sembravano potersi adattare bene all'insegnamento-apprendimento della matematica. Un'esplorazione significativa, utile per definire meglio la direzione della ricerca qui proposta, è stata attuata nell'a.s. 2016/17 con la proposta di un'unità di apprendimento in modalità flipped in una classe prima di liceo scientifico sul tema dei sistemi di numerazione e di un questionario finale *self-report*¹ per indagare le percezioni degli studenti rispetto all'esperienza vissuta. L'intento era di ricercare l'eventuale presenza di benefici che si andassero ad aggiungere ai risultati noti agli studiosi. L'aspetto emerso in modo più preponderante è stato quello legato ai fattori affettivi, e in particolare alla componente motivazionale (Lazzari, 2017). In didattica della matematica vi è comune consenso nel considerare il dominio affettivo diviso in tre dimensioni principali, ossia convinzioni, atteggiamenti ed emozioni (McLeod, 1992), sebbene con l'espressione "fattori affettivi" si tenda a fare riferimento più generale a tutti quegli aspetti del pensiero umano che non riguardano la pura cognizione, come anche il valore, la motivazione, i sentimenti e gli obiettivi (Hannula, 2012). Questa prima esperienza ha permesso di mettere in luce il focus di questa ricerca: l'impatto del flipped learning sulla motivazione ad apprendere in matematica.

La motivazione ad apprendere è di fondamentale importanza nello studio della matematica (Middleton, 1995), come anche delle altre discipline (si veda, ad esempio, Murphy & Alexander, 2000), per via della sua influenza positiva sul rendimento scolastico; questa però tende a diminuire con l'avanzare del grado scolastico (Boscolo, 2003; Harter, 1992), specialmente nella materia qui in oggetto (Middleton & Spanias, 1999).

Gli studi sulla motivazione in matematica fanno parte di un filone di ricerca relativo ai fattori affettivi, denominato *affect*, un campo di indagine relativamente recente che ha cominciato a svilupparsi intorno agli anni '60 del secolo scorso. Solo nell'ultimo periodo storico è stato accettato il fatto che tali fattori, tra cui anche quelli motivazionali, siano rilevanti nell'insegnamento-apprendimento della disciplina (Zan et al., 2006). L'idea stessa di competenza sembra essere naturalmente legata alle intenzioni, alle potenzialità e alla volizione del soggetto che apprende (Pellerey, 1993). D'Amore et al. (2003) affermano infatti che la competenza non consiste solo nell'uso e nella padronanza delle conoscenze «ma pure [in] un insieme di atteggiamenti che mostrano la disponibilità "affettivamente positiva" a volerne far uso» (D'Amore et al., 2003, p. 8).

Seppur la motivazione in matematica sia considerata un fattore relativamente stabile (Hannula, 2012), ci sono evidenze sulle potenzialità di un ambiente educativo di influire su di essa (Pellerey, 1993; Wæge, 2010). Lo scopo di questa ricerca è proprio quello di studiare l'eventuale ascendente che un ambiente educativo creato mediante l'utilizzo del flipped learning può avere sulla motivazione ad

1. Il *self-report* è un test, una misura o un'indagine che si basa sulle segnalazioni individuali del soggetto, il quale risponde alle domande poste al fine di fornire una descrizione di sé rispetto alle variabili emergenti da tali richieste.

apprendere in matematica. Per far ciò, nell'a.s. 2017/18, è stata organizzata una sperimentazione della durata di circa due mesi in quindici classi terze e quarte di scuole secondarie di secondo grado,² durante la quale è stato raccolto materiale self-report per ottenere informazioni da analizzare sulla motivazione degli studenti.

2 Quadro teorico

2.1 Flipped learning

Il flipped learning, o apprendimento capovolto, è una metodologia didattica innovativa di stampo costruttivista che prevede l'utilizzo organizzato di diverse strategie educative già esistenti e studiate da decenni, con lo scopo di favorire un apprendimento significativo e duraturo. La direzione è quella di una didattica induttiva, che ripercorra il processo scientifico partendo dall'osservazione o dallo studio di casi, passando dalla formulazione di ipotesi e concludendosi con la derivazione di leggi e principi (Sams & Bergmann, 2013). L'elemento caratterizzante del flipped learning consiste nel ribaltamento del processo didattico, che non inizia con l'esposizione di contenuti da parte dell'insegnante ma con la partecipazione attiva degli studenti che agiscono per costruire la propria conoscenza. Si conclude poi con la ristrutturazione delle conoscenze da parte del docente e non con l'applicazione passiva delle informazioni da parte degli allievi. Risulta quindi evidente come ci si allontani dall'impostazione didattica di tipo trasmissivo, per adottarne una ispirata ai principi del costruttivismo (Cecchinato & Papa, 2016).

Dall'analisi dello stato dell'arte emerge l'esistenza di un elevato numero di ricerche sperimentali in diverse discipline, che però utilizzano spesso differenti tipi di approcci flipped, rendendo difficile la loro comparazione. Ciò nonostante, sono emersi alcuni risultati di una certa rilevanza che inducono a proseguire lo studio di questa metodologia (Nietz et al., 2016).

Sono numerosi i benefici che il flipped learning sembra avere sulla pratica didattica, ad esempio la possibilità di personalizzare l'insegnamento, di creare connessioni tra la scuola e la quotidianità, di promuovere un apprendimento a lungo termine, di sviluppare competenze specifiche e trasversali, di creare ambienti non competitivi e di agire non solo sulla motivazione degli studenti, ma anche sul livello di impegno, coinvolgimento e senso di autoefficacia (Carotenuto & Sbaragli, 2018).

Volendo lavorare sull'interesse e sul coinvolgimento degli studenti nel proprio processo di apprendimento, è interessante l'approccio didattico proposto da Cecchinato e Papa (2016) che ruota interamente intorno al concetto di *sfida*. L'idea centrale di tale approccio è di far leva sugli aspetti emotivi prodotti dal coinvolgimento degli studenti in sfide che li appassionino, che li mettano alla prova e che consentano loro di dimostrare il proprio valore. Accortezza fondamentale, dunque, è quella di individuare un livello delle attività adeguatamente sfidante rispetto alle competenze possedute dagli studenti.

Si può notare una connessione con il pensiero di Brousseau (1986), secondo cui per uno studente non è possibile costruire una conoscenza significativa senza un reale interesse e un coinvolgimento in essa. Per favorire l'emergere di interesse e coinvolgimento è necessario predisporre un ambiente educativo adatto, nel quale la costruzione di nuovi concetti sia motivata, stimolata e inserita in contesti legati alla quotidianità dei giovani (D'Amore & Sbaragli, 2011). Il riferimento, naturalmente, è alla Teoria delle Situazioni di Brousseau (1986), in particolare alla situazione a-didattica, in cui l'ambiente è fattore di contraddizioni, complessità, disequilibri, il che porta lo studente a responsabilizzarsi e impegnarsi

2. La scuola secondaria di secondo grado in Italia dura cinque anni e corrisponde con l'ultimo anno di scuola media e gli anni di scuola media superiore o professionali nel Canton Ticino.

in attività cognitive per far fronte a tali difficoltà, accrescendo e dando prova del proprio apprendimento. Viene così favorito il processo di devoluzione. Si può dunque affermare che «il modello di Apprendimento Capovolto rappresenti una specifica messa in campo concreta di una particolare istanziazione della teoria delle situazioni e non [...] di una teoria assolutamente e totalmente nuova» (Vastarella, 2016, p. 124).

La proposta di Cecchinato e Papa (2016) consiste in un nuovo ciclo di apprendimento-insegnamento suddiviso in tre fasi: il lancio della sfida, su cui si vuole attirare l'attenzione degli studenti, attivando il loro desiderio di apprendere; la conduzione della sfida, durante la quale gli allievi sono spinti a ripercorrere i processi che hanno portato a ottenere le conoscenze che si vogliono far sviluppare loro; la chiusura della sfida, che consiste in un processo collettivo di riflessione e confronto su quanto appreso, guidato dall'insegnante, che coinvolge l'intera classe. Durante la fase di conduzione della sfida si prevede l'utilizzo di strategie didattiche attive, come ad esempio il *cooperative learning*,³ il *peer tutoring*, il *problem-based learning*,⁴ l'*inquiry based learning* e il *think-pair-share*.

In un contesto come quello appena descritto non c'è più bisogno che il docente ricopra il ruolo di divulgatore delle conoscenze, serve invece un facilitatore dei processi di apprendimento e una guida su cui fare affidamento (King, 1993). L'insegnante ha così modo di assistere gli alunni nella fase di costruzione delle conoscenze, di dare particolari attenzioni agli allievi in difficoltà, di fornire maggiori stimoli a quelli più brillanti, rendendo attuabile una personalizzazione della didattica e realizzando una relazione educativa più profonda e gratificante (Bergmann & Sams, 2016). Così come il ruolo del docente viene modificato, anche il ruolo della valutazione subisce un cambiamento. La valutazione passa dall'essere sommativa, finale e unilaterale all'essere formativa, integrata nel percorso didattico e partecipata, con l'obiettivo di fornire informazioni tempestive, che siano comprese e condivise dallo studente e quindi utilizzabili per migliorare l'apprendimento.

Avvalersi di strumenti tecnologici nel flipped learning è importante, seppur non indispensabile. Questi possono infatti essere sfruttati a casa, nella fase che precede la lezione, ma anche in classe, semplificando aspetti organizzativi, potenziando i processi didattici e favorendo il coinvolgimento degli studenti.

2.2 Motivazione ad apprendere

Nel presente lavoro si definisce *motivazione* «una configurazione organizzata di esperienze soggettive che consente di spiegare l'inizio, la direzione, l'intensità e la persistenza di un comportamento diretto a uno scopo» (De Beni & Moè, 2000, p. 37). Con l'espressione "esperienze soggettive" si fa riferimento agli obiettivi, ai processi emotivi, alle aspettative, ai valori e alle attribuzioni causali di un soggetto, che possono avere origine intrinseca o estrinseca. Il concetto di motivazione viene quindi usato per conoscere le ragioni che portano un individuo a svolgere un compito, a farlo in un determinato modo, con una certa intensità, e a mantenere la concentrazione su di esso.

La più classica tra le dicotomie presenti in letteratura è quella tra motivazione intrinseca e motivazione estrinseca: la prima consiste nello stimolo ad affrontare il compito per sé stessi e non per finalità esterne (Berlyne, 1971), la seconda nel desiderio di approcciarsi a un compito per ottenere qualcosa di diverso dall'attività stessa (Skinner et al., 1974).

Sulla motivazione intrinseca sono state svolte numerose ricerche, alcune delle quali hanno messo in evidenza l'influenza positiva che quest'ultima può avere sul benessere fisico e psicofisico di uno studente (si veda, ad esempio, Miquelon & Vallerand, 2008), ma anche sul suo apprendimento e rendi-

3. Il *cooperative learning*, o apprendimento cooperativo, è un metodo di apprendimento attivo nel quale gli studenti lavorano insieme in piccoli gruppi per raggiungere obiettivi comuni, in termini di competenze disciplinari, interdisciplinari e sociali, generando un'interdipendenza positiva e rispettando ruoli specifici (Johnson et al., 1996).

4. Il *problem-based learning*, o apprendimento per problemi, è un metodo di apprendimento attivo nel quale gli studenti, guidati da un facilitatore, affrontano problemi, spesso inseriti in contesti reali, con l'obiettivo di acquisire o consolidare nuove conoscenze, oltre che sviluppare competenze disciplinari e trasversali (Barrows & Tamblyn, 1980).

mento scolastico (si veda, ad esempio, Hidi, 1990), specialmente in matematica (Middleton & Spanias, 1999). Purtroppo, però il livello di questa tipologia di motivazione tende a diminuire con l'avanzare dell'età e del livello scolare in favore di quella estrinseca o dell'assenza di motivazione (Harter, 1992), anche nel caso della matematica (Middleton, 1995).

L'espressione "motivazione intrinseca" assume oggi un significato piuttosto ampio per via dei numerosi filoni di teorie riguardanti questo tipo di motivazione, che comprende in sé numerosi costrutti, come ad esempio la curiosità, l'interesse e l'esperienza di flusso (De Beni & Moè, 2000). La curiosità viene definita come un bisogno innato di sapere come funzionano le cose, di conoscere e di apprendere, e si manifesta mediante l'esplorazione dell'ambiente circostante (Berlyne, 1971). L'interesse, invece, può essere definito come un orientamento relativamente a lungo termine dell'individuo verso un oggetto, un'attività o un'area di conoscenza (Schiefele, 1991). Infine, l'esperienza di flusso si genera durante lo svolgimento di un'attività considerata significativa, caratterizzata dal coinvolgimento dinamico e completo di tutta la persona, durante il quale l'attenzione appare particolarmente focalizzata e ristretta sulla situazione immediata (Csikszentmihalyi, 1993).

2.2.1 La teoria dell'autodeterminazione

Fra le numerose teorie che si sono sviluppate intorno al concetto di motivazione intrinseca, quella di riferimento per la presente ricerca è la teoria dell'autodeterminazione di Deci e Ryan (1985), definita dagli stessi autori come una «macroteoria della motivazione, dello sviluppo e del benessere degli esseri umani» (Deci & Ryan, 1985, p. 182, traduzione dell'autrice). Essa studia le condizioni (fattori sociali e ambientali) che generano e sostengono, o soggettano e diminuiscono, questa tipologia di motivazione. Tali condizioni sono legate a tre particolari bisogni, chiamati bisogni psicologici fondamentali: il bisogno di competenza, di autonomia e di relazionalità.

Il *bisogno di competenza* consiste nel desiderio di sentirsi in grado di agire sull'ambiente e di essere efficaci nel farlo. Fin dai primi studi sperimentali è stato osservato come i feedback sui comportamenti positivi aumentino la motivazione intrinseca, mentre quelli su performance negative la diminuiscano, e come tutto ciò sia mediato dalla percezione delle proprie competenze (Deci, 1975). Ulteriori studi specifici (Ryan, 1982) hanno mostrato come il senso di competenza possa accrescere la motivazione intrinseca solo se accompagnata da un senso di autonomia, da cui emerge il *bisogno di autonomia*, che riguarda appunto la volontà di scegliere quale attività svolgere e come svilupparla. In un secondo momento si è osservato che la motivazione intrinseca emerge con più facilità in contesti caratterizzati da un senso di sicurezza e relazionalità (Ryan & Grolnick, 1986). Si inserisce così nella teoria l'ultimo bisogno, quello di essere in relazione con gli altri (*bisogno di relazionalità*), riferendosi alla necessità di mantenere e costituire legami in ambito sociale. Il fulcro, dunque, non risiede nell'individuo o nell'ambiente, ma nell'interazione tra organismo attivo e contesto sociale, interazione che può favorire o ostacolare l'insorgere di una motivazione intrinseca (Deci & Ryan, 1985).

È noto però che la maggior parte dei comportamenti umani dopo la prima infanzia non sono intrinsecamente motivati, ma soggetti a pressioni sociali e alla comparsa di nuove responsabilità (Ryan & La Guardia, 2000). Risulta quindi centrale per Ryan e Deci (2000a) la distinzione tra comportamenti intenzionali autodeterminati e comportamenti controllati. I primi sono completamente volontari e producono nel soggetto una conferma del proprio senso di sé, i secondi sono dominati dalla volontà altrui. I due autori definiscono una tassonomia composta di una serie di livelli di autoregolazione lungo un *continuum motivazionale*, che sfuma la netta contrapposizione esistente in letteratura tra motivazione estrinseca e intrinseca. Può essere considerata come una scala motivazionale che va dall'assenza di motivazione alla motivazione intrinseca. Fra i due estremi sono presenti quattro livelli di motivazione estrinseca, che si diversificano in base al grado in cui il valore e lo stile di regolazione della richiesta sono internalizzati e integrati. Con il termine *internalizzazione* si intende il processo di condivisione e accettazione dei valori e degli stili di regolazione provenienti dall'esterno da parte del soggetto; l'*integrazione* consiste invece nella trasformazione di questi ultimi in qualcosa di personale

e interno. Come si può osservare in **Figura 1**, nella quale vengono riportati i diversi stili di regolazione, i processi ad essi associati e i corrispettivi locus di causalità, il continuum motivazionale si suddivide in sei livelli di autodeterminazione.

- La *non regolazione*, che corrisponde all'assenza di motivazione, è conseguenza della non valorizzazione di un'attività, della percezione della mancanza di competenze adeguate o di aspettative negative rispetto ai risultati desiderati. Il locus di causalità percepito viene definito come impersonale.
- La *regolazione esterna*, che corrisponde alla forma meno autonoma di motivazione estrinseca, porta a svolgere un'attività con il solo obiettivo di ottenere un premio o evitare una punizione. Il locus di causalità percepito è completamente esterno.
- La *regolazione introiettata*, che consiste in una regolazione internalizzata ma non completamente integrata, è legata a una sensazione di controllo, non dall'esterno, ma da sé stesso, e ha lo scopo di evitare i sensi di colpa o ottenere autocompiacimento (premi e punizioni interni). Il coinvolgimento dell'io e dell'autocontrollo è alto, con un locus di causalità percepito ancora in qualche modo esterno.
- La *regolazione per identificazione*, che porta all'accettazione del comportamento perché ritenuto importante, comporta un'identificazione da parte del soggetto nei valori dell'azione, avendo così un alto grado di autonomia e un locus di causalità percepito tendente verso l'interno.
- La *regolazione integrata* avviene quando il soggetto integra nel sé i valori e gli obiettivi esterni. L'approccio alle attività si ha perché queste vengono ritenute importanti e coerenti con i propri valori. Tale tipo di comportamento ha molte qualità comuni alla motivazione intrinseca, sebbene sia ancora considerato estrinseco perché attuato non solamente per il puro piacere personale. Il locus di causalità percepito è completamente interno.
- La *regolazione intrinseca* coincide con la motivazione intrinseca e rappresenta il prototipo di un comportamento autodeterminato. Lo scopo è ottenere soddisfazione intrinseca e viene in genere associato a interesse e divertimento. Il locus di causalità percepito è completamente interno.

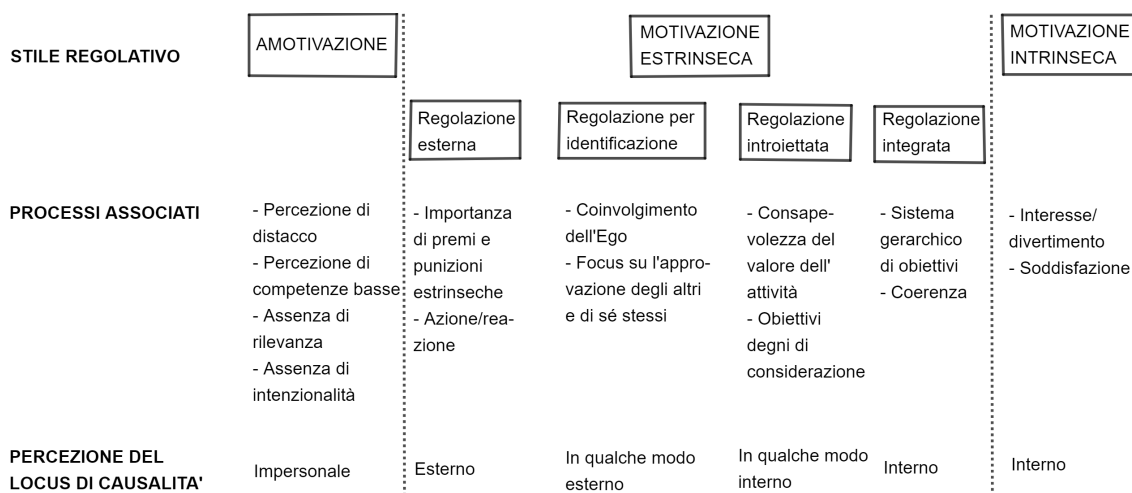


Figura 1. Tassonomia della motivazione umana (Ryan & Deci, 2000b, p. 61, traduzione dell'autrice).

Spostarsi lungo il continuum motivazionale da sinistra a destra significa andare verso comportamenti con un più alto grado di autodeterminazione, e questo può permettere di godere dell'influenza di certi benefici della motivazione intrinseca.

Se ne deduce che creare un ambiente che favorisce la soddisfazione dei tre bisogni psicologici fondamentali, provocando uno spostamento verso destra nel continuum motivazionale, può essere una

buona strategia applicabile anche a contesti educativi. Poiché i comportamenti estrinsecamente motivati non sono inerenti all'interesse e devono essere inizialmente stimolati da richieste esterne, la prima ragione per cui un soggetto potrebbe essere disposto a svolgere un determinato compito è che questo sia valutato positivamente da persone considerate significative, a cui è, o vorrebbe essere, legato (famiglia, pari o società). Promuovendo un senso di appartenenza o connessione a persone, gruppi o culture, l'individuo può provare un senso di relazionalità. Nel contesto scolastico ciò significa, ad esempio, che se un alunno si sente degno di attenzione e rispettato dai propri insegnanti, esso sarà più predisposto all'apprendimento. Ryan et al. (1992) hanno dimostrato sperimentalmente che alla soddisfazione del bisogno di relazionalità con docenti o pari, viene associato una miglior internalizzazione dello stile regolativo del comportamento. Un ulteriore passo verso l'internalizzazione di un dato obiettivo estrinseco è quello di comprenderlo e di sentirsi capace di raggiungerlo con successo, ossia provare un senso di competenza. Se non ci si sente capaci di svolgere una data attività, difficilmente questa viene internalizzata. Gli autori ipotizzano che per supportare quest'ultima sia necessario offrire sfide di livello adeguato agli studenti, con feedback significativi riguardo l'efficacia di ogni allievo (Ryan & Deci, 2000b). Secondo la teoria dell'autodeterminazione, una regolazione internalizzata potrà essere al massimo di tipo introiettato. A questo livello l'individuo non può provare autodeterminazione. Per permettere il raggiungimento di tale obiettivo è necessario anche un processo di integrazione, che può essere supportato soltanto dalla percezione di autonomia. Il bisogno di autonomia viene soddisfatto solo se si riesce a raggiungere la comprensione interiore del significato e del valore di un dato comportamento; se l'ambiente scolastico favorisce tale processo si renderà più agevole anche l'integrazione degli obiettivi (Deci et al., 1994).

2.3 Ipotesi di ricerca

Il flipped learning ha le caratteristiche per essere una metodologia didattica adatta a creare un ambiente di apprendimento in grado di favorire la soddisfazione dei tre bisogni psicologici fondamentali in matematica, mantenendo intrinseca la motivazione o modificando il livello di quella estrinseca nel continuum motivazionale in direzione di quella intrinseca. L'obiettivo di questa ricerca consiste nel verificare alcune ipotesi (Lazzari, 2018) riguardanti l'influenza del flipped learning, secondo il modello proposto da Cecchinato e Papa (2016), sulla motivazione ad apprendere in matematica. Si elencano nel seguito le prime tre ipotesi.

- a) Il flipped learning crea ambienti didattici in grado di soddisfare il bisogno psicologico fondamentale di competenza in matematica, ciò dipende in particolar modo da alcune sue caratteristiche, come l'utilizzo di strategie didattiche attive, la proposta di attività con un livello di sfida ottimale e la variazione della tipologia di valutazione.
- b) Il flipped learning crea ambienti didattici in grado di soddisfare il bisogno psicologico fondamentale di autonomia in matematica, specialmente per via di alcune sue caratteristiche, come l'utilizzo di strategie didattiche attive (ad esempio il problem based learning) e la variazione del ruolo del docente.
- c) Il flipped learning crea ambienti didattici in grado di soddisfare il bisogno psicologico fondamentale di essere in relazione con gli altri durante l'apprendimento in matematica, ciò dipende soprattutto da alcune caratteristiche della metodologia, come l'utilizzo di strategie di peer education (ad esempio il cooperative learning) e la variazione del ruolo del docente.

Tali ipotesi sono in parte sostenute anche da altre ricerche teoriche (si veda, ad esempio, Abeysekera & Dawson, 2015) e sperimentali (Hannula, 2004; Sergis et al., 2018).

Hannula (2004) nel suo lavoro elabora alcune considerazioni sulle caratteristiche che un ambiente di apprendimento dovrebbe avere affinché venga stimolata la motivazione in matematica. Le sue osservazioni sono le seguenti: le attività collaborative permettono agli studenti di soddisfare i propri "bisogni sociali"; lavorare su problemi aperti e di ricerca appaga il bisogno di autonomia; confrontarsi con compiti interessanti e adeguatamente sfidanti permette di sostenere il bisogno di competenza. Si

può notare come le caratteristiche dell'ambiente descritto dell'autore siano comuni all'approccio del flipped learning qui preso in esame.

Sergis et al. (2018) coinvolgono nella loro ricerca sperimentale tre corsi di studio di scuola secondaria di secondo grado, di cui uno di matematica. Da una comparazione tra gruppi sperimentali e di controllo emerge come il modello flipped soddisfi i tre bisogni psicologici fondamentali, aumentando il livello di autodeterminazione durante l'apprendimento. La partecipazione attiva a compiti cooperativi permette agli studenti di soddisfare il bisogno di autonomia, sfruttando principalmente le proprie competenze e quelle dei propri pari. Il supporto del docente mediante strategie di *scaffolding*⁵ e l'opportunità di svolgere attività pratiche e coinvolgenti appaga il loro bisogno di competenza, aumentando il grado di sicurezza in sé stessi. Infine, la proposta di attività tra pari e la creazione di un clima di accettazione e supporto, anche grazie al nuovo ruolo del docente, soddisfa il loro bisogno di relazionalità.

Come è stato esposto nel par. 2.2, la motivazione intrinseca può manifestarsi sotto diverse forme, come curiosità, interesse ed esperienze di flusso. Alla luce di tale considerazione si inserisce un'ultima ipotesi.

d) Il flipped learning crea ambienti di apprendimento in grado di stimolare e sostenere diverse forme di motivazione intrinseca degli studenti in matematica, soprattutto grazie ad alcune caratteristiche di tale metodologia, come l'utilizzo di strategie didattiche attive (cooperative learning e problem based learning) e l'uso della tecnologia. In particolare, la proposta di problemi contestualizzati in situazioni reali e la scelta di un livello adeguatamente sfidante della prova (come previsto dal problem based learning) fa vivere agli studenti esperienze di flusso, generando in loro curiosità e interesse.

3 Descrizione della sperimentazione

Per verificare le ipotesi di ricerca appena esposte, è stata condotta una sperimentazione in diverse classi di scuola secondaria di secondo grado. Durante le lezioni curricolari di matematica è stato affrontato il medesimo argomento con tutti gli studenti – le sezioni coniche – utilizzando la metodologia del flipped learning. Grazie a tale sperimentazione è stato raccolto materiale self-report, sul quale si è potuto realizzare un'analisi narrativa dei testi, che ha permesso di giungere a conclusioni rilevanti.

3.1 Sperimentazione e partecipanti

La sperimentazione è stata svolta all'interno di quindici classi terze e quarte in 5 scuole secondarie di secondo grado di Ferrara e provincia, coinvolgendo un totale di 356 studenti. Il campione era formato da studenti che frequentavano per il 22% il liceo scientifico, per il 35% il liceo classico, per il 14% il liceo artistico, per il 24% l'istituto tecnico e per il 5% l'istituto professionale. La sua realizzazione è avvenuta sotto forma di progetto all'interno del Piano Lauree Scientifiche dell'a.s. 2017/18 del Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Ferrara, con il titolo *Flipped Math! Alla scoperta delle sezioni coniche*.

La metodologia scelta per il progetto, della durata complessiva di circa 20 ore, è stata quella del flipped learning, sfruttando il nuovo ciclo di apprendimento proposto da Cecchinato e Papa (2016). Tra le diverse strategie didattiche che il flipped learning prevede, si è scelto di abbinare insieme cooperative

5. Lo scaffolding, che tradotto letteralmente dall'inglese significa "impalcatura", indica un insieme di strategie di aiuto utilizzate da un esperto, come il docente, per agevolare l'apprendimento dell'individuo (Wood et al., 1976) e fonda le sue radici nel concetto di zona di sviluppo prossimale di Vygotskij (1978).

learning e problem based learning, tenendo conto dei riscontri positivi emersi da alcune ricerche su tale connubio (Cecchinato, 2014). Le lezioni sono state condotte dal ricercatore, sempre affiancato dal docente della classe. Per tutta la durata della sperimentazione gli studenti sono stati suddivisi in gruppi formati da un massimo di quattro membri ciascuno, in modo che fossero eterogenei rispetto alle competenze matematiche possedute,⁶ alla nazionalità e al sesso.

A seguito di un'introduzione delle sezioni coniche come particolari curve piane ottenibili dall'intersezione tra un piano e un cono circolare retto, nelle fasi della sperimentazione sono state affrontate, nell'ordine: parabola, ellisse, circonferenza e iperbole. Il primo approccio ad ogni conica è avvenuto mediante la presentazione di una situazione reale, che metteva in evidenza l'applicabilità delle proprietà matematiche della curva (ad esempio, lo specchio ustorio per la parabola). Si è proceduto poi con la scoperta autonoma da parte degli studenti delle proprietà geometriche ed analitiche di ciascuna conica tramite il supporto di filmati, animazioni in GeoGebra e schede guida. Per ogni curva, partendo dall'analisi del funzionamento della corrispondente macchina matematica (conicografo) mediante una simulazione virtuale, è stata fatta dedurre agli studenti la sua definizione come luogo geometrico. Da quest'ultima si è ricavata analiticamente l'equazione cartesiana della curva, con l'aiuto di schede guida e se necessario del docente, approfondendo le sue caratteristiche mediante figure dinamiche in GeoGebra. Al termine delle singole lezioni, i processi attuati e i risultati ottenuti da ogni gruppo sono stati condivisi in una discussione collettiva, arrivando così a delineare le conoscenze oggetto dell'unità di apprendimento. Al termine del percorso si è deciso di proporre un'attività di tipo autentico e creativo che consisteva nella richiesta di creare una video lezione, rivolta a una ipotetica nuova compagna di classe, con l'obiettivo di spiegare l'ultimo argomento svolto in aula: il funzionamento del telescopio riflettore.

La valutazione è stata, oltre che di tipo sommativo al termine del percorso (per verificare il raggiungimento degli obiettivi didattici prefissati), soprattutto di tipo formativo. In aggiunta alle correzioni, ai commenti e ai consigli che gli studenti ricevevano abitualmente durante le fasi di conduzione e conclusione della sfida, durante le quali il docente e il ricercatore hanno potuto agire nel ruolo di guida, è stato dato un feedback periodico anche ai compiti assegnati per casa. Gli elaborati, che potevano consistere in problemi sfidanti, ricerche personali, studi di fenomeni reali e attività di consolidamento come esercizi e quesiti (Cecchinato & Papa, 2016), sono stati corretti e riconsegnati agli studenti, arricchiti da suggerimenti di ripasso e approfondimento individualizzati. Questo ha permesso di monitorare il processo di apprendimento di ogni singolo discente, intervenendo tempestivamente su eventuali difficoltà.

Durante la sperimentazione si è optato per l'impiego di strumenti digitali, non limitandosi semplicemente all'utilizzo in aula di computer, LIM o smartphone, ma attuando anche uno stile comunicativo extrascolastico mediante la rete, presentando stimoli, gestendo i contatti con gli studenti, e richiamando i prerequisiti attraverso modalità multimediali e con l'uso di software didattici.

3.2 Metodi e strumenti

Nel presente lavoro si presenta un'analisi dei testi narrativi raccolti al termine dello svolgimento della sperimentazione. Lo strumento di ricerca self-report scelto è il tema strutturato: si tratta di materiale cosiddetto narrativo, sempre più frequente nella ricerca interpretativa, in particolare in quella sull'affect in cui è importante dare la maggior libertà di espressione possibile, permettendo a chi scrive di prendere decisioni autonome su cosa sia importante dire e cosa no. L'analisi di queste decisioni può dare informazioni di rilievo, ad esempio sulla dimensione di centralità psicologica inerente alle visioni che lo studente ha della matematica (Di Martino & Zan, 2011). Con l'obiettivo di comprendere come

6. Le competenze matematiche possedute sono state determinate grazie alla somministrazione di un test sui prerequisiti necessari allo svolgimento delle attività (ad esempio il piano cartesiano, la distanza tra due punti, il quadrato di binomio, i sistemi di equazioni di primo e secondo grado), oltre che alle valutazioni assegnate agli studenti durante l'anno scolastico in tale disciplina.

gli studenti avessero vissuto l'esperienza di apprendimento della matematica mediante la metodologia del flipped learning, si è proposta la seguente consegna da elaborare in un tema:

Racconta come hai vissuto l'esperienza del progetto *Flipped Math!* (Quali sensazioni e quali emozioni hai provato? Com'è stato il tuo rapporto con la matematica? Ti sei sentito motivato? Quanto, come e perché?). Specifica anche quali sono, secondo te, gli aspetti maggiormente positivi e negativi in questo percorso.

Pur essendo consapevoli del rischio di influenzare la risposta degli alunni fornendo indicazioni più dettagliate sugli aspetti da trattare nel tema, si è deciso di dare una direzione più precisa alla traccia, cercando di non far trasparire il focus esclusivo sulla motivazione, ma facendo emergere piuttosto un interesse generale verso i fattori affettivi. È infatti noto come, in questo genere di analisi, le parti di materiale narrativo legate al contesto di ricerca non sempre emergano spontaneamente e a volte sia necessaria una domanda più particolareggiata da parte del ricercatore⁷ (Lieblich et al., 1998).

La scrittura del tema è stata assegnata a tutte le classi al termine dell'intero progetto. È stato chiesto loro di svolgere il compito individualmente al di fuori dell'aula, nel tentativo di consentire ad ognuno di svolgere il lavoro in un ambiente tranquillo e con tempistiche adeguate alla riflessione e all'autoanalisi. Tale scelta ha però comportato la mancata consegna del lavoro da parte di alcuni studenti: su un totale di 341 allievi a cui era stata assegnata la traccia, solo il 64% (ossia 217 alunni)⁸ ha consegnato l'elaborato. Per quanto concerne l'analisi dei testi narrativi si è scelto di orientarsi verso un approccio categoriale-contenutistico che si realizza separando i testi originali in parti che vengono poi inserite in particolari categorie secondo i contenuti espliciti presenti. Tale scelta risulta essere particolarmente adatta quando il fenomeno studiato è condiviso all'interno di un gruppo di persone (Lieblich et al., 1998), come nel caso considerato.

Il primo step dell'analisi è stato quello di selezionare le parti rilevanti dei temi, dette *unità di testo* (parole, frasi o gruppi di frasi), assemblandole poi insieme per creare un nuovo testo contenente tutte le affermazioni riguardanti la tematica da studiare. Il criterio di selezione delle parti rilevanti non si è basato esclusivamente sulle domande di ricerca, ma anche sull'obiettivo più ampio di comprendere quali caratteristiche del flipped learning influenzino i fattori motivazionali e affettivi degli studenti. Ci si è perciò concentrati su quelle parti di testo che esprimevano opinioni positive e negative sulla metodologia, per identificare "quali caratteristiche", e sulle percezioni espresse dagli studenti relativamente al proprio apprendimento e alla propria sfera affettiva, per determinare "quali influenze". Il secondo step dell'analisi è consistito nella creazione di categorie: alcune definite a priori in base alla teoria di riferimento, altre in modo empirico dalla lettura dei temi (Lieblich et al., 1998) basandosi sul contenuto delle unità che sarebbero poi andate a includere. In generale l'etichetta assegnata alle singole categorie corrisponde a un argomento che taglia longitudinalmente le parti di testo precedentemente selezionate. Nel terzo step dell'analisi le unità selezionate sono state riordinate all'interno delle categorie.

Nella presente ricerca gli ultimi due step sono strettamente interconnessi tra di loro mediante una procedura circolare: infatti, dopo la definizione delle categorie a priori, queste sono state riviste e adattate in seguito a letture e classificazioni successive.

Le categorie così individuate sono state poi organizzate gerarchicamente e successivamente suddivise in due macro-gruppi, che qui chiameremo *ambiti*, secondo le caratteristiche che le contraddistinguono: *aspetti motivazionali* e *opinioni sul flipped learning*. Inoltre, ogni categoria può assumere una

7. Alla prima classe che ha aderito alla sperimentazione è stata proposta una consegna più generica, omettendo le domande inserite tra parentesi. Gli elaborati prodotti sono risultati essere molto impersonali, paragonabili a una relazione piuttosto che a una narrazione. Per tale ragione si è scelto di modificare il testo, specificando quali aspetti approfondire nel racconto, nel tentativo di far emergere considerazioni legate alla sfera personale e affettiva degli allievi.

8. Il campione era formato da studenti che frequentavano per il 24% il liceo scientifico, per il 34% il liceo classico, per il 9% il liceo artistico, per il 28% l'istituto tecnico e per il 5% l'istituto professionale.

valenza positiva o negativa, a seconda del contenuto. Si veda il par. 3.2.1 per maggiori dettagli.

Le unità in ogni categoria sono state contate, tabulate e ordinate secondo la loro frequenza. Inoltre, le categorie sono state usate descrittivamente per formulare la rappresentazione di una determinata caratteristica in un certo gruppo di persone.

Dalla lettura dei temi sono emerse relazioni ricorrenti tra le unità di testo che appartengono ad alcune delle categorie. In certi casi tali connessioni sono presenti in modo esplicito mediante congiunzioni di vario tipo, come "perché", "quindi", "ma" ecc., in altri casi invece in modo implicito ma deducibile dal testo. Queste relazioni sono state esaminate poiché in grado di fornire informazioni rilevanti sulle specifiche caratteristiche del flipped learning che potrebbero aver influito su un particolare aspetto affettivo. Infine, si è osservato che alcune unità appartenenti alle medesime categorie contengono riferimenti espliciti alle specificità della matematica, espresse mediante termini come "formule", "ragionamenti", "esercizi", mentre altre riguardano il lavoro scolastico in generale. Tali ricorrenze sono state esaminate poiché in grado di fornire informazioni rilevanti sulle specifiche caratteristiche del flipped learning che potrebbero aver influito su particolari aspetti affettivi nel campo specifico dell'apprendimento della matematica, che possiede peculiarità diverse da quelle di altre discipline.

3.2.1 Definizione di ambiti e categorie

Nel seguito si riporta una descrizione degli ambiti individuati per l'analisi dei temi e delle categorie in essi contenute.

L'ambito degli *aspetti motivazionali* contiene sette categorie che riguardano affermazioni riconducibili a diverse tipologie di motivazione, alla soddisfazione o meno dei tre bisogni psicologici e alla percezione o meno di un'utilità per l'apprendimento.

Per classificare le diverse tipologie di motivazione si è fatto riferimento alla teoria dell'autodeterminazione di Deci e Ryan (1985), in particolare allo schema in **Figura 1**. Le svariate asserzioni riguardanti questo sotto-ambito sono state suddivise in motivazione intrinseca, motivazione estrinseca, e assenza di motivazione:

- *motivazione intrinseca*: parti di testo in cui vengono espresse caratteristiche tipiche di un soggetto con una motivazione intrinseca o estrinseca con stile regolativo integrato (Deci & Ryan, 1985). Questo tipo di motivazione può essere manifestato attraverso il riferimento ad alcuni dei costrutti in esso compresi, come anticipato nel par. 2.2: interesse; curiosità; coinvolgimento attivo, espresso anche mediante una maggior attenzione in classe o durante lo studio, riconducibile a esperienze di flusso (Csikszentmihalyi, 1993); *divertimento*.⁹
- *motivazione estrinseca*: parti di testo che fanno riferimento alle valutazioni, o in generale al mostrare una buona immagine di sé, come elemento importante. Si fa dunque riferimento particolare a tipologie di motivazione estrinseca con regolazione esterna e introiettata.
- *assenza di motivazione*: parti di testo in cui lo studente dichiara di non sentirsi motivato.

Restando all'interno del quadro teorico scelto (Deci & Ryan, 1985), alcune affermazioni degli studenti sono state interpretate come indicazione della soddisfazione o meno di uno o più dei bisogni psicologici fondamentali. A seconda del bisogno fondamentale che emerge dal testo si identificano le seguenti categorie:

- *bisogno di competenza*: lo studente afferma di riuscire/non riuscire a controllare la situazione e di provare emozioni positive/negative nel farlo.
- *bisogno di autonomia*: viene espresso mediante semplici frasi del tipo "fare da solo" o tramite la presa di coscienza di una maggior responsabilità maturata.
- *bisogno di relazionalità*, generalmente espresso come:

9. Il termine *divertimento* viene impiegato anche da Middleton (1995) come sinonimo di motivazione intrinseca, con l'obiettivo di renderlo maggiormente comprensibile ad alunni e docenti nei suoi studi sperimentali. Si può avere ulteriore conferma della validità di tale scelta dalla ricerca empirica di Ryan et al. (1992) in cui si evidenzia una forte correlazione lineare positiva tra la motivazione intrinseca e il divertimento.

- *bisogno di relazionalità tra pari*: consiste nella costruzione e mantenimento della relazione con i compagni di classe, nel sentirsi membro di un gruppo coeso, nel percepirsi utile allo stesso ecc.
- *bisogno di relazionalità con il docente*: spesso non è esplicito ma deducibile dal testo, ad esempio con espressioni del tipo “mi sono trovato bene con il docente” o “vorrei ringraziare il docente per”.

Si conclude con l'unica categoria che riguarda la percezione espressa dagli studenti di aver raggiunto o meno gli obiettivi cognitivi fissati:

- *utilità/non utilità per l'apprendimento*: parti di testo in cui viene esplicitata l'utilità/non utilità di qualcosa per la comprensione e assimilazione dei concetti (facilitata o più profonda) o per l'organizzazione dello studio.

L'ambito delle *opinioni sul flipped learning* contiene otto categorie che riguardano le opinioni, positive o negative, espresse dagli studenti sulla metodologia del flipped learning, suddivise a seconda delle sue caratteristiche:

- *opinioni riguardanti l'apprendimento cooperativo*: parti di testo in cui gli studenti si riferiscono al “lavoro di gruppo”;¹⁰
- *opinioni riguardanti l'apprendimento per problemi*: parti di testo in cui gli studenti si riferiscono ad “attività di scoperta” o più semplicemente ai “ragionamenti” che sviluppano nella risoluzione dell'attività;
- *opinioni riguardanti le attività creative*: parti di testo in cui gli studenti si riferiscono alla “creazione del video sul telescopio riflettore”, essendo l'unica attività creativa proposta;
- *opinioni riguardanti il ponte tra matematica e realtà*: parti di testo in cui gli studenti si esprimono in merito agli esempi di applicazioni concrete mostrate come introduzione delle singole coniche o come problemi;
- *opinioni riguardanti il livello della sfida*: parti di testo in cui gli studenti esplicitano come il livello di difficoltà delle sfide, delle “spiegazioni” e delle attività proposte siano da loro avvertite come adeguate/non adeguate al proprio grado di competenza;
- *opinioni riguardanti l'uso della tecnologia*: parti di testo in cui gli studenti si esprimono in merito all'uso di strumenti tecnologici, tra i quali sono inclusi anche software didattici (come GeoGebra), mezzi di comunicazione online e siti internet (come YouTube);
- *opinioni riguardanti la valutazione formativa*: parti di testo in cui gli studenti parlano di “commenti”, “consigli” o “correzioni” dei compiti a casa;
- *opinioni riguardanti il coinvolgimento interpersonale del docente*: parti di testo in cui gli studenti descrivono l'insegnante con aggettivi come ad esempio “paziente”, “comprensivo”, “disponibile” ecc.

4 Analisi e discussione dei risultati

Per verificare le ipotesi esposte nel par. 2.3, si procede con la presentazione dei risultati.

4.1 Aspetti motivazionali

4.1.1 Tipologia di motivazione

I riferimenti alla motivazione sono stati molto generici nel 20% delle narrazioni, rendendo difficile l'in-

¹⁰ Consapevoli della differenza tra “lavoro di gruppo” e “apprendimento cooperativo” e del fatto che il primo non sia sempre riconducibile al secondo, ciò che viene espresso dagli allievi nei frammenti selezionati, come si mostrerà nel seguito, è certamente riconducibile alla strategia didattica dell'apprendimento cooperativo seppure, per ovvie ragioni, viene da loro nominata con termini di uso comune, come appunto “lavoro di gruppo”.

interpretazione e la successiva classificazione tra intrinseca ed estrinseca, come nell'esempio che segue:

1. «A mio parere questa esperienza è stata positiva, mi ha fatto maturare ed aiutato con la matematica motivandomi».

Altri studenti sono stati invece più specifici, fornendo elementi utili per determinare la tipologia della loro motivazione. Mettendo a confronto le seguenti tre unità di testo si può infatti riscontrare un esempio di motivazione intrinseca (esempio 2), di motivazione estrinseca (esempio 3) e di assenza di motivazione (esempio 4):

2. «Devo dire che mi sono sentita molto motivata nel mettermi alla prova con argomenti che non conoscevo».
3. «Mi sono sentita motivata soprattutto per alzare la media, non proprio positiva, soprattutto una decina di giorni prima del compito ho fatto molti esercizi in modo di arrivarci il più preparata possibile».
4. «[...] non ho la percezione di aver colmato le mie lacune e di conseguenza non mi sono sentita motivata durante l'esperienza».

Le unità di testo inscrivibili nella categoria relativa alla motivazione intrinseca (esempio 2) sono tra le più articolate e numerose, compaiono infatti nel 67% dei temi. Come anticipato, in esse sono stati identificati quattro differenti costrutti (De Beni & Moè, 2000): curiosità, interesse, divertimento e coinvolgimento attivo.

5. «Il metodo di spiegazione, oltre ad essere molto coinvolgente, era basato su fatti reali e molto strani (cucinare senza energia elettrica, la Chiesa di S. Andrea, il volto-ne del Podestà) quindi eri spronato dalla curiosità ad impegnarti per individuare la spiegazione dei fatti».
6. «Il progetto Flipped Math è stato molto interessante e coinvolgente mi sono sentita molto presa rispetto alle solite lezioni che svolgiamo in classe nelle quali è semplice distrarsi».
7. «[...] mi divertivo a svolgere gli esercizi e non saltavo neanche un compito perché era divertente e stimolante».

Curiosità e interesse, manifestati rispettivamente negli esempi 5 e 6, sono presenti complessivamente nel 44% delle narrazioni; nei temi vengono sempre espresse in modo esplicito essendo due vocaboli di uso comune. Altrettanto usuale è il termine divertimento, menzionato dal 28% del campione (esempio 7). Infine, nella sottocategoria chiamata "coinvolgimento attivo" sono state inserite le frasi del 24% degli studenti che, come nell'esempio 6, si sentono «molto presi» dall'attività.

I segnali della presenza di una motivazione estrinseca (esempio 3) sono meno frequenti, solo nel 13% dei testi, e quasi tutti coincidono con il desiderio di prendere buone valutazioni o evitare quelle negative (esempio 8), sono invece pochi i riferimenti espliciti all'obiettivo di mostrare una buona immagine di sé (esempio 9):

8. «[...] mi sono sentita abbastanza motivata perché nelle verifiche, andando bene, volevo mantenere e ottenere sempre risultati così positivi».
9. «[...] ha creato anche una sana competizione per evitare di sapere meno dei tuoi compagni del gruppo quindi motivandomi a studiare e a saperne di più».

In tutti i casi sembra trattarsi di uno stile regolativo introiettato, o al più identificato, proprio per il rlie-

vo che i narratori danno alla valutazione e al dimostrarsi competenti agli occhi degli altri o di sé stessi. Sono rare, infine, le espressioni riconducibili ad un'assenza di motivazione (esempio 4), che compaiono nel 4% delle narrazioni, sempre in modo diretto, come nell'esempio che segue:

10. «Non mi sono pertanto sentita troppo motivata».

4.1.2 Bisogni psicologici fondamentali

Il bisogno soddisfatto con la frequenza maggiore è quello di relazionalità, emerso dal 36% dei temi:

11. «Personalmente il mio gruppo mi piaceva, ed è stato anche di aiuto, perché così ho conosciuto meglio le mie compagne che è dal primo anno che le conosco».
12. «[...] mi sono trovata spesso a spiegare alcune cose ai membri del mio gruppo che avevano perso una parte di spiegazione o non avevano capito qualcosa, e questo mi ha fatto piacere perché mi sono sentita "utile" e ascoltata».
13. «Vi ringrazio per la vostra disponibilità nell'ascoltare i nostri dubbi per la pazienza che avete portato».

Si tratta due volte su tre della soddisfazione del bisogno di relazionalità tra pari, avvenuto in alcuni casi grazie alla costruzione o al consolidamento di legami in ambito sociale, come riportato nell'esempio 11, in altri invece al senso di appartenenza a un gruppo con cui ci si identifica percependosi degni e approvati, come espresso nell'esempio 12. La frase dell'esempio 13, invece, si riferisce al bisogno di relazionalità con il docente, dal quale sembra che gli allievi si sentano apprezzati e rispettati.

Il soddisfacimento del bisogno di competenza viene espresso nel 15% dei temi attraverso dichiarazioni legate al piacere provato nel riuscire a controllare la materia e a raggiungere gli obiettivi sperati, come espresso rispettivamente negli esempi seguenti:

14. «[...] con questo progetto mi sono sentita di ritornare brava come gli anni precedenti e sono molto fiera dei progressi che sono riuscita ad ottenere».
15. «Un aspetto positivo è stato sicuramente ricavare la teoria dagli esercizi poiché anche se è un metodo a cui non eravamo abituati, sono riuscita ad apprendere i concetti e mi è piaciuto riuscire a ricavarli senza studiarli precedentemente».

Dall'esempio 15 emerge, oltre alla soddisfazione del bisogno di competenza per essere riuscita ad «apprendere i concetti», anche la soddisfazione del bisogno di autonomia: giungere autonomamente alla scoperta o alla soluzione di un problema, come viene espresso, provoca un senso di appagamento. La frequenza con cui compare è abbastanza ridotta (8%) ma d'altronde, come anticipato, è il bisogno più complesso da soddisfare ed è quello che permette di passare da una regolazione introiettata a una più autodeterminata.

Per quanto riguarda invece la non soddisfazione dei bisogni psicologici fondamentali si sono ritrovati nei testi solo riferimenti al bisogno di relazionalità tra pari e a quello di competenza. I primi rimandano quasi sempre a una mancata collaborazione all'interno dei gruppi, come nell'esempio che segue:

16. «[...] i gruppi non erano tutti equilibrati, è molto complesso lavorare bene insieme e spesso non tutti collaborano».

I secondi vengono espressi mediante un senso di disagio quando le proprie abilità sono percepite non all'altezza dell'obiettivo prefissato (compiti troppo difficili), o attraverso un senso di noia/disinteresse quando il livello dell'attività proposta è percepita inferiore alle proprie competenze (compiti troppo facili). A titolo esemplificativo proponiamo rispettivamente gli esempi 17 e 18:

17. «Riguardando al percorso, però, devo dire che potevo impegnarmi di più e magari fare più esercizi, anche se quelli che ho fatto, a volte, non riuscivo a svolgerli completamente e questo ha provocato in me sconforto e rabbia».
18. «Un aspetto da migliorare potrebbe essere l'eccessiva facilità di alcuni esercizi che, resi più difficili, sono più allettanti e stimolanti per gli studenti».

4.2 Opinioni sul flipped learning

All'inizio di questa panoramica è stata anticipata la presenza di relazioni tra le diverse categorie, identificate grazie a congiunzioni causali nelle unità di testo ("perché", "dal momento che" ecc.), alcune delle quali ricorrenti all'interno del campione. Grazie a tali relazioni è stato possibile individuare un legame tra alcune caratteristiche del flipped learning e le categorie relative ai fattori motivazionali sopra esposte. Per comprendere quali caratteristiche della metodologia in esame abbiano influenzato tali fattori, si procede col considerare alcune categorie riferibili a opinioni, positive o negative, espresse dagli studenti relativamente all'utilizzo del flipped learning in matematica.

4.2.1 Cooperative learning

Una delle categorie che compare con la frequenza più alta, pari al 56%, è sicuramente quella che contiene giudizi positivi sull'utilizzo del cooperative learning. L'apprendimento cooperativo sembra sia stato apprezzato, oltre che per la sua funzionalità all'apprendimento, anche per essere stato in grado di generare motivazione intrinseca e di soddisfare il bisogno di competenza. L'utilizzo del cooperative learning ha infatti soddisfatto il bisogno di relazionalità tra pari creando un ambiente che favorisce la creazione e il mantenimento di legami con i compagni e la percezione di essere elemento degno e utile del gruppo, come esplicitato rispettivamente negli esempi 19 e 20.

19. «Per me è stato sorprendente poter conoscere lati di persone che mai avrei pensato di distinguere».
20. «[...] il fatto di lavorare in gruppo mi ha stimolato a partecipare e ad ascoltare le lezioni così da poter dare un aiuto durante gli esercizi insieme».

Emerge inoltre come la motivazione intrinseca sia stata stimolata, in particolare mediante il divertimento e il coinvolgimento attivo, come emerge dall'esempio che segue.

21. «I lavori di gruppo sono stati molto divertenti e utili, perché al loro interno ognuno di noi aveva un ruolo specifico e perciò la possibilità di confrontarci l'un l'altro ha reso l'attività più serena facendoci sentire tutti coinvolti e motivati».

Anche le opinioni negative riguardo l'apprendimento cooperativo sono tra le più elevate paragonate alle altre categorie a valenza negativa, compaiono infatti nel 9% degli elaborati. Queste sono dovute per lo più a una predisposizione personale al lavoro individuale, alla percezione di una non utilità per l'apprendimento o al mancato soddisfacimento del bisogno di relazionalità tra pari.

4.2.2 Problem based learning

Meno incisivo rispetto al cooperative learning è stato il problem based learning, a cui si fa riferimento nel 16% dei temi. Naturalmente il rinvio ad esso non è diretto, ma avviene piuttosto mediante una descrizione dello stesso, facendo cenno a processi di ragionamento e di deduzione che lo caratterizzano. Seppur l'incidenza dei riferimenti all'apprendimento per problemi non è paragonabile a quella relativa all'apprendimento cooperativo, le ragioni che sottendono tale apprezzamento sono rilevanti: la sua funzionalità all'apprendimento (esempio 22) e la capacità di generare motivazione intrinseca, oltre che soddisfare il bisogno di competenza e autonomia (esempio 23).

22. «[...] perché l'idea di far giungere gli studenti alle formule definitive piuttosto che esporle come in una normale lezione, secondo me ha funzionato. In particolare mi sono sentito più incuriosito e coinvolto rispetto a una normale lezione di matematica».
23. «Inoltre era molto gratificante giungere ad una conclusione corretta di un esercizio, soprattutto perché frutto dei nostri pensieri, siccome l'obiettivo era quello di arrivare alla soluzione dei problemi in gruppo, senza la spiegazione dei prof».

Come emerge dall'esempio 22, gli studenti si sono sentiti interessati, coinvolti attivamente, incuriositi e hanno percepito l'utilità del lavoro svolto, tutti elementi riferibili alla motivazione intrinseca. Nell'esempio 23 possiamo notare invece come il bisogno di competenza e autonomia venga messo in relazione con l'apprendimento per problemi.

In particolare, la proposta di problemi contestualizzati all'interno del mondo reale, specialmente nella fase del lancio della sfida, ha portato ad un apprezzamento (esplicitato nel 24% dei temi), soprattutto per l'interesse stimolato, come si evince anche dal seguente esempio.

24. «È stato anche molto interessante vedere come le sezioni coniche siano una costante nella nostra vita quotidiana, di come la matematica si concretizzi nella realtà e di quanto questa ci sia utile nello stretto legame di essa con l'arte».

Sono state rilevate anche alcune opinioni negative rispetto a tale strategia didattica: circa il 4% del campione non l'ha apprezzata. Alcuni studenti, abituati a una posizione più passiva in cui è sufficiente memorizzare le nozioni, sono in difficoltà ad adattarsi al nuovo metodo considerato "più difficile", probabilmente perché esso richiede un maggior impegno e sforzo cognitivo.

4.2.3 Attività creative e uso della tecnologia

Una caratteristica che contraddistingue il flipped learning da altre metodologie è quella di proporre anche attività di tipo creativo. Sebbene durante la sperimentazione ci sia stata un'unica occasione per approcciarsi a questo tipo di attività, ad essa fanno riferimento positivo il 19% degli studenti, mentre le considerazioni negative non arrivano a coprire neanche l'1% dei temi. La ragione principale di questo apprezzamento, oltre la funzionalità all'apprendimento, è stato il divertimento scaturito, sottocategoria della motivazione intrinseca.

25. «Ciò che mi è piaciuto di più in assoluto è stato fare il video, mi sono divertita con il mio gruppo e da una semplice idea siamo arrivati, anche per scherzo, a creare un corto vero e proprio che mi ha fatta tornare sempre a casa col sorriso».

Come emerge dall'esempio 25, la possibilità di mettere in gioco la propria fantasia e il proprio estro, lavorando con i coetanei su un progetto autentico, ha condotto ad apprezzare la metodologia proposta. Nel 20% dei temi sono presenti opinioni positive rispetto l'utilizzo della tecnologia, riferibili in particolare modo all'uso di software didattici e di video online, come si nota rispettivamente dagli esempi 26 e 27, soprattutto per via dell'utilità per l'apprendimento e dell'interesse scaturito.

26. «Abbiamo affrontato questi argomenti con l'ausilio di GeoGebra e penso che questo abbia attirato l'attenzione di noi studenti, soprattutto per vedere come la variazione di certi parametri influisce sulla rappresentazione grafica della figura».
27. «Ci è stato concesso di avvicinarci gradualmente ai concetti attraverso un percorso non solo cartaceo ma anche digitale. Guardare dei video è un modo davvero stimolante e funzionale perché cattura al meglio l'attenzione e lascia ben impresso in mente quanto ho appreso durante l'ora».

In entrambi i casi emerge come la componente grafica attiri maggiormente l'attenzione degli alunni, generando interesse e stimolando quindi la comparsa di motivazione intrinseca. Sono presenti anche opinioni negative riguardo l'utilizzo della tecnologia nella didattica, ma la frequenza non supera il 2%.

4.2.4 Nuovo ruolo del docente, livello ottimale della sfida e valutazione formativa

La nuova posizione di "guida" assunta dal docente in classe è stata notata, ed esplicitata con valenza positiva, nel 23% dei temi.

28. «[...] mi sono trovata davvero bene perché siamo stati seguiti molto sia a casa che a scuola, abbiamo avuto molti aiuti e [i docenti sono stati] sempre disponibili quando ne avevamo bisogno».
29. «[...] riuscire ad arrivare a ragionamenti che abbiamo pensato tutti insieme ti apre molto la mente ti porta a grandi soddisfazioni».

In questi esempi si evidenzia come ciò abbia condotto alla soddisfazione del bisogno di relazionalità, (esempio 28), grazie alla percezione di un maggior coinvolgimento interpersonale del docente e di una maggior attenzione per il singolo. Inoltre, il nuovo ruolo di facilitatore dei processi di apprendimento ha permesso di soddisfare anche il bisogno di autonomia degli studenti (esempio 29), che si sono sentiti in grado di raggiungere gli obiettivi prefissati "tutti insieme" senza l'aiuto del docente, quindi in modo autonomo rispetto alla figura di riferimento.

Compito del docente è anche quello di proporre attività adeguatamente sfidanti, fatto che è stato percepito ed esplicitato dall'11% del campione (esempio 30) mentre l'8% ha espresso un senso di inadeguatezza per il grado di difficoltà delle attività progettate (esempio 31). In tal caso, come ipotizzabile in accordo con la teoria della zona di sviluppo prossimale di Vygotskij (1978), sono emerse due diverse situazioni: le richieste fatte agli studenti venivano percepite come eccessive o difficili, facendoli sentire "stanchi" e frustrati (esempio 31), oppure eccessivamente facili e quindi non stimolati (esempio 32).

30. «Durante i lavori di gruppo mi sono sentita spesso all'altezza degli esercizi da svolgere molte volte ho saputo prendere in mano le redini della situazione e gestire l'attività».
31. «All'inizio di ogni argomento trovavo soprattutto difficoltà nel comprenderlo e provavo frustrazione e ansia per quando andavo a fare gli esercizi che volte non mi venivano».
32. «Un aspetto forse negativo sono gli esercizi che abbiamo dovuto svolgere per casa o in classe che a volte risultavano un po' troppo facili».

Le categorie che risultano essere legate più frequentemente con quella relativa al livello ottimale della sfida, sia a valenza positiva che negativa, sono quelle riguardanti il bisogno di competenza, come emerge dall'esempio 32.

Concludiamo l'analisi delle opinioni sulla metodologia del flipped learning con la categoria relativa all'utilizzo della valutazione formativa, identificata soprattutto con la correzione dei compiti assegnati per casa mediante commenti e suggerimenti, che compare, solo con una valenza positiva, nel 6% dei testi. La ragione principale è la sua funzionalità all'apprendimento.

4.3 Riferimenti alle specificità della matematica

Da analisi successive sul materiale narrativo si è osservato che, seppur il riferimento alla matematica fosse implicito (considerando che i narratori raccontano l'esperienza originata dall'utilizzo del flipped learning durante le lezioni di matematica), alcune parti sembrano poter non riguardare specificata-

mente l'insegnamento-apprendimento della materia, ma il lavoro a scuola in generale (esempio 33), mentre in altre parti viene fatto riferimento proprio alla specificità che gli allievi vedono nella materia (esempio 34).¹¹

33. «[...] mi ha aiutato a conoscere meglio i miei nuovi compagni di classe e anche quelli vecchi».
34. «Le lezioni di *matematica* sono state più interessanti delle solite lezioni, in quanto abbiamo partecipato in prima persona per ricavare le *formule* e i *ragionamenti*».

Si è quindi deciso di approfondire l'analisi dei riferimenti alla disciplina presenti nelle unità di testo già analizzate per quanto riguarda l'ambito degli aspetti motivazionali e quello delle opinioni sul flipped learning. I riferimenti alla disciplina si concentrano soprattutto nelle opinioni riguardo l'apprendimento per problemi e il tentativo di creare un avvicinamento tra mondo reale e matematica, che tra l'altro è proprio uno dei presupposti del problem based learning. In particolare, è frequente il riferimento al processo deduttivo, alle attività di risoluzione di problemi e agli esempi applicativi dei concetti matematici in situazioni reali. Sono presenti anche rimandi all'uso della tecnologia.

Emerge inoltre che anche i bisogni di competenza e autonomia sono strettamente contestualizzati all'interno della materia oggetto del progetto, che viene spesso richiamata o a cui viene fatto riferimento implicito, come mostrato nell'esempio 34.

Invece le categorie riguardanti l'apprendimento cooperativo e l'utilizzo di attività creative hanno presentato pochissimi riferimenti alla materia. Queste, infatti, si rifanno per lo più a competenze trasversali o a caratteristiche intrinseche dell'attività che esulano da quelle disciplinari.

Similmente anche la soddisfazione del bisogno di relazionalità, sia col docente che con i propri compagni, non pare essere legata alla matematica. Le frasi che sono state individuate, infatti, potrebbero essere state pronunciate durante l'ora di una qualsiasi altra materia scolastica, come mostra l'esempio 33. Al netto delle considerazioni esposte si può osservare come la terna problem based learning–bisogno di competenza–bisogno di autonomia, messa in evidenza precedentemente dalle relazioni tra le categorie, sia caratterizzata da una forte presenza di riferimenti diretti alla matematica, al contrario invece del binomio peer education–bisogno di relazionalità.

5 Conclusioni

La ricerca sperimentale presentata in questo articolo indaga la possibile influenza del flipped learning sulla motivazione ad apprendere in matematica negli studenti di scuola secondaria di secondo grado. Ciò avviene mediante l'analisi dei testi narrativi raccolti al termine della sperimentazione descritta, con l'obiettivo di individuare degli indicatori relativi alla soddisfazione dei tre bisogni psicologici fondamentali, che implicano un aumento del livello di autodeterminazione durante l'apprendimento (Deci & Ryan, 1985). Sono stati ricercati inoltre indicatori della presenza di alcuni elementi caratterizzanti la motivazione intrinseca, come la curiosità, l'interesse e il coinvolgimento attivo. Lo studio possiede la peculiarità di essere specificatamente rivolto all'apprendimento in matematica.

Volendo trarre alcune conclusioni dai risultati emersi dall'analisi, la tipologia di motivazione provata dalla maggior parte degli studenti è quella intrinseca (67% dei testi), espressa mediante alcune dei suoi elementi caratteristici (curiosità, interesse, coinvolgimento attivo e divertimento), seguita

¹¹. Per mettere in risalto graficamente i riferimenti alla matematica o alle sue specificità, sono evidenziate in corsivo alcune parole chiave.

da quella estrinseca (13% dei testi) e dall'assenza di motivazione (4% dei testi). In particolare, le caratteristiche del flipped learning che hanno stimolato curiosità e interesse sono state la proposta di problemi contestualizzati in contesti reali e l'utilizzo della tecnologia, mentre il coinvolgimento attivo e il divertimento sono scaturiti soprattutto dall'utilizzo del cooperative learning e dalla proposta di attività creative. L'ipotesi di ricerca d) risulta essere solo parzialmente verificata, in quanto non sono emersi collegamenti espliciti tra la categoria contenente riferimenti alla motivazione intrinseca e quella relativa alla percezione di un livello delle attività come adeguatamente sfidanti.

Dalla nostra analisi il flipped learning è risultato essere un ambiente in grado di sostenere i tre bisogni psicologici fondamentali, essi infatti compaiono nei temi con percentuali rilevanti. Disponendoli dal più al meno frequente si trova il bisogno di relazionalità (36%), quello di competenza (15%) e quello di autonomia (8%), confermando lo studio sperimentale di Sergis et al. (2018), il cui diagramma a barre è riportato in Figura 2. Come si può osservare, infatti, il bisogno di relazionalità (rappresentato dalla barra in giallo) ottiene la percentuale di soddisfazione più alta all'interno dei gruppi sperimentali (indicati con la sigla EG), seguito dal bisogno di competenza (rappresentato dalla barra in verde) e da quello di autonomia (rappresentato dalla barra in rosso).

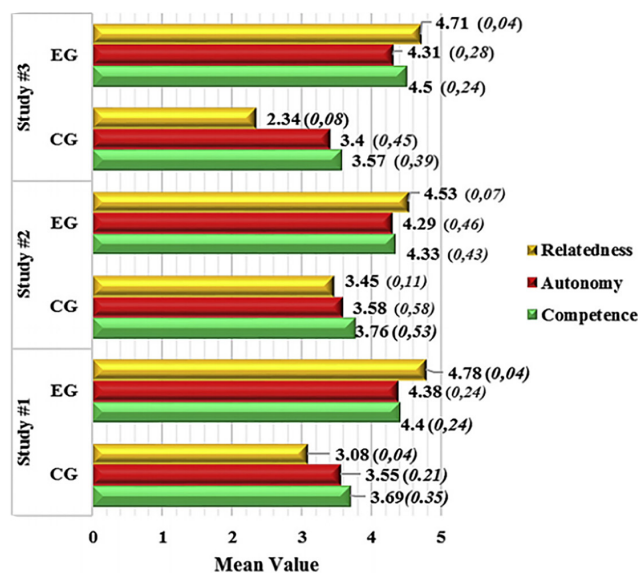


Figura 2. Statistica descrittiva dei bisogni psicologici fondamentali nei tre studi mettendo a confronto gruppo sperimentale (EG) e gruppo di controllo (CG) (Sergis et al., 2018, p. 374).

Come supposto nell'ipotesi c), il bisogno di relazionalità sembra essere stato favorito soprattutto dall'utilizzo di strategie di apprendimento cooperativo, dando origine a un ambiente che favorisce la creazione e il mantenimento di legami con i compagni e la percezione di essere elemento degno e utile del gruppo, ma anche dal nuovo ruolo del docente, in grado di dimostrare attenzione al singolo e coinvolgimento interpersonale. I risultati dell'analisi forniscono conferma anche relativamente alle congetture fatte sugli altri due bisogni psicologici fondamentali di competenza (ipotesi a) e autonomia (ipotesi b), che sembrano essere stati soddisfatti dall'utilizzo delle strategie di active learning applicate nella sperimentazione, il cooperative learning e il problem based learning, fornendo inoltre informazioni più dettagliate. Nel percorso proposto, infatti, sembra che sia stato in particolare il problem based learning a supportare questi due bisogni, insieme alla scelta di sfide dal livello ottimale, che ha contribuito all'appagamento del bisogno di competenza, e il nuovo ruolo del docente, che ha soddisfatto il bisogno di autonomia. Non sono emersi collegamenti tra la soddisfazione del bisogno di competenza e l'uso della valutazione formativa, come invece si era supposto nell'ipotesi di ricerca a). Dall'analisi delle ricorrenze dei riferimenti alle specificità della matematica, inoltre, sono emersi alcuni

fatti di rilievo che non erano stati presi in considerazione al momento dell'elaborazione delle ipotesi, ma che trovano un riscontro in letteratura e nella pratica didattica. Rispetto al cooperative learning, il problem based learning risulta essere maggiormente indicato per l'insegnamento-apprendimento specifico della matematica, grazie alle caratteristiche che lo contraddistinguono, molte delle quali affini ai processi che si attuano studiando la disciplina (problem solving, ragionamenti induttivi seguiti da quelli deduttivi, riflessione ecc.) (Dorier & Maass, 2014). L'apprendimento per problemi, inoltre, sembra sostenere i bisogni psicologici fondamentali di competenza e autonomia, in particolare in matematica. Al contrario nei frammenti di testo relativi alle opinioni sull'apprendimento cooperativo e al bisogno di relazionalità, che, come osservato, sono due categorie in relazione tra loro, compaiono molto di rado riferimenti alle specificità della disciplina. Si potrebbe dunque supporre che l'utilizzo di questa strategia didattica, seppur sia stata la più apprezzata e abbia influito positivamente su molti aspetti delle percezioni degli studenti, potrebbe portare i medesimi vantaggi anche applicata ad altre discipline scolastiche. Pensiamo invece che il problem based learning, seppur risulti preso meno in considerazione negli elaborati, sia uno strumento del flipped learning particolarmente adatto per trattare la matematica, e quindi una risorsa da tenere in considerazione nel nostro ambito, insieme all'utilizzo di software didattici, giudicati funzionali per l'approccio alla disciplina.

Per concludere, sulla base dei risultati e delle osservazioni riportati, si può ipotizzare che un utilizzo del flipped learning, che sfrutti strategie di cooperative learning e problem based learning, può favorire la soddisfazione dei bisogni psicologici fondamentali e stimolare la curiosità, l'interesse, il divertimento e il coinvolgimento attivo, sviluppando così negli studenti una motivazione intrinseca in matematica, che, se iterata per lunghi periodi, potrebbe trasformarsi in un tratto stabile del soggetto.

Bibliografia

- Abeysekera, L., & Dawson, P. (2015). Motivation and cognitive load in the flipped classroom: definition, rationale and a call for research. *Higher Education Research and Development*, 34(1), 1–14.
- Barrows, H. S., & Tamblyn, R. M. (1980). *Problem-based Learning in Medical Education*. Springer.
- Bergmann, J., & Sams, A. (2012). *Flip your classroom: Reach every student in every class every day*. ISTE.
- Berlyne, D. E. (1971). *Conflitto, attivazione e creatività*. Franco Angeli Editore.
- Boscolo, P. (2003). La motivazione ad apprendere tra ricerca psicologica e senso comune. *Scuola e città*, 1, 81–92.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), 33–115.
- Carotenuto, G., & Sbaragli, S. (2018). Flipped classroom per la formazione insegnanti: una ricerca sulla percezione degli studenti. *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula*, 3(1), 7–34.
- Cecchinato, G. (2014). Flipped classroom: innovare la scuola con le tecnologie digitali. *Tecnologie Didattiche*, 22(1), 11–20.
- Cecchinato, G., & Papa, R. (2016). *Flipped classroom un nuovo modo di insegnare e apprendere*. UTET.
- Csikszentmihalyi, M. (1993). *The evolving self: A psychology for third millennium*. Harper Collins.

- D'Amore, B., Godino, D. J., Arrigo, G., & Fandino Piñilla, M. I. (2003). *Competenze in matematica*. Pitagora.
- D'Amore, B., & Sbaragli, S. (2011). *Principi di base di didattica della matematica*. Pitagora.
- Da Re, F. (2013). *La didattica per competenze*. Pearson Italia.
- De Beni, R., & Moè, A. (2000). *Motivazione e apprendimento*. Il Mulino.
- Deci, E. L. (1975). *Intrinsic motivation*. Plenum Press.
- Deci, E. L., & Ryan, R. M. (1985). *Intrinsic motivation and self-determination in human behavior*. Plenum Press.
- Deci, E. L., Eghrari, H., Patrinck, B., & Leone, D. (1994). Facilitating internalization: The self-determination theory perspective. *Journal of Personality*, 62, 119–142.
- Di Martino, P., & Zan, R. (2011). Attitude towards mathematics: a bridge between beliefs and emotions. *ZDM Mathematics Education*, 43, 471–482.
- Dorier, J., & Maass, K. (2014). Inquiry-based mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 300–303). Springer.
- Hannula, M. (2004, Luglio). *Regulating motivation in mathematics*. [Paper presentation]. Topic Study Group 24 of ICME-10, Copenhagen, DK.
- Hannula, M. (2012). Exploring new dimension of mathematics-related affect: embodied and social theories. *Research in Mathematics Education*, 14(2), 137–161.
- Harter, S. (1992). The relationship between perceived competence, affect and motivational orientation within the classroom: Processes and patterns of change. In A. K. Boggiano & T. S. Pittman (Eds.), *Achievement and motivation: A social-developmental perspective* (pp. 77–114). Cambridge University Press.
- Hidi, S. (1990). Interest and its contribution as a mental resource for learning. *Review of Educational Research*, 60, 549–350.
- Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Holubec, E. J. (1996). *Apprendimento cooperativo in classe: migliorare il clima emotivo e il rendimento*. Erickson.
- King, A. (1993). From Sage on the Stage to Guide on the Side. *College Teaching*, 41(1), 30–35.
- Lazzari, E. (2017). I sistemi di numerazione: un'esperienza di apprendimento capovolto. *Annali online della Didattica e della Formazione Docente*, 9(14), 372–393.
- Lazzari, E. (2018). Flipped learning e motivazione in matematica: possibili concessioni e implicazioni didattiche. In C. Cateni, C. Fattori, R. Imperiale, B. Piochi, A. Veste & F. Ricci (Eds.), *Quaderni GRIMeD 4. Fare matematica in relazione* (pp. 114–123). Il capitello.
- Lieblich, A., Tuval-Maschiach, R., & Zilber, T. (1998). *Narrative research. Reading, Analysis and Interpretation*. SAGE Publication.

- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In D. A. Grows (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of mathematics* (pp. 575–596). McMillan.
- Middleton, J. A. (1995). A study of Motivation in the Mathematics Classroom: A Personal Constructs Approach. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(3), 256–279.
- Middleton, J. A., & Spanias, P. (1999). Motivation for Achievement in Mathematics: Findings, Generalizations, and Criticisms of the Research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(1), 65–88.
- Miquelon, P., & Vallerand, R. J. (2008). Goal motives, well-being, and physical health: An integrative mode. *Canadian Psychology*, 49(3), 241–249.
- Murphy, P. K., & Alexander, P. A. (2000). A motivated exploration of motivation terminology. *Contemporary Educational Psychology*, 25, 3–53.
- Nietz, I., Galiano, O., & Mayer, F. (2016). Vers un cadrage théorique pour comprendre la classe inverse. In A. Dumont & D. Berthiaume (Eds.), *La pédagogie inverse: Enseigner autrement dans le supérieur par la classe inversée* (pp. 39–50). De Boeck Supérieur.
- Pellerey, M. (1993). Volli, sempre volli, fortissimamente volli: La rinascita della pedagogia della volontà. *Orientamenti psicologici*, 6, 1005–1017.
- Ryan, R. M. (1982). Control and information in the intrapersonal sphere: An extension of cognitive evaluation theory. *Journal of Personality and Social Psychology*, 43(3), 450–461.
- Ryan, R. M., Connell, J. P., & Grolnick, W. S. (1992). When achievement is not intrinsically motivated: A theory of internalization and self-regulation in school. In A. K. Boggiano & T. S. Pittman (Eds.), *Achievement and motivation: A social-developmental perspective* (pp. 167–188). Cambridge University Press.
- Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2000a). Self-determination theory and facilitation of intrinsic motivation, social development and well-being. *American Psychology*, 55(1), 68–78.
- Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2000b). Intrinsic and Extrinsic Motivations: Classic Definitions and New Direction. *Contemporary Educational Psychology*, 25, 54–67.
- Ryan, R. M., & Grolnick, W. S. (1986). Origins and pawns in the classroom: Self-report and projective assessments of individual differences in children's perceptions. *Journal of Personality and Social Psychology*, 50(3), 550–558.
- Ryan, R. M., & La Guardia, J. (2000). What is being optimized over development? A self-determination theory perspective on basic psychological needs across the life span. In S. Qualls & R. Abeles (Eds.), *Psychology and the aging revolution: How we adapt to longer life* (pp. 145–172). American Psychological Association.
- Sams, A., & Bergmann, J. (2013). Flip your students' learning. *Educational Leadership*, 7, 16–20.
- Schiefele, U. (1991). Interest, learning, and motivation. *Educational Psychologist*, 26, 299–323.

- Sergis, S., Sampson, D. G., & Pelliccione, L. (2018). Investigating the impact of Flipped Classroom on students' learning experiences: A Self-determination Theory approach. *Computers in Human Behavior, 78*, 368–378.
- Skinner, B. F., Bolacchi, G., & Gallone, M. (1974). *La scienza del comportamento: ovvero il behaviorismo*. SugarCo.
- Vastarella, S. (2016). Postfazione. In J. Bergmann & A. Sams (Eds.), *Flip your classroom. La didattica capovolta* (pp. 113–127). Giunti Scuola.
- Vygotskij, L. S. (1978). *Mind in Society*. Harvard University Press.
- Wæge, K. (2010). Motivation for learning mathematics in terms of needs and goals. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne & F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of CERME 6* (pp. 84–93). Institut National de Recherche Pédagogique.
- Wood, D., Bruner, J., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *The Journal of Child Psychology Psychiatry, 17*, 89–100.
- Zan, R., Brown, L., Evans, J., & Hannula, M. S. (2006). Affect in mathematics education: An introduction. *Educational Studies in Mathematics, 63*(2), 113–121.