

I cerchi nel grano

Crop circles

David Lognoli

Scuola media annessa all'Educando Statale "SS. Annunziata" di Firenze – Italia

✉ david.lognoli@gmail.com

Sunto / La matematica alimenta lo spirito critico e democratico alla base di una cittadinanza consapevole. A tal fine la contestualizzazione è una risorsa per costruire un atteggiamento positivo degli allievi. L'intreccio della matematica con altre abilità è una necessità didattica per conseguire gli obiettivi del curriculum e uno strumento per mobilitare le diverse competenze per una valutazione personalizzata.

Nella pratica d'aula questo approccio permette di superare la riproposizione di esercizi stereotipati e di mobilitare più competenze, consente inoltre di coinvolgere l'intera classe nel dialogo educativo e di valorizzare ogni contributo.

L'idea sperimentata in aula, all'interno dell'unità didattica dedicata al cerchio e alla circonferenza, ha preso spunto da una famosa burla dei cerchi nel grano risalente agli anni '70. L'attività si è conclusa con una sfida creativa: il progetto di un cerchio nel grano. Oltre a richiedere la misura delle parti del cerchio ha sollecitato la progettazione di vere e proprie istruzioni operative per realizzare un cerchio nel grano.

Parole chiave: misura; cerchio; compito di realtà; creatività.

Abstract / Mathematics nourishes the critical and democratic essence at the foundation of conscious citizenship. For this purpose, contextualization is a resource for building a positive attitude from the students' point of view. The concurrency of mathematics with other active skills is an educational necessity to achieve the targets of the curriculum and to mobilize different skills to be able to give a personalized assessment.

In classroom practice, this approach allows to overcome the repetition of stereotyped exercises. At the same time, mobilizing more skills, gives the chance to involve the whole class in the educational dialogue enhancing every contribution.

The idea experimented with the students, within the didactic unit dedicated to the circle and circumference, was inspired by a famous crop circles hoax of the seventies. The activity ended with a creative challenge: the drawing of a crop circle. In addition to requiring the measurement of the parts of the disk, the activity involved the design of real operating instructions to create a crop circle.

Keywords: measure; circle; authentic task; creativity.

1 Introduzione

Il presente lavoro illustra un'attività svolta in una classe terza di una scuola secondaria di primo grado italiana,¹ corrispondente all'ottavo anno di istruzione. L'attività è stata inserita all'interno dell'unità didattica dedicata alla circonferenza, al cerchio e alla loro misura. In conseguenza delle misure per il contenimento della pandemia Covid-19 parte del lavoro si è svolto a distanza su piattaforma G-Suite for Education.

L'intera unità didattica, così come i tre anni di insegnamento, è stata condotta intrecciando i contenuti disciplinari della matematica con aspetti della esperienza quotidiana, della storia, della cultura al fine di porre i contenuti oggetto di apprendimento in un contesto reale. Questo approccio consente da una parte di corroborare i processi di astrazione, dall'altra di legare il rigore della matematica con esigenze della situazione reale (o simulata) piuttosto che al formalismo matematico proprio del successivo livello di studi. L'obiettivo è quello di offrire agli studenti, sia a quelli che proseguiranno seguendo studi liceali sia a quelli che sceglieranno studi tecnico-professionali, gli strumenti per raggiungere i traguardi previsti nelle Indicazioni nazionali italiane (Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca [MIUR], 2012) per lo sviluppo delle competenze imprescindibili alla fine del primo ciclo di istruzione. In particolare, l'esperienza didattica qui presentata ha avuto per oggetto il noto e intrigante fenomeno dei cerchi nel grano.

2 I cerchi nel grano

I *cerchi nel grano*, o agroglifi, comparvero per la prima volta in Inghilterra meridionale alla fine degli anni '70 del secolo scorso. Gli agroglifi sono porzioni di campi di cereali in cui parte delle coltivazioni appaiono appiattite in modo uniforme formando così delle figure geometriche ben visibili dall'alto. Da fenomeno inizialmente sporadico, si arrivarono a contare alcune centinaia di esemplari negli anni '80 (De Santis, 2011). Nel tempo nacquero sull'argomento numerose ipotesi scientifiche più o meno fondate e vere e proprie teorie del complotto e della cospirazione. Nel 1991 Doug Bower e Dave Chorley, gli autori dei primi agroglifi, svelarono la burla e l'anno dopo ottennero uno dei primi Ig-Nobel (Ridley, 2002), il noto riconoscimento satirico assegnato a ricerche strane, divertenti, e perfino assurde; insomma, quel tipo di lavori improbabili che prima fanno ridere e poi danno da pensare.

La storia dei cerchi nel grano coinvolge più aspetti connessi con la cultura matematica e scientifica applicabili nel contesto scolastico. Da una parte coniugano creatività (alcuni cerchi nel tempo hanno assunto l'aspetto di vere e proprie opere d'arte temporanee), matematica e tecnologia (la tecnica costruttiva non è trascurabile); dall'altra permettono di avventurarsi in modo critico nel campo molto attuale delle teorie del complotto e più in generale del ruolo del sapere scientifico nella società attuale. La matematica è infatti disciplina fondamentale per una cittadinanza piena e consapevole (Guerraggio, 2017; Honsell, 2015).

L'attività sui cerchi nel grano è stata strutturata per affrontare in ambito scolastico, sfruttando un contenuto scevro dalle specifiche contese di quel periodo, il dibattito pubblico sulle *fake news* e sui complotti, al fine di contribuire al raggiungimento delle competenze previste al termine del primo ciclo di istruzione della Repubblica Italiana.² In particolare, questa attività voleva contribuire a sottolineare l'importanza del pensiero razionale nell'interpretazione della realtà rimanendo al contempo legata

1. La scuola secondaria di primo grado in Italia dura tre anni e corrisponde ai primi tre anni di scuola media nel Canton Ticino.

2. Il primo ciclo di istruzione in Italia dura otto anni: cinque anni di scuola primaria e tre anni di scuola secondaria di primo grado, che corrispondono alla scuola elementare e ai primi tre anni di scuola media nel Canton Ticino.

ai contenuti disciplinari dell'insegnamento della matematica. Un approccio in linea con le Indicazioni Nazionali per il Curricolo dove si auspica che lo studente in uscita abbia acquisito

«[...] conoscenze matematiche e scientifico-tecnologiche [che] gli consentono di analizzare dati e fatti della realtà e di verificare l'attendibilità delle analisi quantitative e statistiche proposte da altri. Il possesso di un pensiero razionale gli consente di affrontare problemi e situazioni sulla base di elementi certi e di avere consapevolezza dei limiti delle affermazioni che riguardano questioni complesse che non si prestano a spiegazioni univoche».

(MIUR, 2012, p. 16)

Si tratta di un obiettivo particolarmente importante il cui raggiungimento richiede, in coerenza con il principio generale che muove l'insegnamento della matematica e delle scienze, il primato della persuasione razionale su quella emotiva. Primato che deve essere inteso non come soppressione delle emozioni dello studente, da cui l'attenzione agli aspetti artistici e al gioco, ma come superamento di un approccio in cui le emozioni inducono esclusivamente alla formulazione di un giudizio morale semplificato (Preti, 1968). La burla dei cerchi nel grano aveva nella sua storia travalicato la volontà dei suoi autori mostrando come la nostra società sia facilmente percorribile da complotti: un esempio di ciò che nel più tragico e pregnante terreno della politica è rappresentato dal legame tra il complotto QAnon, di grande attualità sociale, e il Luther Blissett Project (Wu Ming 1, 2018a, 2018b, 2021).

3 Il percorso

La scuola di riferimento è situata in un contesto rurale, territorialmente marginale, con un'articolazione sociale costituita da famiglie in diverse condizioni economiche, sociali e culturali.

La zona, tradizionalmente meta di turismo e immigrazione di alto livello socioculturale, negli ultimi quindici-venti anni ha accolto una nuova ondata migratoria per soddisfare le richieste dei lavori agricoli, dei lavori manuali nel settore dell'accoglienza e della ristorazione, del lavoro di cura e dei lavori nel campo dell'edilizia. La scuola è l'unica nel contesto territoriale, accoglie quindi studenti di ogni condizione. La classe era composta da 24 studenti e studentesse, bilanciati nella ripartizione per sesso. Nessuno era ripetente, due alunni neo-immigrati erano stati aggiunti al gruppo classe l'anno precedente, trascorso purtroppo in *lockdown*. 21 allievi erano nati nel 2007, 1 nel 2006 e i 2 studenti di recente immigrazione nel 2005. Circa il 40% degli allievi aveva entrambi i genitori italofoeni, il 12% aveva un genitore italofono, i rimanenti entrambi i genitori non italofoeni. In classe era presente uno studente con certificazione di disturbo specifico dell'apprendimento.

L'unità didattica complessiva, riportata schematicamente in **Figura 1**, ha preso avvio con l'introduzione della circonferenza mediante la sua costruzione. In questa prima parte, sono state individuate le relazioni tra la circonferenza e gli altri enti geometrici. Nella seconda parte, la relazione tra la lunghezza della circonferenza e quella del suo diametro è stata ottenuta mediante un'attività pratica di misura di più oggetti circolari (Castelnuovo, 2005) seguita dall'osservazione della proporzionalità mediante un grafico cartesiano. Nella terza parte, la misura dell'estensione della superficie del cerchio è stata affrontata mediante la rappresentazione di tre metodi tradizionali (approssimazione con poligoni regolari, trasformazione del cerchio in triangolo, metodo di MonteCarlo) con il software di geometria dinamica GeoGebra (Lognoli, 2017). Nella quarta parte, la misura delle parti della circonferenza e del cerchio (i.e. lunghezza di archi di circonferenza, area di settori e corone circolari), di cui l'attività dedicata ai cerchi nel grano è parte conclusiva, è stata introdotta mediante situazioni concrete (si veda il ramo blu nella **Figura 1**), in cui era necessario prendere una frazione della figura così come definita dalla situazione

problematica assegnata. In questa ultima parte le situazioni problematiche introdotte, di cui vengono illustrati alcuni esempi in **Figura 2**, prendono spunto da circostanze legate a elementi architettonici, sport, giocattoli ecc. più o meno allacciate al vissuto, anche extrascolastico, degli allievi.

L'attività "I cerchi nel grano" è stata pensata come un'azione di consolidamento della parte del percorso didattico dedicato alla misura delle parti del cerchio e della circonferenza. Nell'attività, posta al termine del percorso subito prima della verifica sommativa finale in cui è stata coerentemente proposta anche una situazione problematica contestualizzata, gli aspetti contestuali e narrativi erano preponderanti e la difficoltà esecutiva era accentuata rispetto alla parte precedente del percorso didattico.

Nelle situazioni problematiche presentate nella quarta parte dell'unità didattica (ramo blu nella **Figura 1**), il contesto e le domande proposte richiedevano una manipolazione dei valori numerici volta a soddisfare esigenze di precisione: si richiedeva l'utilizzo del valore di π , coerentemente con gli obiettivi delle attività, ed era fortemente sconsigliato l'uso dei risultati numerici parziali. Compatibilmente con le misure di contenimento della pandemia di Covid-19 in vigore, alcune attività sono state svolte a coppie o in piccolo gruppo, per altre, invece, le circostanze hanno permesso una lezione dialogata a grande gruppo.

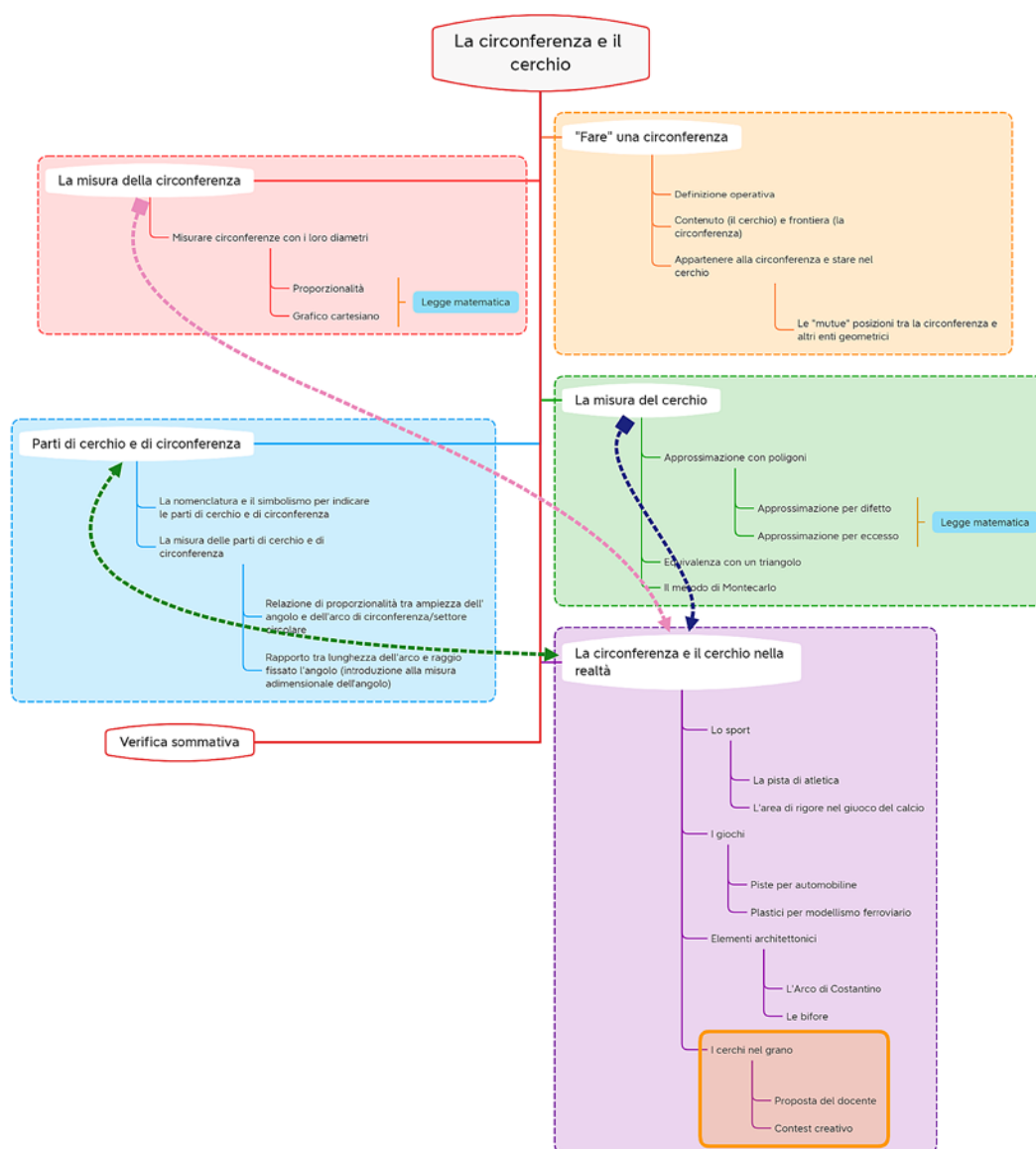


Figura 1. Mappa dell'unità didattica "La circonferenza e il cerchio", in cui è riquadrata in arancione l'ultima attività "I cerchi nel grano", oggetto dell'articolo.

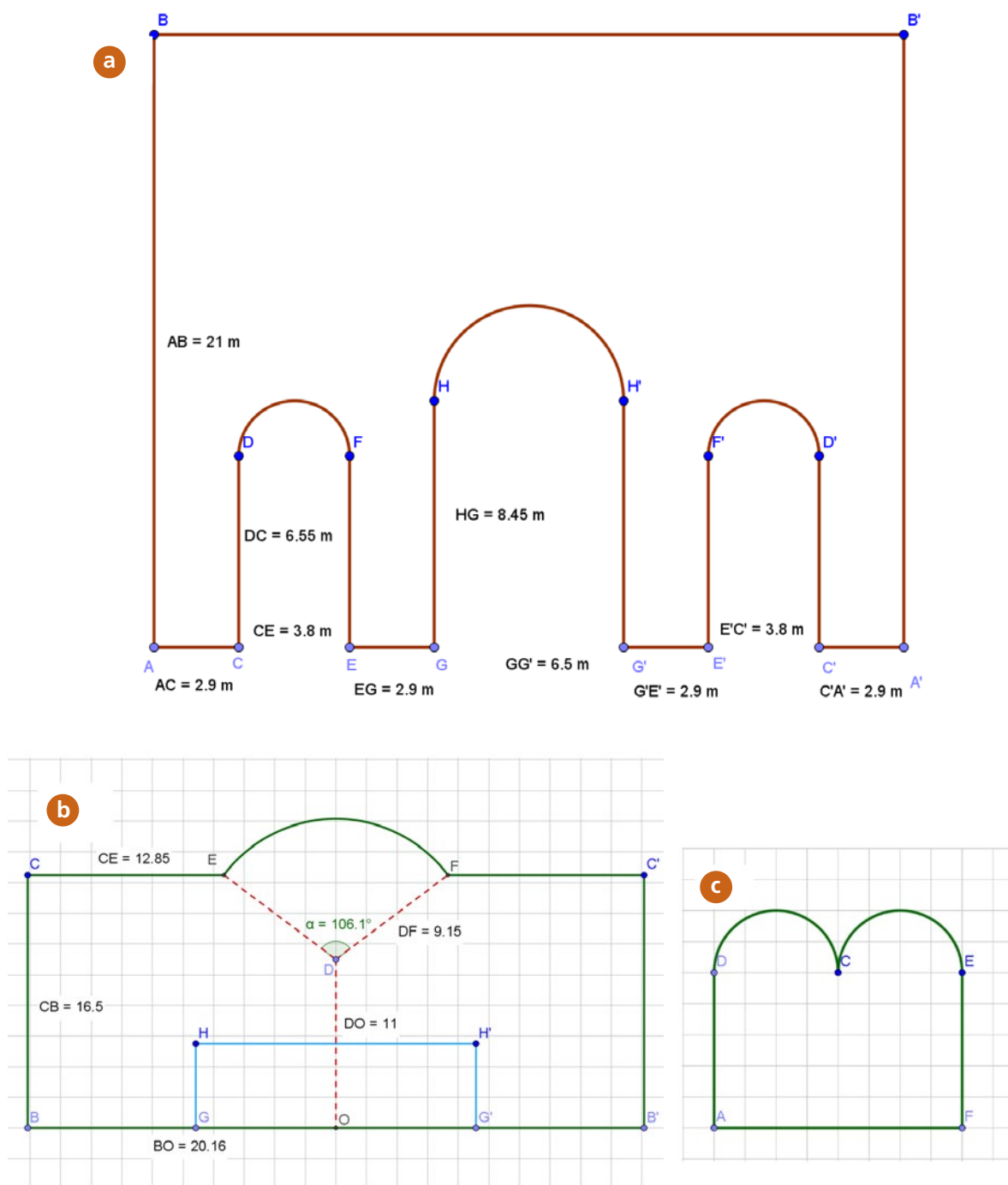


Figura 2. Esempi di situazioni problematiche utilizzate per affrontare la misura delle parti di circonferenza e del cerchio:
a. rappresentazione dell'Arco di Costantino; b. l'area di rigore nel gioco del calcio (con le misure in metri);
c. rappresentazione di un elemento architettonico (le misure effettive dipendono dalla lunghezza del lato di un quadretto).

4 Attività "I cerchi nel grano"

L'attività sui cerchi nel grano è stata proposta alla classe nel mese di novembre 2020 quando la società era attraversata dal dibattito pubblico sulle *fake news* e sui complotti, dibattito amplificato dalle scelte politiche relative alla gestione della pandemia.

Oltre agli obiettivi di cittadinanza del contesto generale riportati nel par. 1, l'attività proposta aveva

lo scopo di lavorare su e valutare il conseguimento di alcuni specifici obiettivi di apprendimento,³ in particolare:

1. In ambito matematico (MIUR, 2012, p. 64):
 - a. Riprodurre figure e disegni geometrici, utilizzando in modo appropriato e con accuratezza opportuni strumenti (riga, squadra, compasso, goniometro, software di geometria).
 - b. Descrivere figure complesse e costruzioni geometriche al fine di comunicarle ad altri.
 - c. Determinare l'area di semplici figure scomponendole in figure elementari.
 - d. Conoscere il numero π , e alcuni modi per approssimarlo.
 - e. Calcolare l'area del cerchio e la lunghezza della circonferenza, conoscendo il raggio, e viceversa.
 - f. Esprimere misure utilizzando anche le potenze del 10 e le cifre significative.
2. In ambito tecnologico (MIUR, 2012, p. 81):
 - a. Leggere e interpretare semplici disegni tecnici ricavandone informazioni qualitative e quantitative.
 - b. Pianificare le diverse fasi per la realizzazione di un oggetto impiegando materiali di uso quotidiano.

L'attività proposta agli studenti è stata articolata in tre fasi:

- la presentazione del fenomeno dei cerchi nel grano inquadrandolo nel proprio contesto storico culturale;
- una situazione problematica in cui gli studenti dovevano affrontare un cerchio progettato dal docente;
- una situazione aperta in cui gli studenti dovevano proporre loro un cerchio e assieme al progetto fornire anche indicazioni sulla sua realizzazione.

Il materiale dell'attività (si vedano gli [Allegati 1](#) e [2](#)) è stato fornito come scheda fronte-retro, disponibile in versione cartacea per gli studenti in classe e in versione digitale per le lezioni a distanza. In entrambi i casi la consegna del lavoro è stata richiesta su piattaforma digitale, un solo studente ha consegnato parte del lavoro in forma cartacea (più fogli di carta millimetrata A3 giustapposti).

Il fronte della scheda ([Allegato 1](#)) è interamente dedicato alla presentazione della vicenda dei cerchi nel grano. La lettura individuale è stata integrata da una discussione collettiva in classe dedicata anche al fenomeno delle burle, argomento apprezzato dagli studenti.

4.1 Il problema proposto dal docente

La prima parte del lavoro degli studenti è consistita nell'affrontare un problema in cui l'agroglifo era stato progettato e disegnato dal docente ([Allegato 2](#)). Nel testo sono stati coinvolti alcuni personaggi, il professor Mathematicus⁴ e i gemelli Marco e Mirko,⁵ che fin dal primo anno di scuola secondaria di primo grado hanno ricoperto il ruolo di protagonisti in alcuni esercizi proposti alla classe. Parte integrante del testo è il disegno associato ([Figura 3](#)). Ecco il testo del problema:

Il professor Mathematicus, noto burlone, ha individuato vicino alla scuola in cui insegna un bel campo di grano in cui realizzare un cerchio. Decide quindi di realizzare un progetto preliminare del lavoro e poi affida a Marco e Mirko, il compito di fare alcuni calcoli sul suo lavoro.

Il professor Mathematicus consegna ai due gemelli terribili uno schizzo del suo proget-

3. Nel prosieguo dell'articolo gli obiettivi saranno indicati come 1a, 1b ecc., 2a e 2b seguendo lo schema di questo elenco.

4. Il professor Mathematicus è un calco del professor Grammaticus, personaggio ideato da Gianni Rodari (Rodari, 1964) e protagonista della didattica dell'errore (Roghi, 2020).

5. Marco e Mirko, gemelli terribili, sono protagonisti di alcuni racconti di Gianni Rodari (Rodari, 2012). I personaggi compaiono per la prima volta nel biennio 1967-68 sul *Corriere dei Piccoli*.

to, lo puoi vedere in figura. In colore chiaro le spighe da piegare, in colore scuro quelle che devono rimanere in piedi.

Il professor Mathematicus chiede a Marco e Mirko di misurare l'area della superficie del campo da piegare, stimare il numero di spighe di grano che saranno piegate e calcolare il danno che produrrà al contadino, non sia mai che poi venga scoperto che dovrà ovviamente ripagarlo. Per questo fa notare ai ragazzi che il lato di un quadretto del reticolo corrisponde a 5 m.

Aiuta Marco e Mirko a:

- Trovare l'area della superficie (al dm^2) della parte di campo in cui le spighe saranno piegate, in colore chiaro in figura.
- Stimare, con la precisione dell'unità, il numero di spighe di grano che saranno piegate, per questo sappi che (in media) ogni m^2 si contano ben 200 spighe.
- Stimare, con la precisione di 1 kg, il danno nella produzione di grano noto che la produzione del grano è $3,5 \cdot 10^3 \text{ kg/ha}$. Non scordare che in prima il professor Mathematicus ha spiegato ai gemelli che la superficie di un ettaro (ha) corrisponde a quella di un campo quadrato con lato di 100 m ($1 \text{ ha} = 100 \text{ m} \times 100 \text{ m}$).
- Stimare il danno economico, noto che nel 2020 il prezzo del grano al quintale è di 29 €. Ricorda che 1 quintale sono 100 kg e fai attenzione nelle equivalenze.

Al testo è associata la **Figura 3** dove è riportato il progetto sopra una quadrettatura; nella didascalia veniva ricordata agli studenti la possibilità, mediante la versione digitale del testo, di ingrandire adeguatamente l'immagine in modo da poter mettere in rilievo la quadrettatura.

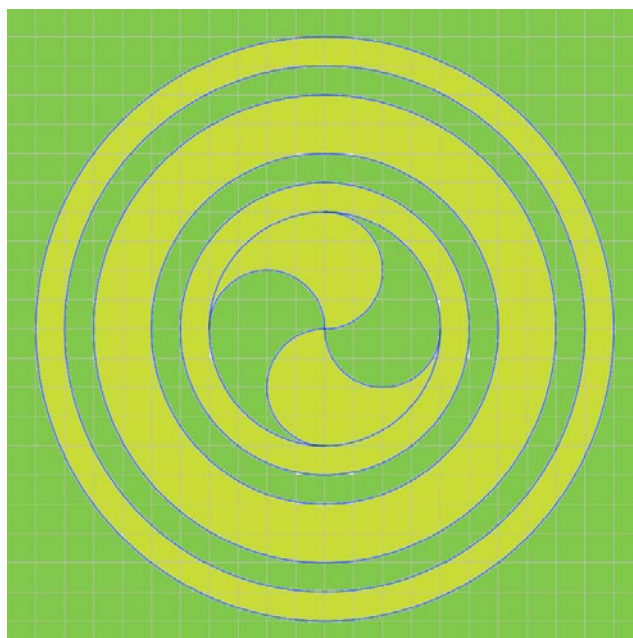


Figura 3. La figura presente nel testo proposto, corrispondente al progetto elaborato dal professor Mathematicus.

Il testo rimandava infine a una nota a piè di pagina dove si informavano gli studenti, tramite un registro ironico, delle norme di legge circa la distruzione delle coltivazioni agricole, sia mai che avessero preso poi troppo gusto nell'attività.

Data la complessità dell'attività, è stata adottata una modalità di lavoro a gruppi, scelti dagli allievi, da svolgersi asincronicamente offrendo loro un adeguato tempo di risoluzione: la consegna era richiesta

dopo dieci giorni. L'attività asincrona è stata interrotta da periodici passaggi in modalità sincrona per discutere con i diversi gruppi le difficoltà incontrate.

Gli elementi chiave dell'attività sono i seguenti:

- un testo lungo, circa 2000 caratteri, da affrontare pertanto con calma e necessariamente leggere per intero poiché fornisce le informazioni utili allo svolgimento del problema in un contesto narrativo (Demartini & Sbaragli, 2019);
- una serie di quesiti articolati per punti in maniera sequenziale;
- una serie di richiami impliciti (i nomi dei personaggi) ed espliciti alle attività pregresse affrontate dalla classe;
- il richiamo nel testo del significato di alcune grandezze e unità di misura coinvolte (la densità superficiale, l'ettaro, il quintale);
- la necessità di estrapolare le misure, con il proprio fattore di scala riportato nel testo, a partire dall'osservazione del disegno;
- la necessità di scomporre la figura in elementi più semplici e poi procedere con addizione e sottrazione delle aree;
- l'opportunità di abbreviare notevolmente la manipolazione della parte centrale della figura spostando opportunamente alcune sezioni della figura;
- il coinvolgimento di una grandezza derivata quale la densità e in generale una serie di rapporti tra grandezze non omogenee;
- la precisione del valore numerico richiesta nelle risposte.

I diversi elementi chiave dell'attività rimandano a traguardi e obiettivi delle Indicazioni Nazionali. In particolare, l'uso della lingua è fortemente intrecciato con la necessità di sviluppare argomentazioni al fine di poter comprendere e risolvere il problema (Viale, 2019).

Questa attività comportava una serie di azioni attese dall'allievo per risolvere il problema che meritano ciascuna una propria analisi:

- (A1) l'interpretazione della figura e l'eventuale individuazione di alcune semplificazioni possibili per l'esecuzione del problema (obiettivi di apprendimento 1a e 1b);
- (A2) l'individuazione delle misure delle grandezze considerate a partire dal fattore di scala (obiettivi di apprendimento 2a e 2b);
- (A3) l'individuazione delle parti di cerchio da manipolare per la risoluzione del problema, e il calcolo della loro misura (obiettivi di apprendimento 1c e 1e);
- (A4) la manipolazione dei calcoli con l'uso di π in forma algebrica e/o in forma numerica (obiettivo di apprendimento 1d);
- (A5) la manipolazione simbolica (relativa alle unità di misura) e numerica dei calcoli che coinvolgono valori numerici (punti b, c e d, [Allegato 2](#)) nel testo (obiettivo di apprendimento 1f).

Gli elaborati consegnati dai vari gruppi sono stati analizzati e classificati secondo un sistema di indicatori articolato su cinque livelli per ciascuna delle azioni attese individuate. Gli indicatori, riportati in **Tabella 1**, sono costruiti in analogia con quelli proposti per analizzare le prove del Rally Matematico Transalpino (Grugnetti, 2001). Per quanto la volontà sia stata quella di costruire un sistema indipendente a priori è possibile osservare che sono sicuramente presenti relazioni tra le diverse caselle del sistema di valutazione, per esempio un livello inferiore a 2 nell'indice A1 comporta l'impossibilità di superare il livello 2 nell'indice A3. A questo limite corrisponde sia la stretta relazione tra la comprensione del testo e l'abilità matematica sia il fatto imprescindibile della interconnessione dei saperi umani e del sapere matematico in particolare (Dehaene, 2012).

		Livello				
		0	1	2	3	4
Azione attesa	A1 Obiettivi 1a, 1b, 2a	Assoluta incomprensione del problema.	Rappresenta tentativi coerenti ma inconcludenti di comprensione della figura.	Individua solo le parti essenziali della figura (parte a cerchi concentrici).	Compie errori nell'individuare la parte centrale della figura.	Comprensione completa ed esecuzione corretta.
	A2 Obiettivo 2a		Non individua il fattore di scala e svolge l'esercizio con valori casuali.	Sbaglia ad individuare il fattore di scala.	Individua correttamente il fattore di scala ma sbaglia la sua applicazione.	
	A3 Obiettivi 1c, 1e		Non riesce a misurare le aree.	Non comprende come comporre le aree.	Compie errori esecutivi nella misura delle aree o nella loro sottrazione o addizione.	
	A4, A5 Obiettivi 1d, 1f		La trattazione numerica dei calcoli ha errori sostanziali.	Trattazione scorretta con errori sostanziali nel simbolismo o nella esecuzione dei calcoli.	Trattazione corretta con errori nel simbolismo o nella esecuzione dei calcoli.	

Tabella 1. Indicatori utilizzati per la classificazione dell'azioni attese dagli allievi e la valutazione degli elaborati.

L'associazione dei livelli raggiunti nelle attività attese da parti degli studenti con gli obiettivi di apprendimento ha permesso di classificare e conseguentemente di valutare gli elaborati. Le azioni attese A2 e A5 sono associate anche ad altri obiettivi di apprendimento che non sono direttamente riferibili allo spazio e alle figure. L'attività ha permesso di verificare il loro consolidamento.

4.2 Il contest

Al problema proposto dal docente è stato affiancato un contest, ossia un concorso a gruppi o squadre in cui assieme ai contenuti matematici erano valorizzati anche quelli tecnici e artistici. La scadenza di consegna dell'elaborato per partecipare al contest era successiva al primo lavoro che nel frattempo era stato corretto e restituito dal docente ai diversi gruppi e poi brevemente discusso in classe. Il contest è stato assegnato mediante un vero e proprio volantino (Figura 4) con alcune istruzioni, lasciando assoluta autonomia e libertà ai partecipanti fatta eccezione per poche e semplici regole. Agli studenti, che potevano lavorare da soli, a coppie o a gruppi di tre, è stato chiesto di proporre un loro progetto di cerchio nel grano illustrando la tecnica costruttiva e stimando il danno alla coltura.

Gli elementi chiave del contest erano i seguenti:

- una sfida alla capacità degli studenti in grado di coinvolgere, con la necessità di equilibrarle tra loro, le competenze tecniche e quelle artistiche e di attivare intrinsecamente le riflessioni metacognitive (Benzi, 2020);
- la piena libertà nella composizione dei gruppi, nella scelta dei soggetti, nel livello di affinamento del lavoro;
- la necessità di associare al progetto delle istruzioni per la sua concreta realizzazione, attività che richiedeva una ricerca delle informazioni;
- la valorizzazione dei diversi contributi nella fase di valutazione;
- la piena libertà nell'uso di strumenti anche informatici.

CROP CIRCLES CONTEST

QUANDO
24-30 novembre 2020

DOVE
Su meet ...e poi si vedrà

PARTECIPANTI • La mitica 3D



**UN EVENTO PER
TUTTE LE COM-
PETENZE**

**COSA DEVI CON-
SEGNARE**
Un progetto completo del
tuo cerchio di grano prefe-
rito

**COSA DEVI IN-
CLUDERE**
Il disegno con le misure
La stima della superficie
di coltivazione da abbatte-
re con la precisione di 1 m²
Un elenco degli strumenti
necessari per realizzarlo
Le istruzioni per realizzar-
lo.
Puoi aggiungere anche un
disegno "artistico della
tua proposta"

**CON CHI PUOI
LAVORARE**
Da solo, in coppia o in tre.

VALUTAZIONE
Originalità del disegno
Completezza del progetto
Chiarezza delle istruzioni

Figura 4. Il volantino relativo al contest.

La richiesta di istruzioni per la concreta realizzazione di un cerchio nel grano permette di sviluppare competenze tecnologiche e contemporaneamente di affrontare competenze pratiche mediante le istruzioni necessarie alla sua realizzazione. Tra gli obiettivi didattici di questa richiesta vi era anche lo stimolo di una analogia con la definizione operativa della circonferenza, così come introdotta nella prima parte della unità didattica.

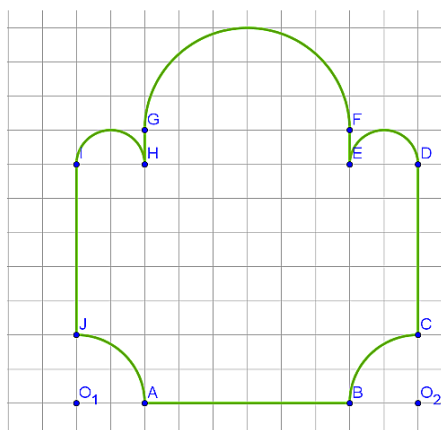
I criteri, illustrati nella **Tabella 2**, per la valutazione dei prodotti del contest sono stati costruiti per valorizzare originalità, complessità e completezza dei prodotti proposti. Questa griglia è il riadattamento di una griglia di valutazione in uso per le attività di laboratorio di scienze. Si tratta di uno strumento ben noto alla classe così come la consuetudine di usare questa griglia per le attività laboratoriali di matematica in cui è di rilievo il peso della parte creativa.

Voce		Massimo punteggio possibile
Progetto grafico	Originalità e giudizio estetico.	10
	Complessità e conseguente difficoltà.	20
	Presentazione (chiarezza e cura del disegno, presenza di una interpretazione artistica).	10
Misure	Impostazione del calcolo (correttezza della procedura seguita, presenza della trattazione simbolica).	20
	Esecuzione del calcolo (svolgimento del calcolo, trattazione delle unità di misura, uso corretto dei decimali).	10
Descrizione	Qualità dei materiali e loro descrizione.	5
	Qualità delle istruzioni per realizzare l'opera.	15
Organizzazione generale	Presentazione generale del lavoro, la sua fruibilità, la chiarezza e la completezza.	10
Totale		100

Tabella 2. Griglia di valutazione del contest.

4.3 La valutazione sommativa

Al termine dell'unità didattica alla classe è stata proposta una verifica sommativa costruita coerentemente con le attività svolte in classe. Un esercizio, riportato in **Figura 5**, era relativo proprio alla gestione di una figura geometrica complessa in cui si alternavano tratti lineari e parti di circonferenza.



5) Il professor Mathematicus ha un giardino recintato da una siepe di bosso. Poiché è giunto il tempo di far tagliare la siepe e rasare l'erba chiama un giardiniere e chiede un preventivo per sapere la spesa a cui andrà incontro.

Il professore consegna al giardiniere una mappa del giardino e ricorda che il lato di ogni quadretto è lungo 5 m.

Osservato (riportato sul foglio a protocollo) il complesso disegno il giardiniere si rivolge ai propri figli e chiede loro di aiutarlo rispondendo alle seguenti domande:

- Quanto è lunga la siepe di bosso lasciando π indicato? _____
- Quanto è lunga la siepe con la precisione di 1 dm? _____
- Quanto misura l'area erbosa delimitata dalla siepe con la precisione di 1 m²? _____
- Quanto costa il taglio della siepe se il giardiniere chiede 0,25 €/m? Approssima il prezzo a 1 €. _____
- Quanto costa il taglio dell'erba se il giardiniere chiede 0,15 €/m²? Approssima il prezzo a 1 €. _____

Figura 5. Estratto dalla verifica sommativa.

Si è deciso di differenziare la prova a seconda delle competenze degli allievi. Per quanto riguarda l'estratto riportato in Figura 5, la differenziazione messa in atto riguardava la lunghezza del lato di ogni quadretto, ovvero il rapporto di scala che determina i diversi risultati numerici. In alcune prove individuali, inoltre, in considerazione delle specificità delle persone a cui erano rivolte, è stata proposta una figura meno complessa mantenendo la necessità di dover comporre figure diverse, di cui alcune parti di circonferenza, per la sua soluzione. Agli studenti neo-immigrati, infine, è stata proposta la traduzione del testo della prova (realizzata con l'ausilio dei servizi gratuiti online) nella loro lingua di origine e un sistema a scelte multiple per l'invio delle risposte.

5 I risultati

L'attività e il contest sono state analizzati e valutati in coerenza con gli specifici obiettivi di apprendimento a cui miravano.

5.1 Il problema proposto dal docente

La classe, dopo aver discusso collettivamente la scheda consegnata, ha affrontato in modalità asincrona il problema proposto dal docente. Gli elaborati proposti analizzati in questo contributo presentano alcune strategie esecutive che permettono di individuare difficoltà e punti di forza degli studenti. Per questa attività, l'analisi dei protocolli e la valutazione del lavoro sono state elaborate in riferimento agli obiettivi di apprendimento individuati.

Le difficoltà relative all'interpretazione della figura (azione attesa A1) sono dovute sia alla complessità della figura sia alla configurazione della parte centrale; questi ostacoli hanno indotto ad alcuni errori messi ben in evidenza nelle riproduzioni della figura proposta.

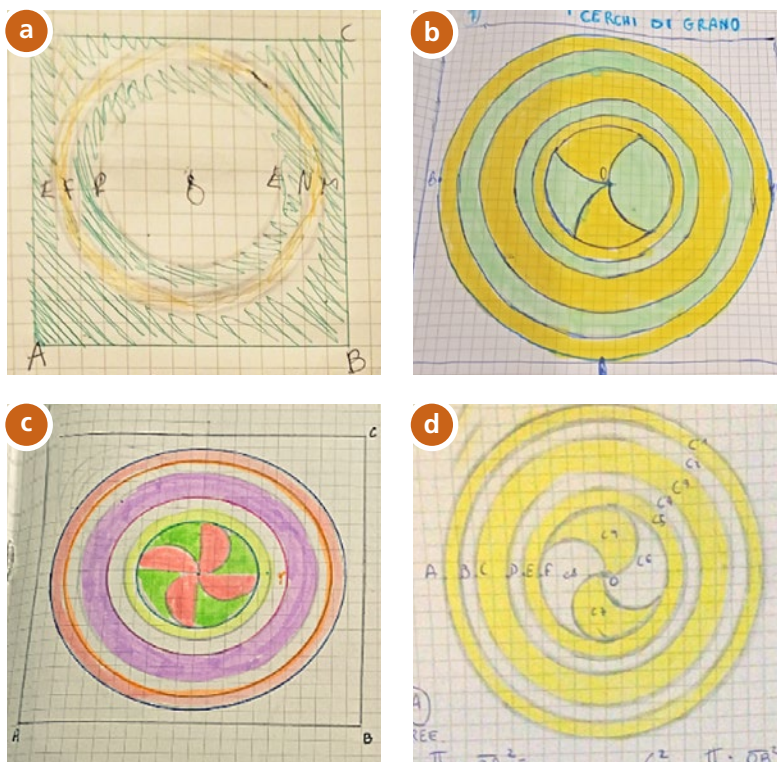


Figura 6. Alcune delle riproduzioni proposte dagli studenti: a. esempio di problema affrontato in modo parziale rinunciando alla rappresentazione della parte interna; b. tentativo di rielaborazione della parte interna che porta a una situazione più complessa; c. reinterpretazione del problema con semplificazione della parte interna della figura; d. esempio di protocollo con rappresentazione corretta del problema.

In Figura 6 si possono confrontare tra loro alcuni degli elaborati proposti dagli studenti. Nella Figura 6d troviamo un protocollo in cui la figura è riprodotta correttamente. Il problema mostra infatti una relazione stretta tra la riproduzione corretta della figura e l'interpretazione delle sue parti. Gli studenti che hanno rappresentato accuratamente la figura e non hanno lavorato sulla stampa del file, o sul file stesso messo a disposizione sulla piattaforma, hanno successivamente interpretato correttamente le sue parti. Del resto, per disegnare correttamente la figura utilizzando il compasso è necessario individuare i centri dei cerchi e delle parti di cerchio rappresentati. Le due soluzioni proposte nelle Figure 6b e 6c rappresentano due interessanti modifiche alla configurazione dell'area centrale che si può supporre siano dovute alla non comprensione della sua costruzione. Nella prima (Figura 6b), il disegno è stato eseguito a mano libera e l'approssimazione del tratto rende difficile dipanare la volontà dello studente per quanto riguarda la reinterpretazione della parte centrale. L'idea sembra essere quella della costruzione di cerchi centrati sulla prima circonferenza completa, forse un sistema di procedere reminiscenza di alcune costruzioni affrontate nelle lezioni di disegno tecnico. La via scelta conduce a dover affrontare un problema assai più difficile di quello dato. Nella Figura 6d, invece, la parte interna della figura assegnata viene sostituita con un'altra figura, anch'essa complessa ma con altre caratteristiche rispetto a quella assegnata. La manipolazione delle figure è tale da poter supporre che gli studenti abbiano intenzionalmente suddiviso la parte centrale in sezioni equiestese, nessuna spiegazione era però offerta nell'elaborato. Si può però osservare che la figura costruita dagli studenti è stata ideata proprio a partire da quella proposta dal problema, suddividendo opportunamente le aree. Nella Figura 6a troviamo invece un elaborato in cui lo studente rinuncia ad affrontare la parte interna, valutata probabilmente come troppo complicata per le proprie capacità. La difficoltà nel dipanare la figura originaria ha analogie con alcune delle difficoltà che si possono incontrare nella comprensione di un testo complesso, in particolare alla necessità di articolarlo nelle sue parti senza perdere il senso generale: a una figura non comple-

ta corrisponde sempre una esecuzione parziale delle fasi successive del problema. In **Figura 6** tre dei quattro elaborati riportano “un confine” per la figura (rappresentato dal quadrilatero ABCD nelle **Figure 6a e 6c** a sinistra), confine che non era presente nel testo e a cui il testo non faceva riferimento, ma che lo studente potrebbe aver indotto dalla sola osservazione della figura.

Alcuni studenti, si veda, per esempio, quanto riportato nella **Figura 7** hanno riarticolato la parte centrale della figura. In particolare, chi ha seguito questa strada ha compreso che si può manipolare la parte centrale della configurazione rendendola più facile da analizzare: invertendo i colori delle semicirconferenze, evidenziate in **Figura 7**, si ottiene una suddivisione in quarti del cerchio centrale, due quarti di spighe calpestate e due quarti no. In questa brillante proposta di soluzione, i quarti di circonferenza sono ulteriormente associati in modo da comporre due semicirconferenze e agevolare ulteriormente il lavoro.

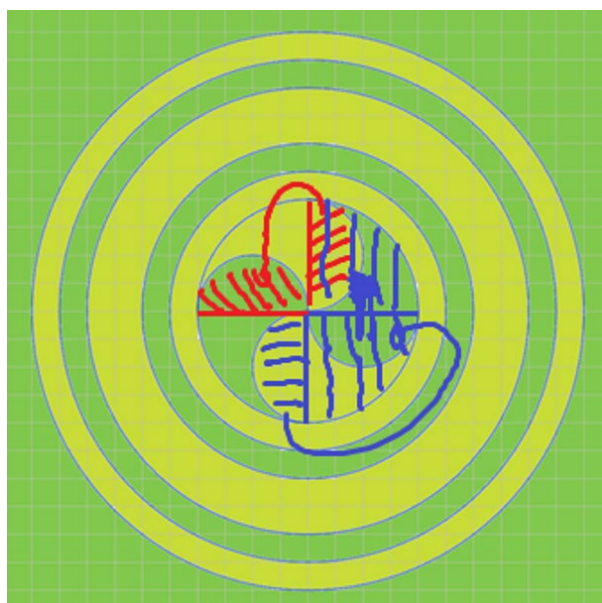


Figura 7. Esempio di elaborato in cui viene riconosciuta l'equivalenza delle aree delle porzioni del cerchio centrale.⁶

L'indicatore associato alla seconda azione attesa (A2), l'individuazione e l'uso di un corretto fattore di scala, non ha mostrato particolari criticità seppur con alcune eccezioni: alcuni studenti hanno utilizzato 1 m come lunghezza del lato del quadretto. I valori ottenuti sono in prima approssimazione realistici rispetto allo scenario dato, ossia la figura ha comunque una dimensione dell'ordine della decina di metri. Solo una riflessione sulla realizzazione concreta del cerchio avrebbe messo in evidenza una certa problematicità.

Il terzo indicatore (A3) coinvolgeva la misura del cerchio e delle sue parti e la loro manipolazione per individuarne i diversi contributi. Per quanto riguarda il primo punto, la difficoltà maggiore ha riguardato il calcolo della misura unidimensionale in luogo di quella bidimensionale: la lunghezza della circonferenza invece che l'area del cerchio. Dietro a questo genere di errori può nascondersi sia un'assoluta incomprensione del concetto di misura della superficie sia, più semplicemente, un uso non adeguatamente supervisionato delle relazioni che legano il raggio con la misura della circonferenza o del cerchio. In **Figura 8** è riportato un esempio di questo tipo di difficoltà. È chiaro, sia dal simbolismo incerto in cui compare l'elevazione al quadrato, sia dalla trasformazione arbitraria dell'unità di misura dal metro al metro quadrato, che lo studente fosse alla ricerca di una misura bidimensionale.

⁶ La figura è stata ottenuta modificando direttamente il file fornito dal docente.

$$AO^2 = 140m \cdot 20 = 2800 m^2$$

$$\approx 879,64 m^3$$

0,01

Figura 8. Esempio di utilizzo di una misura lineare in luogo di una misura bidimensionale con tentativo di auto-correzione nello svolgimento dei passaggi.⁷

La gestione della complessità della figura proposta ha portato gli studenti a scegliere differenti registri semiotici; alcuni esempi sono riportati in Figura 9. Alcuni studenti (Figura 9a), hanno demandato la spiegazione dello svolgimento al testo narrativo; seppur con il pregio della compattezza e della chiarezza metodologica, queste risoluzioni non tengono però traccia della corrispondenza tra la figura e il calcolo. Altri studenti hanno preferito il ricorso al colore come strumento per tracciare e comunicare la relazione tra il calcolo e la figura, un esempio completo e felicemente riuscito si trova nella Figura 9b a cui corrisponde l'esempio in Figura 6c. Infine, altri studenti ancora hanno utilizzato in maniera propria il simbolismo indicando correttamente ciascuna parte di cerchio, come nella Figura 9c. Per quanto impeccabile, quest'ultimo approccio riesce a comunicare esclusivamente a chi ha solida confidenza con il formalismo matematico. In altri protocolli, si osserva un utilizzo parziale del registro del colore e di quello simbolico in maniera sinergica e con un esito efficace ma di faticosa lettura. In particolare, questi studenti sono ricorsi all'utilizzo del colore quando il registro simbolico scelto non era univoco.

a A = spiegazione (se fui il raggio della parte che non vuoi e a per e' area basta fare l'area di quella che non vuoi e sottrarre)

b $A = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot (50m)^2 = 2500 \pi m^2$
 $A = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot (30m)^2 = 900 \pi m^2$
 $A = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot (45m)^2 = 2025 \pi m^2$
 $A = A - A = 2025 \pi m^2 - 900 \pi m^2 = 1125 \pi m^2$
 $A = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot (20m)^2 = 400 \pi m^2$

c $AC_{0,A0} = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot (50)^2 = 2500 \pi m^2$
 $AC_{0,B0} = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot (45m)^2 = 2025 \pi m^2$
 $AC_{0,C0} = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot (40m)^2 = 1600 \pi m^2$
 $AC_{0,D0} = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot (30m)^2 = 900 \pi m^2$
 $AC_{0,E0} = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot (25m)^2 = 625 \pi m^2$
 $AC_{0,F0} = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot (20m)^2 = 400 \pi m^2$

Figura 9. Alcune delle esecuzioni proposte dagli studenti relative al calcolo dell'area delle diverse parti del cerchio: a. spiegazione verbale di come si è proceduto per ricavare le misure delle diverse parti di cerchio; b. spiegazione basata sull'utilizzo del colore, lo svolgimento fa riferimento alla Figura 6c; c. spiegazione basata su un corretto approccio simbolico.

7. AO nel disegno corrispondente è il raggio del cerchio massimo.

La possibilità di usare la calcolatrice ha ridotto la frequenza dei meri errori numerici nell'esecuzione dei calcoli e l'indicatore A4 è quindi risultato utile per classificare e valutare la coerenza nell'uso dei decimali e la solidità del calcolo simbolico. Gli studenti che hanno realizzato protocolli utilizzando un linguaggio più formale nello svolgimento del problema hanno mostrato poi maggior confidenza anche con la corretta gestione del calcolo simbolico e successivamente dei decimali.

In **Figura 10** si mostrano alcuni esempi che illustrano i diversi approcci scelti dagli studenti per il calcolo dell'area delle diverse parti del cerchio. Nella **Figura 10c**, l'assoluta assenza di riferimenti simbolici rende più difficile seguire il ragionamento dello studente, le approssimazioni fatte e gli effetti nella propagazione dell'incertezza. Nella **Figura 10a**, l'esempio mostra un approccio in cui, seppur con una svista nell'uso delle unità di misura in un passaggio e pur in assenza di una univoca identificazione dei valori numerici, vi è traccia di approssimazione dei valori numerici. Nella **Figura 10b**, si può osservare che grazie a un adeguato supporto simbolico è possibile identificare in figura ciò che corrisponde ai valori numerici considerati; le approssimazioni, in questo caso, sono esplicitate.

a

$$A_g = \pi \cdot (50 \text{ m})^2$$

$$= \pi \cdot 2500 = 4253,981634 \text{ m}^2 \approx 4253,98 \text{ m}^2$$

$$A_{VR} = \pi \cdot (65 \text{ m})^2$$

$$= \pi \cdot 4225 \text{ m}^2 = 6861,425124 \text{ m}^2 \approx 6861,42 \text{ m}^2$$

b

$$A = \pi \cdot \overline{OE}^2 = \pi \cdot (25 \text{ m})^2 = 625 \pi \text{ m}^2$$

$$A = \pi \cdot \overline{OF}^2 = \pi \cdot (20 \text{ m})^2 = 400 \pi \text{ m}^2$$

$$A_{C5} = 625 \pi \text{ m}^2 - 400 \pi \text{ m}^2 = 225 \pi \text{ m}^2 = 706,858 \text{ m}^2 \approx 706,86$$

$$A_{C6} = \frac{\pi \cdot \overline{OF}^2}{4} = \frac{400 \pi \text{ m}^2}{4} = 100 \pi \text{ m}^2 = 314,1 \text{ m}^2$$

c

$$A_5 = (25 \text{ m})^2 \cdot \pi =$$

$$= 625 \text{ m}^2 \cdot \pi =$$

$$= 1962,5 \text{ m}^2$$

$$L_{TOT} = 1491,5 \text{ m}^2 +$$

$$2138,0 \text{ m}^2 +$$

$$706,5 \text{ m}^2 +$$

$$628,0 \text{ m}^2 =$$

$$5024,0 \text{ m}^2$$

Figura 10. Alcune esecuzioni proposte dagli studenti relative al calcolo dell'area delle diverse parti del cerchio:
a. calcoli svolti in assenza di simbolismo; b. utilizzo del simbolismo adeguato con una gestione trasparente delle approssimazioni;
c. calcoli svolti in assenza di simbolismo, utilizzo dei decimali senza traccia delle approssimazioni.

In **Figura 11** abbiamo invece un esempio di svolgimento dei calcoli in cui la trasformazione di π in valore numerico avviene dopo aver eseguito la sottrazione tra le diverse aree calcolate. In nessun protocollo consegnato vi è una trattazione completa dell'esercizio lasciando π in forma simbolica fino all'ultimo passaggio. In sede di discussione in classe, è stato sottolineato come questo avesse influito nella precisione dei risultati numerici ottenuti. Questa è stata una occasione per riaffrontare e consolidare gli aspetti legati alla propagazione delle incertezze nei passaggi del calcolo, tema già affrontato l'anno precedente al momento dell'unità didattica sulla estrazione di radice.

$$A_{G1} = A_{C0,80} - A_{C0,60} = 2025 \pi \text{ m}^2 - 1600 \pi \text{ m}^2 =$$

$$= 425 \pi \text{ m}^2 \approx 1335 \text{ m}^2$$

$$A_{G2} = A_{C0,80} - A_{C0,60} = 300 \pi \text{ m}^2 - 625 \pi \text{ m}^2 =$$

$$= 275 \pi \text{ m}^2 \approx 864 \text{ m}^2$$

Figura 11. Esempio di trattazione in cui, correttamente, la conversione del π in valore numerico avviene dopo la sottrazione.

Gli ultimi quesiti, che prevedevano di affrontare rapporti non omogenei e di gestire correttamente le unità di misura nel procedere del calcolo, sono stati affrontati solo da alcuni studenti e portati a termine correttamente in appena un quarto degli elaborati. Una corretta gestione del simbolismo è stata, in queste circostanze, fondamentale per un corretto procedere del lavoro come evidenziato dagli esempi riportati in Figura 12.

Left example:

$$m^2 \rightarrow ha$$

$$10,6 m^2 \rightarrow 0,00106 ha$$

$$29 € : grano / quintale$$

$$1 quintale = 100 kg$$

$$3,71 kg = 0,0371 quintali$$

$$0,00106 ha \cdot 3500 kg/ha = 3,71 kg$$

$$\frac{29 €}{100 kg} = 0,29 €/kg$$

$$0,29 €/kg \cdot 3,71 kg = 1,0759 €$$

Right example:

$$c) 5026,3 m^2 = 0,50263 ha$$

$$de = 3500 \frac{kg}{ha} \cdot 0,50263 ha = 1759 kg$$

$$d) 1759 kg = 17,59 q$$

$$de = 17,59 q \cdot 29 € = 510,11 €$$

Figura 12. Due esempi di procedure di conversione svolte correttamente grazie alla gestione trasparente delle unità di misura, nonostante gli studenti siano partiti da valori scorretti frutto dei risultati precedenti.

Nella Tabella 3 è riportato l'esito della valutazione degli elaborati per le diverse azioni attese dagli studenti così come ottenuto secondo i livelli descritti nella Tabella 1.

	Livello 0	Livello 1	Livello 2	Livello 3	Livello 4
A1	5%	5%	15%	20%	55%
A2	5%	5%	10%	5%	75%
A3	0%	15%	15%	30%	40%
A4	25%	5%	35%	10%	25%
A5	25%	5%	35%	10%	25%

Tabella 3. Gli esiti degli elaborati secondo la classificazione illustrata in Tabella 1.

5.2 Il contest

Il contest è stato affrontato come attività aggiuntiva, o "compito a casa". Fissata una scadenza sulla piattaforma della classe virtuale e sul registro di classe niente era stato detto circa l'obbligatorietà o meno della attività. In questo caso, l'analisi e la valutazione degli elaborati hanno avuto come riferimento non solo gli obiettivi relativi alle abilità matematiche ma si sono focalizzate anche sui contenuti tecnologici, artistici e comunicativi del progetto proposto.

Oltre il 75% degli studenti ha partecipato, da solo o in gruppo, all'attività del contest consegnando un elaborato più o meno completo. Complessivamente sono stati consegnati 12 elaborati di cui 4 con tre autori, 1 con due autori e i rimanenti individuali. Viste le misure di contenimento della pandemia in essere i lavori collettivi sono stati svolti da remoto.

Per l'analisi e la valutazione del contest sono stati usati criteri differenti separando l'attribuzione di una valutazione docimologica dall'analisi. L'analisi degli elaborati, riportata in Tabella 4, è stata comunque utilizzata a supporto di alcune voci della valutazione docimologica. Tutti gli elaborati hanno visto la presenza di corone circolari, il 78% ha visto la presenza di settori circolari, dal 44% degli elaborati è risultata la necessità di trovare la misura di figure piane che presentavano un contorno parzialmente a tratti rettilinei e parzialmente curvilineo, il 78% ha riportato uno sviluppo del calcolo, il 67% ha riportato alcune considerazioni sulla concreta costruzione del cerchio nel grano e infine nel 44% dei casi la progettazione è avvenuta con il supporto di GeoGebra. Il software di geometria dinamica GeoGebra fin dalla prima ha accompagnato il lavoro della classe, agli studenti era sempre stata offerta la possibilità di correggere

il lavoro di geometria con disegni realizzati con GeoGebra. In alcune circostanze sono state svolte, fino alle limitazioni introdotte dalle misure di contenimento della pandemia, attività con GeoGebra per tutta la classe, nell'aula di informatica dove ognuno disponeva del proprio elaboratore elettronico.

Descrittore	Percentuale
Presenza di corone circolari.	100%
Presenza di settori circolari.	78%
Presenza di poligoni.	67%
Presenza di tratti lineari e conseguentemente di figure piane con lati curvilinei.	44%
Sviluppo completo del calcolo.	78%
Considerazioni sulle modalità costruttive.	67%
Utilizzo di GeoGebra.	44%
Presenza di uso artistico del colore.	11%

Tabella 4. Analisi dei progetti proposti dagli studenti.

Gli studenti hanno proposto figure di diversa complessità. In taluni casi (si vedano le Figure 13b e 13c), risultano molto complesse e influenzano la loro successiva gestione. Altre scelte (si vedano le Figure 13a e 13d) hanno conciliato l'originalità artistica e l'attualità (nel caso della emoticon) con progetti che richiedevano minori risorse nelle fasi di successiva elaborazione. Nello specifico, sono mostrati: nella Figura 13a un progetto realizzato senza l'ausilio di GeoGebra che coinvolge semplici figure piane curvilinee; nella Figura 13b un progetto disegnato su GeoGebra; nella Figura 13c un progetto su carta millimetrata in cui sono coinvolte figure piane curvilinee; nella Figura 13d un progetto realizzato su GeoGebra in cui è presente un poligono composto.

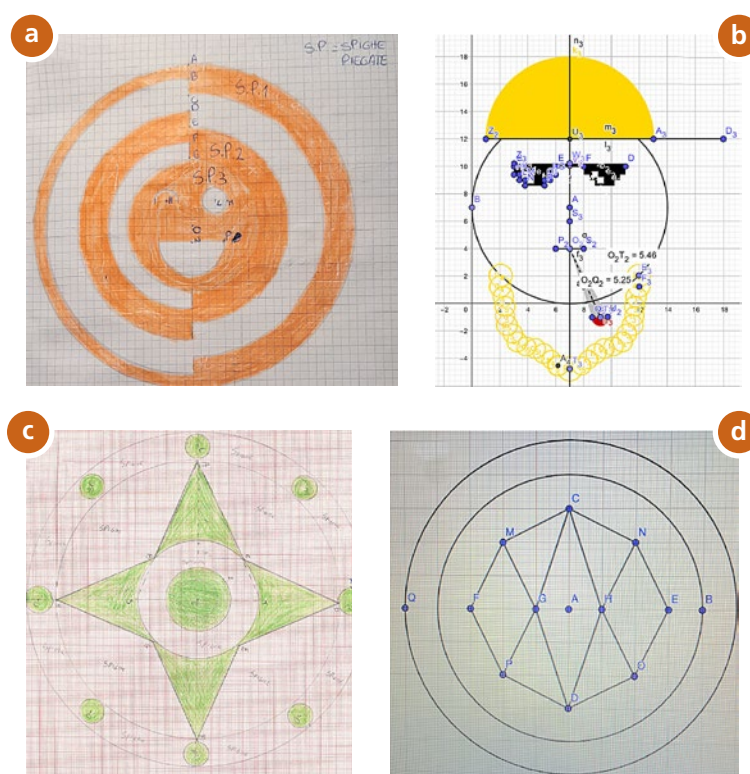


Figura 13. Esempi di alcuni progetti originali proposti dagli studenti.

Altri elaborati (Figura 14), presentano progetti meno originali con riferimento a immagini di attualità, per esempio un progetto che richiama il coronavirus (Figura 14b), oppure a immagini note, per esempio il simbolo dello Yin e Yang (Figura 14c) e una libera interpretazione del simbolo della pace (Figura 14a). Due elaborati sono stati corredati di un'interpretazione artistica della figura proposta realizzata in più colori, quello esteticamente più interessante è riportato nella Figura 14d. In questo caso, il cerchio di grano risulta assai difficile da riprodurre realmente sul campo.

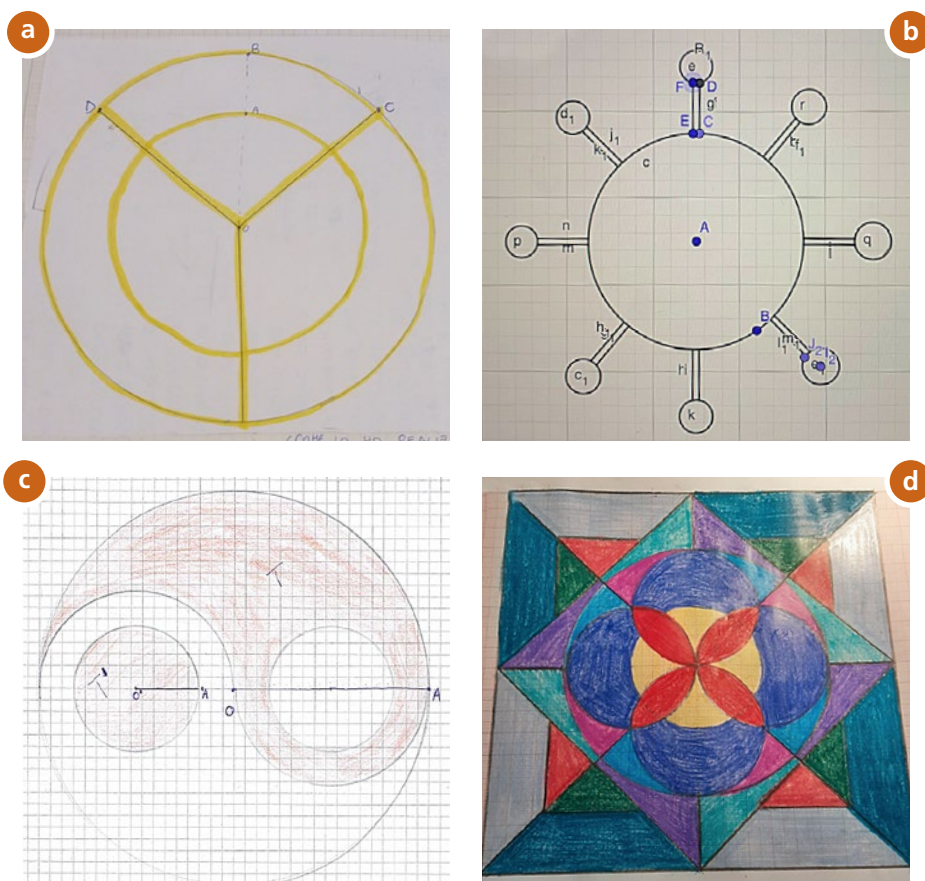


Figura 14. Alcuni progetti proposti dagli studenti associati a iconografia nota (a e c), temi di attualità (b), o dominati dalla dimensione artistica (d).

La trattazione matematica delle figure proposte dagli studenti ha presentato, in linea di massima, minori difficoltà rispetto al problema assegnato dal docente. L'aver prodotto autonomamente la figura ha rimosso la difficoltà conseguente alla sua interpretazione. Sono rimasti alcuni errori di esecuzione di non particolare importanza e, in un caso, un'incapacità di gestire una figura così complessa. Importante nella consegna del contest era la richiesta di alcune considerazioni sulle modalità necessarie per realizzare un cerchio nel grano a partire dal progetto ideato. Questa consegna richiedeva un'autonoma azione di documentazione, ricerca, riflessione e poi scrittura. Tutti gli elaborati consegnati contenevano una parte dedicata a questa richiesta, seppur redatta in modi diversi, tranne un elaborato che è stato consegnato senza questa parte. Nella Figura 15a troviamo un esempio di risposta sintetica in cui si viene genericamente rimandati a un video presente sul portale YouTube. Per quanto l'attività svolta sia una semplificazione dell'attività assegnata, comunque lo svolgimento ha richiesto una riflessione sulle modalità operative che ha aiutato gli studenti a consolidare il concetto di cerchio e delle sue parti. Nella Figura 15b è mostrato invece un esempio di trattazione completa e approfondita in cui però viene spiegata la realizzazione del disegno ma non dell'agroglifo. La Figura 15c, infine, mostra una trattazione completa e approfondita.

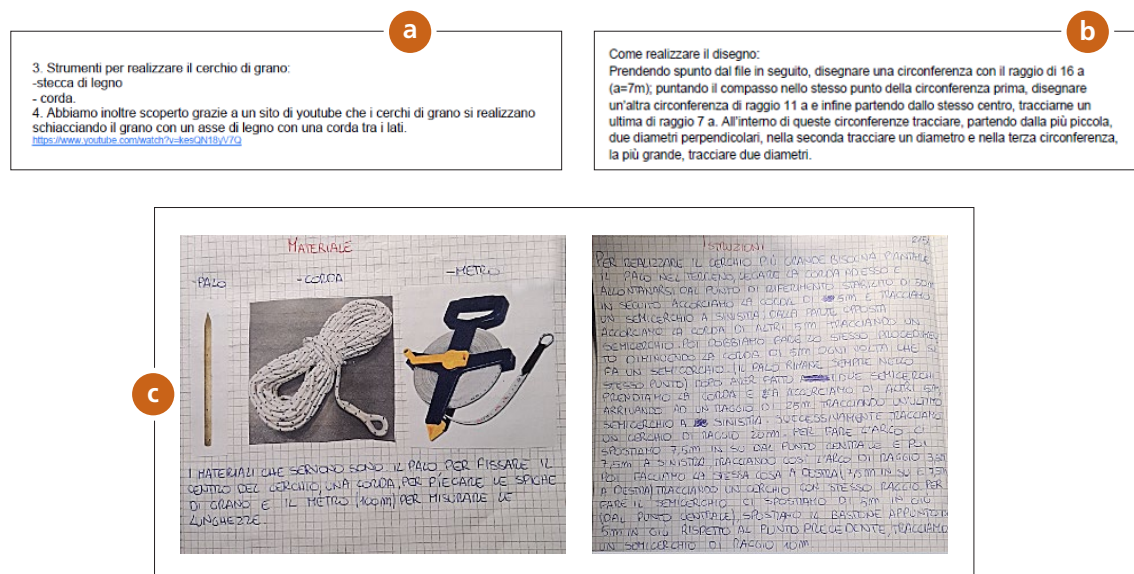


Figura 15. Alcuni esempi di elaborati riguardanti le istruzioni operative per la realizzazione concreta del cerchio nel grano:
a. esempio in cui le istruzioni sono generiche; b. esempio di trattazione completa;
c. esempio in cui le istruzioni riguardano non l'esecuzione del manufatto ma quella del progetto.

La valutazione del contest, seguendo la griglia presentata precedentemente (**Tabella 2**), è stata indirizzata a premiare e valorizzare il lavoro svolto, fermo restando la penalizzazione per eventuali “errori” esecutivi (si veda la **Tabella 5** per una visione d’insieme). Per ogni elaborato è stata restituita una scheda di valutazione analitica con uno specifico commento che motivava il valore attribuito.

Per quanto riguarda l'originalità e il giudizio estetico, l'idea iniziale era quella di procedere con una valutazione collettiva. Il passaggio alle lezioni a distanza ha comportato la decisione di attribuire un giudizio agli elaborati solamente da parte del docente, sia per evitare una discussione collettiva che a distanza poteva essere più sbilanciata (la qualità della connessione e l'uso dello strumento informatico tendevano a incrementare le difficoltà in una classe così eterogenea) sia per recuperare un po' di tempo in una situazione critica. Per valutare gli aspetti legati alla complessità e alla presentazione (secondo e terzo indicatore della voce "Progetto grafico") è stato utilizzato il lavoro di classificazione presentato precedentemente in **Tabella 4**.

Voce		Punteggio medio degli elaborati	Massimo punteggio possibile
Progetto grafico	Originalità e giudizio estetico.	8	10
	Complessità e conseguente difficoltà.	17	20
	Presentazione (chiarezza e cura del disegno, presenza di un'interpretazione artistica).	8	10
Misure	Impostazione del calcolo (correttezza della procedura seguita, presenza della trattazione simbolica).	12	20
	Esecuzione del calcolo (svolgimento del calcolo, trattazione delle unità di misura, uso corretto dei decimali).	6	10
Descrizione	Qualità dei materiali e loro descrizione.	3	5
	Qualità delle istruzioni per realizzare l'opera.	7	15
Organizzazione generale	Presentazione generale del lavoro, la sua fruibilità, la chiarezza e la completezza.	7	10
Totale		68	100

Tabella 5. Griglia di valutazione del contest e punteggi medi ottenuti dagli elaborati.

5.3 La valutazione sommativa

In Figura 16 sono riportati gli esiti della valutazione sommativa riferiti all'esercizio presentato in Figura 5 (si veda il par. 4.3). L'esercizio, il numero 5 nella successione della verifica, più attinente a testare l'attività sui cerchi nel grano, ha sortito esiti valutativi molto variegati. Evidentemente, le difficoltà incontrate non hanno permesso a una parte della classe di affrontarlo positivamente. Va osservato inoltre che era il penultimo esercizio e che probabilmente, lo scadere del tempo a disposizione e la stanchezza alla fine della prova hanno influito sul risultato.

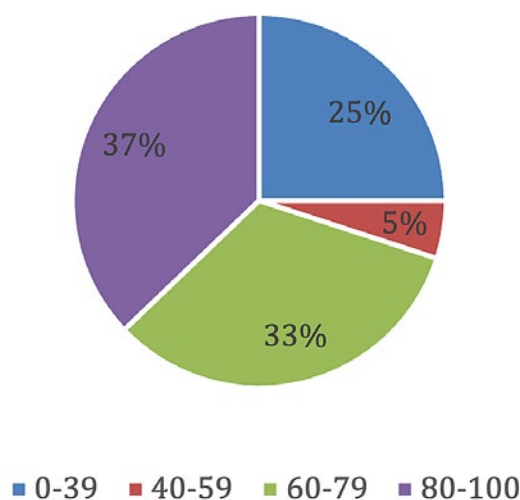


Figura 16. Esito della valutazione dell'esercizio 5 (Figura 5). Le fasce di valutazione in legenda corrispondono al punteggio in centesimi ottenuto dallo studente nella esecuzione.

6 Conclusioni

Le attività proposte, seppur limitate dalle difficili condizioni legate alle misure di contenimento della pandemia da Covid-19, hanno visto un'ampia e positiva partecipazione da parte della classe. La possibilità di organizzarsi in gruppo per il contest ha permesso di sfruttare sinergicamente le diverse competenze presenti. Al fianco delle abilità matematiche gli studenti hanno fatto ricorso a conoscenze tecnologiche e ad attitudini artistiche ed emotive proponendo progetti originali o comunque legati alla attualità e/o a codici espressivi di larga diffusione con richiamo a temi di loro interesse generale (la pace, il simbolo dello Yin e Yang) o contingente (il virus SARS-COV-2).

Gli studenti hanno lavorato su figure geometricamente molto complesse riuscendo a conservare l'abilità di riconoscimento nelle figure stesse e delle loro parti e misure significative; la comprensione della figura li ha successivamente guidati nello svolgimento dei calcoli. Talvolta il controllo richiesto per lo sviluppo del calcolo si è mostrato andare oltre alle loro capacità, ma la gestione algebrica delle unità di misura e la gestione dei decimali nei vari passaggi ha consentito lo sviluppo e il consolidamento di abilità matematiche che sono alla base di competenze essenziali nella futura attività lavorativa e in generale nella vita.

Benché per alcuni studenti i contenuti matematici coinvolti in questa attività potessero risultare di difficile comprensione e gestione, la loro partecipazione attiva al contest nonché l'esito positivo della verifica sommativa rispetto a tali argomenti sono un indizio positivo di sviluppo delle competenze mirate con l'attività proposta.

L'obbligo di svolgere gran parte dell'attività a distanza non ha permesso di curare adeguatamente gli aspetti comunicativi. Avendo l'occasione di riproporre l'attività e il contest dei cerchi nel grano in presenza potrebbe essere proficuo definire e valutare insieme dei criteri relativi alle descrizioni e spiegazioni fornite per accompagnare il disegno in modo da sviluppare adeguatamente la parte argomentativa. Una soluzione da sperimentare potrebbe essere lo scambio tra gruppi della descrizione del progetto con la riproduzione in scala del cerchio di grano proposto nel contest su carta o su altro materiale e la conseguente discussione delle istruzioni fornite in modo da completarle e migliorarle. Questo ulteriore sviluppo dell'attività aiuterebbe a tornare ancora una volta sugli obiettivi generali di questo percorso e dell'intero processo di insegnamento-apprendimento: una cittadinanza consapevole che si interroga, si documenta, propone, argomenta e ascolta.

Bibliografia

- Benzi, A. (2020). Matematica creativa in classe: attività sfidanti, cooperative, autovalutabili. In B. D'Amore & S. Sbaragli (A cura di), *Didattica della matematica, disciplina scientifica per una scuola efficace* (pp. 25–26). Pitagora.
- Castelnuovo, E. (2005). *La Matematica* (Vol. Figure Piane B). La Nuova Italia.
- De Santis, S. (2011). *HOAX! (Q13). Storie di imbrogliatori, burloni, truffatori e semplici bugiardi*. CICAP.
- Dehaene, S. (2012). *Il pallino della matematica*. Raffaello Cortina Editore.
- Demartini, S., & Sbaragli, S. (2019). La porta di entrata per la comprensione di un problema: la lettura del testo. *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula*, 5, 9–43. <https://doi.org/10.33683/ddm.18.5.1>
- Grugnetti, L. (2001). RMT: evoluzione delle conoscenze e valutazione dei saperi matematici-Evolution des connaissances et évaluation des savoirs mathématiques. *Atti delle giornate di studio sul Rally Matematico Transalpino*. Siena 1999 - Neuchâtel 2000. Pitagora.
- Guerraggio, A. (2017). Matematica, scienza, democrazia. In B. D'Amore & S. Sbaragli (A cura di), *Matematica, didattica e scuola: tra ricerca e prassi quotidiana* (pp. 31–32). Pitagora.
- Honsell, F. (2015). Metodo scientifico e metodo democratico: un'endiadi per il progresso dell'umanità. *PRISTEMI/ Storia - Note di Matematica, Storia e Cultura*, 1–30.
- Lognoli, D. (2017). The area of the disk in middle school grade by GeoGebra. *International Journal of Emerging Technology in Learning*, 12(11), 28–40.
- Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca. (2012). Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione. *Annali della Pubblica Istruzione, Numero speciale*. Le Monnier.
- Preti, G. (1968). *Retorica e Logica. Le due culture*. Einaudi.
- Ridley, M. (2002). Crop Circle Confession. *Scientific American*, 278(2), 25. <https://www.jstor.org/stable/26059914>
- Roghi, V. (2020). Per una didattica degli errori. A cento anni dalla nascita di Gianni Rodari. *Pensare la didattica. Novecento.org*. <http://www.novecento.org/pensare-la-didattica/per-una-didattica-degli-errori-a-cento-anni-dalla-nascita-di-gianni-rodari-6771/>
- Rodari, G. (1964). *Il libro degli errori*. Einaudi.
- Rodari, G. (2012). *Storie di Marco e Mirko*. Einaudi.

Viale, M. (2019). *I fondamenti linguistici delle discipline scientifiche. L'italiano per la matematica e le scienze a scuola*. Cleup.

Wu Ming 1. (2018a). Come nasce una teoria del complotto e come affrontarla, prima parte. *Internazionale*.
<https://www.internazionale.it/reportage/wu-ming-1/2018/10/15/teorie-complotto-qanon>

Wu Ming 1. (2018b). Come nasce una teoria del complotto e come affrontarla, seconda parte. *Internazionale*.
<https://www.internazionale.it/reportage/wu-ming-1/2018/10/29/teoria-complotto>

Wu Ming 1. (2021). *La Q di Qomplotto*. Alegre.