

Dalla comprensione del testo alla risoluzione del problema: un'esperienza nella scuola secondaria di secondo grado

From text comprehension to problem solving:
an experience in upper secondary school

Umberto Dello Iacono*, Eva Ferrara Dentice*, Chiara Vitina Mannillo* e Maria Letizia Vitale^o

*Dipartimento di Matematica e Fisica, Università della Campania "L. Vanvitelli" – Caserta, Italia

^oIstituto Tecnico Statale "M. Buonarroti" – Caserta, Italia

✉ umberto.delloiacono@unicampania.it, eva.ferraradentice@unicampania.it,
chiaravitina.mannillo@unicampania.it, marialetizia.vitale@istruzione.it

Sunto / La risoluzione dei problemi è un'attività che crea difficoltà a molti studenti, indipendentemente dall'ordine scolastico, spesso legate alla fase di comprensione del testo del problema stesso. A tal proposito, abbiamo disegnato un'attività di apprendimento che prevede che gli studenti, a partire da alcuni problemi assegnati, individualmente e poi in maniera collaborativa, ne analizzino dapprima criticamente il testo per poi affrontarne la risoluzione. Abbiamo sperimentato tale attività con studenti del primo anno di una scuola secondaria di secondo grado. L'analisi dei dati mostra che l'attività didattica progettata sembra essere efficace nel favorire l'attivazione di adeguati processi risolutivi da parte degli studenti, nonché la produzione di argomenti a sostegno delle risposte fornite. In particolare, la maggior parte degli studenti, dopo aver lavorato sulla comprensione del testo, migliora la correttezza delle risposte e/o produce argomenti a supporto delle stesse.

Parole chiave: comprensione del testo; rappresentazione di un problema; argomentazione; problem solving.

Abstract / Problem solving is an activity that causes difficulties for many students, regardless of school order, often related to the phase of understanding the text of the problem itself. In this regard, we have designed a learning activity that requires students, first individually and then collaboratively, to first critically analyse the text of some assigned problems and then approach the resolution. We experimented with this activity with first-year students at upper secondary school. Analysis of the data shows that the designed teaching activity seems to be effective in encouraging the activation of appropriate solving processes by the students, as well as the production of arguments in support of the answers provided. In particular, most students, after working on text comprehension, improve the correctness of their answers and/or produce arguments to support them.

Keywords: text comprehension; problem representation; argumentation; problem solving.

1 Introduzione e quadro teorico

La risoluzione di problemi è una delle attività maggiormente affrontate nei curricula scolastici. La traduzione dal latino di un brano di Cicerone, oppure l'interpretazione di un brano musicale del quale si conosce lo spartito sono esempi di risoluzione di problemi, e se ne potrebbero mostrare molti altri. Secondo Duncker (1935), con il termine "problema" si intende una situazione problematica che non è possibile risolvere in maniera immediata applicando comportamenti noti o già sperimentati con successo. Tuttavia, in ambito scolastico è consuetudine che con il termine "problema" si intenda principalmente il "problema in matematica". D'Amore e Fandiño Pinilla (2006, p. 6) affermano che «risolvere problemi e saper scegliere come comportarsi in situazioni problematiche sembra essere un veicolo eccellente per la formazione di concetti» e, dunque, per l'apprendimento. Di fronte a una situazione nuova e stimolante, lo studente potrebbe trovare nuove soluzioni e strategie che vanno ad arricchire il proprio bagaglio personale, a cui attingere in futuro.

Risolvere un problema di matematica, e in particolare un "word problem", è un'attività complessa che molte volte crea difficoltà agli studenti, spesso legate alla fase di comprensione del testo. Un "word problem" è

«[...] un testo (tipicamente contenente informazioni quantitative) che descrive una situazione assunta familiare per il lettore e che pone una domanda quantitativa, alla quale si può dare una risposta attraverso operazioni matematiche eseguite a partire dai dati forniti nel testo o dedotti in altro modo».

(Greer et al., 2002, citato da Zan, 2017, p. 46)

Alcune difficoltà nella comprensione di un "word problem" sono dovute a carenze sul piano delle competenze linguistiche ed espressive dello studente, al quale può mancare, o essere incompleta, la padronanza della lingua comune (Ferrari, 2004, 2021). Anche il linguaggio specialistico della matematica può contribuire alla difficoltà di comprensione di un problema e, più in generale, di apprendimento della disciplina (D'Amore, 1999, 2000; Demartini & Sbaragli, 2019; Ferrari, 2003; Laborde, 1995; Maier, 1993, 1995; Sbaragli et al., 2021). Infatti, come tutti i linguaggi specialistici, quello della matematica, da un lato, fa uso di simboli, figure e grafici e, dall'altro, utilizza termini che nella lingua di uso comune o non hanno significato oppure si discostano dal loro significato matematico. La mancata comprensione lessicale può essere, dunque, la causa di un'errata risoluzione del problema. A tal proposito, Fornara e Sbaragli (2017) indagano sull'origine degli errori in 216 risoluzioni di problemi da parte di studenti della scuola primaria,¹ e sottolineano che su 138 soluzioni errate 74 erano dovute a difficoltà nella comprensione lessicale. Tuttavia, la mancata comprensione del testo di un problema da parte dello studente può dipendere anche dal modo in cui il testo stesso è formulato. Zan (2012a, 2012b, 2016) individua nel *lessico*, nell'*enciclopedia* e nelle *sceneggiature* alcuni degli aspetti linguistici che possono ostacolare o impedire il processo di risoluzione.

Per quanto riguarda il *lessico*, lo studente potrebbe non conoscere il significato di alcuni termini presenti nel testo del problema, come parole che hanno un significato esclusivamente in ambito matematico (ad esempio "parallelogramma", "cateto", "ascissa", "ortocentro"). Secondo Zan (2007, p. 746), «se chi legge si rende conto di non conoscere il significato di una parola, può chiederlo o cercarlo, o sospendere l'interpretazione del testo. Ma non è detto che questo succeda». Un'altra difficoltà lessicale potrebbe essere legata alle *parole polisemiche*, ossia a quelle parole che hanno significati ed interpretazioni differenti a seconda del contesto. Potrebbe accadere che lo studente sostituisca il

1. La scuola primaria in Italia dura cinque anni e corrisponde alla scuola elementare nel Canton Ticino.

significato di alcuni termini matematici con quello del linguaggio quotidiano (ad esempio "angolo", "limite", "radice", "ipotesi", "tesi") e ciò potrebbe portarlo a una risoluzione errata del problema. Ulteriori aspetti che possono inficiare la comprensione del testo sono i *richiami anaforici*, ossia richiami a parti di testo precedenti. L'anafora è uno strumento di coesione linguistica dei testi che serve a economizzare le dimensioni di un testo, ma può essere fuorviante per la comprensione dello stesso. Infatti, lo studente potrebbe non comprendere "a chi" o "a cosa" faccia riferimento il richiamo, e ciò potrebbe disorientarlo.

Sicuramente, possedere un vocabolario il più ricco possibile permette allo studente di comprendere il significato dei termini presenti nel testo del problema. Fondamentale, però, è anche la sua *conoscenza enciclopedica*, ossia la conoscenza del mondo. Essa fa riferimento alle informazioni sottintese nel testo, che possono essere estrapolate tenendo conto dell'esperienza personale, ed è necessaria per formulare inferenze sugli impliciti presenti nel testo (Zan, 2012a, 2012b). Una mancata conoscenza enciclopedica potrebbe condurre lo studente a una interpretazione errata e, dunque, ostacolare la corretta risoluzione del problema.

Alla conoscenza enciclopedica sono strettamente legate le *sceneggiature comuni* che rappresentano gli schemi più o meno complessi in cui è organizzata la conoscenza. La comprensione del testo è ostacolata se esso fa riferimento a sceneggiature sconosciute o che violano le consuetudini.

È opportuno, allora, che lo studente diventi consapevole dell'importanza della fase di comprensione del testo del problema, che diviene fondamentale e propedeutica per il processo risolutivo.

Questo lavoro di ricerca nasce a partire da tali premesse. Abbiamo progettato un'attività di apprendimento affinché gli studenti si soffermino dapprima sulla comprensione del testo di un problema per poi affrontarne la risoluzione.

In questo articolo ci chiediamo: in che misura l'attività didattica progettata, che prevede che lo studente risolva dei "word problem" solo dopo aver letto attentamente e analizzato il testo del problema, risulta efficace nel favorire l'attivazione di adeguati processi risolutivi da parte degli studenti, nonché la produzione di argomenti a sostegno delle risposte fornite?

Per poter rispondere a questa domanda, abbiamo condotto una sperimentazione con studenti del primo anno della scuola secondaria di secondo grado,² in orario extracurricolare, nell'ambito del progetto "Liceo Matematico UniCampania" (parte di un più ampio progetto nazionale di ricerca e di formazione, denominato "Liceo Matematico").

Di seguito descriviamo in dettaglio il disegno dell'attività di apprendimento (par. 2), la metodologia di ricerca e i criteri di analisi (par. 3). Successivamente analizziamo i dati (par. 4), discutiamo i risultati e indichiamo alcune future prospettive di ricerca (par. 5).

2 Disegno dell'attività di apprendimento

Per progettare la nostra attività di apprendimento, abbiamo individuato 5 "word problems" (di cui uno tratto dalle prove OCSE-PISA del 2000, tre tratti dalle prove OCSE-PISA del 2003 e uno tratto dalla prova unica di ammissione ai corsi di Laurea Magistrale in medicina e chirurgia e in odontoiatria e protesi dentaria, a.a. 2017/2018), i cui testi contenevano, a nostro parere, ostacoli linguistici che potevano interferire con il processo di risoluzione. In particolare, in accordo al nostro quadro teorico, abbiamo individuato ostacoli riguardanti il lessico, l'enciclopedia, le sceneggiature e i richiami anaforici. L'attività prevede due macrofasi sequenziali per ciascuno dei 5 quesiti individuati, denominate ma-

2. La scuola secondaria di secondo grado in Italia dura cinque anni e corrisponde all'ultimo anno di scuola media e alla scuola media superiore o alle scuole professionali nel Canton Ticino.

crofase 1 e macrofase 2. Nella macrofase 1, gli studenti rispondono a delle domande aperte di comprensione del testo, mentre, nella macrofase 2, risolvono i quesiti motivando le proprie risposte. Lo scopo è far in modo che gli studenti, nella macrofase 1, analizzino attentamente il testo del problema e si soffermino sul significato di termini ed espressioni, in modo da comprendere a pieno la richiesta prima di affrontare la risoluzione del quesito, che avverrà nella macrofase 2. In entrambe le macrofasi, gli studenti rispondono individualmente alle domande (fase individuale) e, poi, discutono tra loro in piccoli gruppi per concordare una risposta condivisa a ciascuna domanda (fase collaborativa). I gruppi sono formati casualmente e costituiti da 2 o 3 componenti e, per ogni gruppo, è nominato un "portavoce". Entrambe le macrofasi terminano con una fase di discussione collettiva, avviata dai "portavoce" di ciascun gruppo, i quali riportano all'intera classe le risposte del proprio gruppo per ognuno dei quesiti. Il docente, oltre a mediare la discussione, ha anche il compito di chiarire qualsiasi dubbio relativo alle attività svolte.

Per ragioni di ricerca, abbiamo previsto anche una macrofase 0, nella quale ciascuno studente, prima di lavorare sulla comprensione del testo, risponde individualmente ai cinque quesiti individuati. L'obiettivo è quello di poter confrontare le risposte fornite in questa macrofase con quelle fornite nella macrofase 2 per capire quanto la macrofase 1 abbia influito sul processo risolutivo e su quello argomentativo.

Di seguito riportiamo il testo del quesito "Tasso di cambio", tratto dalle prove OCSE-PISA, sul quale ci focalizzeremo in questo articolo:

Mei-Ling, una studentessa di Singapore, si prepara ad andare in Sudafrica per 3 mesi nell'ambito di un piano di scambi tra studenti. Deve cambiare alcuni dollari di Singapore (SGD) in rand sudafricani (ZAR).

Domanda 1: Mei-Ling ha saputo che il tasso di cambio tra il dollaro di Singapore e il rand sudafricano è $1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ ZAR}$. Mei-Ling ha cambiato 3'000 dollari di Singapore in rand sudafricani a questo tasso di cambio. Quanti rand sudafricani ha ricevuto Mei-Ling?

Domanda 2: Quando Mei-Ling torna a Singapore dopo 3 mesi, le restano 3'900 ZAR. Li cambia di nuovo in dollari di Singapore, notando che il nuovo tasso di cambio è $1 \text{ SGD} = 4,0 \text{ ZAR}$. Quanti dollari di Singapore riceve Mei-Ling?

Domanda 3: Durante questi 3 mesi il tasso di cambio è passato da 4,2 a 4,0 ZAR per 1 SGD. Per Mei-Ling è più vantaggioso che il tasso di cambio sia 4,0 ZAR invece di 4,2 ZAR nel momento in cui cambia i suoi rand sudafricani in dollari di Singapore? Spiega brevemente la tua risposta.

Per quanto riguarda questo quesito, le percentuali di risposte corrette fornite dagli studenti nella prova del 2003 sono state basse, soprattutto per quanto riguarda la Domanda 3 (33,2% a livello nazionale, 39,6% a livello di media paesi OCSE). Il testo del quesito presenta, a nostro avviso, difficoltà legate al significato dei seguenti termini o espressioni: "Tasso di cambio", "Ambito", "Piano di scambi tra studenti", "il tasso di cambio è passato da 4,2 a 4,0 ZAR per 1 SGD", "Per Mei-Ling è più vantaggioso che il tasso di cambio sia 4,0 ZAR invece di 4,2 ZAR". Inoltre, contiene termini polisemici come "piano" e "tasso" e due richiami anaforici, "le" e "li", rispettivamente nelle frasi "le restano 3'900 ZAR" e "li cambia di nuovo". Nella macrofase 1, viene pertanto consegnata agli studenti una scheda con il testo originale del quesito e con le seguenti domande aperte per indagare su aspetti legati al lessico e alle anafore:

- spiega il significato dei seguenti termini o espressioni presenti nel testo del quesito: Ambito; Piano di scambi tra studenti; Tasso di cambio.
- Cosa significa, nella domanda 3, che "il tasso di cambio è passato da 4,2 a 4,0 ZAR per 1 SGD"?
- Nella domanda 3, cosa significa "più vantaggioso" nella frase "Per Mei-Ling è più vantaggioso che il tasso di cambio sia 4,0 ZAR invece di 4,2 ZAR"?

- Alcuni sostantivi presenti nel testo assumono più significati. Quali significati attribuisce ai termini “piano” e “tasso”?
- Ci sono altri termini che per te assumono più significati? Quali? Motiva la tua risposta.
- Nella domanda 2, nell’espressione “le restano 3'900 ZAR”, a chi o cosa è riferito il pronome “le”? Motiva la tua risposta.
- Nella domanda 2, nell’espressione “li cambia di nuovo”, a chi o cosa è riferito il pronome “li”? Motiva la tua risposta.

Inoltre, nella scheda è presente la domanda “Spiega perché Mei-Ling ha bisogno di cambiare i dollari di Singapore in rand del Sudafrica”, formulata al fine di avere informazioni sul livello di comprensione, da parte degli studenti, di questa sceneggiatura. Nella macrofase 2, agli studenti è consegnato nuovamente il quesito originale con la richiesta di rispondere alle tre domande e di motivare ciascuna risposta.

3 Metodologia

In questo paragrafo forniamo dettagli sugli studenti che hanno partecipato alla sperimentazione e descriviamo la procedura di sperimentazione. Descriviamo, poi, la modalità di raccolta dei dati e i criteri utilizzati per l’analisi qualitativa delle risposte fornite dagli studenti.

3.1 Setting e partecipanti

L’attività di apprendimento sopra descritta è stata sperimentata nell’ambito del progetto “Liceo Matematico UniCampania” in orario extracurricolare, con 20 studenti di una classe prima dell’Istituto Tecnico Statale “M. Buonarroti” di Caserta, indirizzo Costruzioni, Ambiente e Territorio. Di questi, 11 studenti (che di seguito indicheremo con S1, ..., S11) hanno partecipato a tutte le macrofasi relativamente al quesito “Tasso di cambio”, sul quale ci focalizziamo in questo articolo. Gli studenti erano abituati a lezioni dialogate e discussioni di gruppo mediate dal docente, durante le quali venivano continuamente sollecitati a essere parte attiva nella costruzione dei nuovi significati.

L’intero percorso ha avuto la durata di 17 ore complessive e si è svolto nell’aula della classe. La macrofase 0 si è svolta in una lezione di 2 ore, mentre le macrofasi 1 e 2, per ognuno dei 5 quesiti, hanno avuto la durata di un’ora e mezzo ciascuna, di cui i primi 30 minuti dedicati alla fase individuale, i successivi 30 minuti alla fase collaborativa e gli ultimi 30 minuti alla fase di discussione collettiva (vedi par. 2). Gli studenti hanno risposto alle domande aperte senza che il docente intervenisse. Durante la fase collaborativa, ciascuno studente ha potuto consultare le risposte da lui fornite nella fase individuale. Nella fase di discussione collettiva, ciascun gruppo ha avuto a disposizione le schede compilate nella fase di lavoro in gruppi. Il docente è intervenuto soltanto nelle fasi di discussione collettiva.

Relativamente al quesito “Tasso di cambio”, la macrofase 0 si è svolta circa un mese prima delle macrofasi 1 e 2.

3.2 Modalità di raccolta dati e criteri di analisi

Abbiamo raccolto i seguenti dati:

- le risposte individuali relative a ciascuna macrofase, ossia le risposte fornite da ciascuno studente: nella macrofase 0, quando risponde per la prima volta ai quesiti; nella fase individuale della macrofase 1, quando risponde ai quesiti di comprensione del testo; nella fase individuale della macrofase 2, quando risolve nuovamente i quesiti dopo aver lavorato sulla comprensione del testo;
- le risposte fornite da ciascun gruppo nelle fasi collaborative relative alle macrofasi 1 e 2.

Per poter rispondere alla nostra domanda di ricerca, ossia per capire in che misura, relativamente alle attività didattiche progettate, la fase di comprensione del testo abbia influenzato la successiva fase di

risoluzione del problema nonché la produzione di argomenti da parte degli studenti, abbiamo analizzato le loro produzioni individuali rispettivamente nella macrofase 0 e nella macrofase 2, ossia prima e dopo la macrofase 1 di comprensione del testo. In particolare, abbiamo cercato eventuali cambiamenti nel processo risolutivo e argomentativo, avvenuti in seguito alla macrofase 1, sia relativamente alla correttezza nella risoluzione dei quesiti sia relativamente alla pertinenza, correttezza e completezza dell'argomentazione. Per capire se le ragioni dell'eventuale cambiamento siano state dovute ad una riflessione da parte dello studente sul testo del problema e sugli ostacoli linguistici in esso contenuti, abbiamo analizzato le produzioni individuali e di gruppo degli studenti nella macrofase 1. I dati si riferiscono al quesito "Tasso di cambio", descritto nel par. 2.

4 Analisi dei dati

Abbiamo analizzato i dati da un punto di vista qualitativo in accordo ai criteri di analisi sopra specificati. Abbiamo fornito, comunque, anche alcuni dettagli quantitativi.

Dall'analisi dei dati sono emersi cambiamenti nel passaggio dalla macrofase 0 alla macrofase 2, sia relativamente ad aspetti legati alla risoluzione dei quesiti, sia legati alla produzione di argomenti.

Più in particolare, nel passare dalla macrofase 0 alla macrofase 2:

- è migliorata la correttezza della risoluzione per la maggior parte degli studenti, ossia per 7 studenti su 11 (S1, S4, S6, S7, S8, S10, S11);
- sono comparsi argomenti, prima assenti, a supporto delle risposte, per la maggior parte degli studenti, ossia per 7 studenti su 11 (S1, S3, S4, S5, S7, S10, S11).

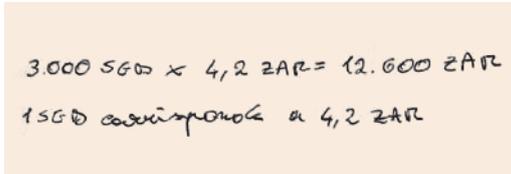
Osserviamo che per 5 studenti su 11 (S1, S4, S7, S10, S11) non solo è migliorata la correttezza della risoluzione, ma sono anche comparse argomentazioni a supporto delle risposte fornite.

Di seguito analizziamo in dettaglio le risposte di alcuni studenti come esempi dei miglioramenti osservati. Per cercare di capire in che misura i cambiamenti evidenziati siano dovuti alla fase di comprensione del testo, analizziamo le risposte fornite da tali studenti nella macrofase 1, sia durante la fase di lavoro individuale sia durante la fase di lavoro collaborativo.

4.1 Miglioramento nella correttezza della risoluzione

Gli studenti S1, S4, S6, S7, S8, S10, S11, nella macrofase 0, non hanno risposto o hanno risposto in maniera errata ad alcune delle domande previste dal quesito. Nella macrofase 2, invece, hanno risposto correttamente a tutte le domande.

Di seguito analizziamo in dettaglio le risposte fornite da S8 rispettivamente nella macrofase 0 e nella macrofase 2.

Macrofase 0	Macrofase 2
Domanda 1	
 <p style="text-align: center;">«Calcolo $3000 \times 4,2$ Risposta Ha ricevuto 12600,0 ZAR».</p>	 <p style="text-align: center;">«3000 SGD \times 4,2 ZAR = 12.600 ZAR 1 SGD corrisponde a 4,2 ZAR».</p>

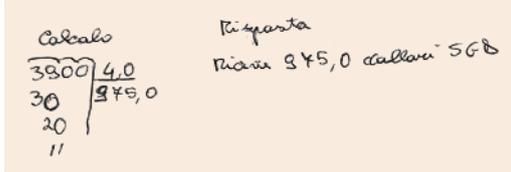
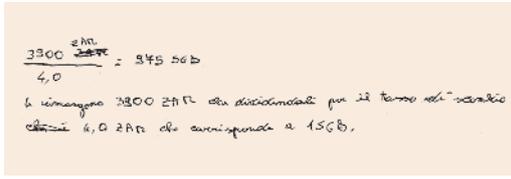
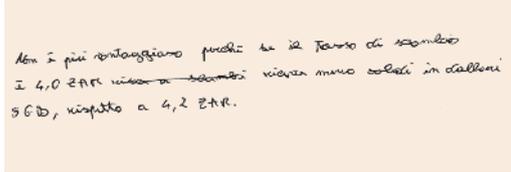
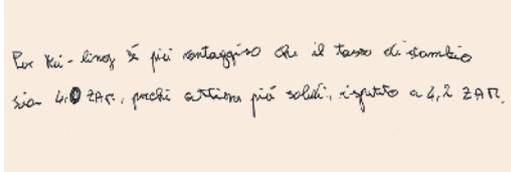
Macrofase 0	Macrofase 2
Domanda 2	
 <p style="text-align: center;">«Calcolo 3'900 : 4 Risposta Riceve 975,0 dollari SGD».</p>	 <p style="text-align: center;">« $\frac{3900 \text{ ZAR}}{4,0} = 975 \text{ SGD}$</p> <p style="text-align: center;">Le rimangono 3900 ZAR che dividendoli per il tasso di cambio 4,0 ZAR che corrisponde a 1 SGD».</p>
Domanda 3	
 <p style="text-align: center;">«Non è più vantaggioso perché se il tasso di cambio è 4,0 ZAR riceve meno soldi in dollari SGD, rispetto a 4,2 ZAR».</p>	 <p style="text-align: center;">«Per Mei-ling è più vantaggioso che il tasso di cambio sia 4,0 ZAR, perché ottiene più soldi rispetto a 4,2 ZAR».</p>

Tabella 1. Risposte dello studente S8 nelle macrofasi 0 e 2.

Come possiamo osservare dalla Tabella 1, nella macrofase 0, lo studente S8 utilizza una modalità risolutiva strutturata (calcolo/risposta) nelle risposte alle domande 1 e 2, risolvendo le operazioni in colonna. Sbaglia la risposta alla domanda 3. A tal proposito, sembra che lo studente confronti semplicemente i due numeri (4,0 e 4,2) e non i risultati ottenuti dividendo per essi, nonostante abbia correttamente utilizzato l'operatore di divisione per rispondere alla domanda precedente.

Nella macrofase 2 le operazioni vengono indicate in linea e i numeri sono accompagnati dalle unità di misura. Lo studente risponde correttamente a tutte domande e, in particolare, alla terza, facendo riferimento agli ZAR ("meno ZAR") per ottenere gli SGD ("più SGD"). Sembra, quindi, che lo studente immagini, questa volta, di fare una divisione intesa come raggruppamento e che riesca a stimare il risultato al variare del divisore.

Dall'analisi dei protocolli relativi alla macrofase 1, sembra che tale fase intermedia di comprensione del testo, favorendo la riflessione sul significato di alcune espressioni, abbia influenzato fortemente il cambio di prospettiva da parte di S8 nel rispondere alla domanda 3. Infatti, già nella fase individuale, lo studente, alla richiesta "Che cosa significa che il tasso di cambio è passato da 4,2 a 4,0 ZAR per 1 SGD?" risponde «Significa che 1 SGD corrisponde a 4,0 ZAR invece di 4,2», e alla richiesta "Cosa significa 'più vantaggioso' nella frase 'Per Mei-ling è più vantaggioso che il tasso di cambio sia 4,0 ZAR invece di 4,2 ZAR [...]?'» risponde «Significa che le conviene di più». La sua risposta alla prima delle due richieste viene scelta dal gruppo come risposta condivisa nella fase collaborativa della macrofase 1. Inoltre, alla seconda delle due richieste, il gruppo risponde: «Significa che conviene di più il nuovo tasso di cambio». Gli studenti, lavorando in collaborazione, vanno oltre la semplice richiesta relativa alla comprensione del testo, anticipando la fase risolutiva. Ciò sembra aver influenzato in

maniera significativa la correttezza della risposta alla domanda 3 nella macrofase 2 da parte di S8, il quale afferma che «il tasso di cambio di 4 ZAR è più vantaggioso dell'altro perché utilizza meno ZAR per poi ottenere più SGD», richiamando il significato di variazione del tasso di cambio da lui riportato nelle risposte in macrofase 1.

4.2 Comparsa di argomentazioni prima assenti

Gli studenti S1, S3, S4, S5, S7, S10, S11, nella macrofase 0, non hanno prodotto argomenti a supporto delle proprie risposte. Le argomentazioni sono invece comparse nella macrofase 2.

La seguente Tabella 2 mostra le risposte di S3 rispettivamente nella macrofase 0 e 2.

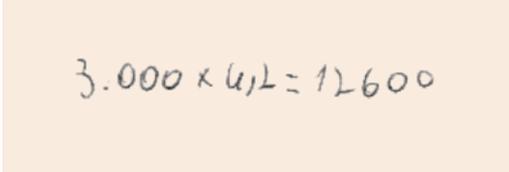
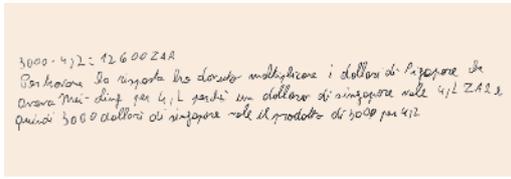
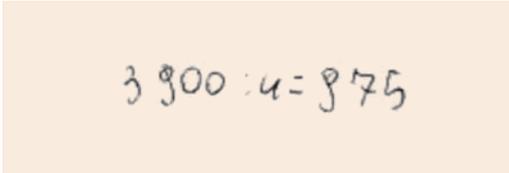
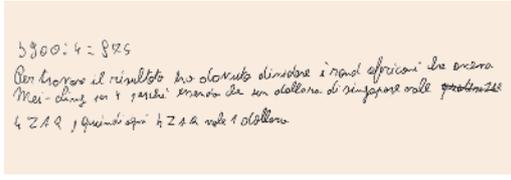
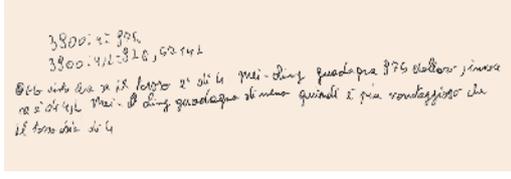
Macrofase 0	Macrofase 2
Domanda 1	
 <p>«3.000 × 4,2 = 12600».</p>	 <p>«3000 · 4,2 = 12'600 ZAR Per trovare la risposta ho dovuto moltiplicare i dollari di Singapore che aveva Mei-Ling per 4,2 perché un dollaro di Singapore vale 4,2 ZAR e quindi 3000 dollari di Singapore vale il prodotto di 3000 per 4,2».</p>
Domanda 2	
 <p>«3900 : 4 = 975».</p>	 <p>«3900 : 4 = 975 Per trovare il risultato ho dovuto dividere i rand africani che aveva Mei-Ling per 4 perché essendo che un dollaro di Singapore vale 4 ZAR, quindi ogni 4 ZAR vale 1 dollaro».</p>
Domanda 3	
 <p>«Si perché prende più dollari rispetto a prima che il tasso era 4,2 ZAR».</p>	 <p>«3900 : 4 = 975 3900 : 4,2 = 928,57142 Ho visto che se il tasso è di 4 Mei-Ling guadagna 975 dollari, invece se è di 4,2 Mei-Ling guadagna di meno quindi è più vantaggioso che il tasso sia di 4».</p>

Tabella 2. Risposte dello studente S3 nelle macrofasi 0 e 2.

Nella macrofase 0, S3 risponde correttamente a tutte le domande, sebbene non utilizzi le unità di misura, ma non produce argomenti a supporto delle proprie risposte. Nella macrofase 2, aggiunge dettagli alle proprie risposte, come ad esempio l'unità di misura nella risposta alla domanda 1, e argomenta tutte le risposte. In particolare, nella domanda 3, lo studente passa da una risposta corretta ad una corretta e motivata mediante il confronto dei risultati di due operazioni matematiche. Sembra che lo studente utilizzi l'operatore di divisione con consapevolezza. Infatti, per decidere il cambio più vantaggioso, lo studente confronta i risultati di due divisioni.

Nella macrofase 1 di comprensione del testo, alla domanda "Cosa significa 'più vantaggioso' nella frase 'Per Mei-Ling è più vantaggioso che il tasso di cambio sia 4,0 ZAR invece di 4,2 ZAR [...]?'", lo studente S3, nella fase individuale, risponde: «significa che quando dovrà fare il tasso di cambio dallo ZAR allo SGD avrà più soldi rispetto a prima che il tasso era 4,2 ZAR». Tale risposta è molto simile a quella da lui fornita alla domanda 3 della macrofase 0 (vedi Tabella 2). Sembra, quindi, che la fase individuale di comprensione del testo non abbia influito sul miglioramento dell'argomentazione da parte dello studente. Nella successiva fase collaborativa di comprensione del testo, invece, alla stessa richiesta, il gruppo risponde «che rispetto a prima ci vogliono meno ZAR per fare un SGD quindi avrà più soldi», entrando nel merito della motivazione del vantaggio e quindi anticipando la strategia risolutiva. Tale strategia è messa in atto da S3 nella successiva macrofase 2, il quale utilizza il calcolo come supporto argomentativo, confrontando il risultato di due diverse divisioni. Sembra quindi, che la fase collaborativa della macrofase 1 di comprensione del testo abbia condizionato fortemente la modalità risolutiva messa in atto dallo studente.

4.3 Miglioramento nella correttezza della risoluzione e comparsa di argomentazioni prima assenti

Gli studenti S1, S4, S7, S10 e S11, nel passare dalla macrofase 0 alla macrofase 2, non solo migliorano nella correttezza delle risposte, ma producono anche argomenti a sostegno delle stesse. Riportiamo di seguito le risposte fornite da S4 rispettivamente nella macrofase 0 e nella macrofase 2.

Macrofase 0	Macrofase 2
Domanda 1	
<p>«3000 · 4,2 = 12.600».</p>	<p>«3000 · 4,2 = 12.600 ZAR Ho fatto i 3000 SGD · 4,2 ZAR che sarebbe un dollaro di Singapore e mi sono trovato il totale del Rand sudafricano che equivale a 12.600 ZAR».</p>
Domanda 2	
<p>«3900 · 4,0 = 15.600».</p>	<p>«3900 SGD : 4,0 ZAR = 975 SGD Ho fatto 3900 ZAR diviso l'altro ZAR e mi trovo i dollari di Singapore che equivalgono a 975».</p>

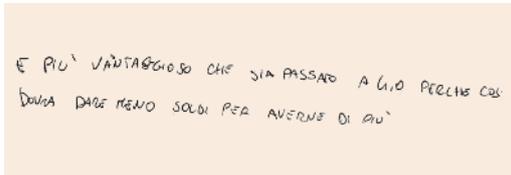
Macrofase 0	Macrofase 2
Domanda 3	
	
<p>«Perché quando ritorna prende 3900 dollari quindi avrà più soldi».</p>	<p>«È più vantaggioso che sia passato a 4,0 perché così dovrà dare meno soldi per averne di più».</p>

Tabella 3. Risposte dello studente S4 nelle macrofasi 0 e 2.

Lo studente S4, nella macrofase 0, risponde correttamente solo alla domanda 1, usa le unità di misura (anche se non correttamente) solo nella domanda 3 e propone argomentazioni solo per la domanda 3. Nella macrofase 2, invece, risponde correttamente, utilizza in maniera appropriata le unità di misura e argomenta a supporto dei calcoli fatti in tutte le domande.

In particolare, lo studente, nella macrofase 0, dimostra di non aver compreso il significato della domanda 3. Infatti, alla domanda “Per Mei-Ling è più vantaggioso che il tasso di cambio sia 4,0 ZAR invece di 4,2 ZAR [...]?” lo studente risponde affermativamente sostenendo «perché quando ritorna prende 3900 dollari quindi avrà più soldi». La sua argomentazione suggerisce però chiaramente un errore di risoluzione perché la cifra 3'900 nel testo del problema si riferisce ai rand sudafricani e non ai dollari, come sostenuto dallo studente. Allo scopo di analizzare tale errore, viene di seguito riportata la risposta fornita dallo studente nella scheda individuale durante la macrofase 1 di comprensione del testo. Alla domanda “Cosa significa ‘più vantaggioso’ nella frase ‘Per Mei-Ling è più vantaggioso che il tasso di cambio sia 4,0 ZAR invece di 4,2 ZAR [...]?’”, lo studente risponde: «Perché quando c’era 4,2 ZAR guadagna 3000 dollari di Singapore invece ora che sta a 4,0 ZAR ne guadagna 3'900». Sembra quindi che egli associ “visivamente” il dato 4,2 al dato 3'000 e il dato 4,0 al dato 3'900; questo probabilmente perché nella formulazione del testo della domanda il dato 3'000 è nello stesso paragrafo in cui compare il dato 4,2 mentre il dato 3'900 è nello stesso paragrafo del dato 4,0.

Lo studente, quindi, nella macrofase 0 sbaglia la risposta alla domanda 3 perché è convinto che Mei-Ling al ritorno a Singapore, quando il cambio è 4,0, abbia 3'900 dollari invece dei 3'000 posseduti alla partenza, non considerando affatto che la cifra in effetti si riferisce ai rand Sudafricani. Questo aspetto sembra essere ribadito anche dalla risposta individuale dello studente alla domanda “Nella domanda 2, nell’espressione ‘li cambia di nuovo’, a chi o cosa è riferito il pronome ‘li’?” posta nella macrofase 1 di comprensione del testo. Infatti, S4 risponde: «ai dollari sudafricani».

Nella macrofase 2, invece, lo studente motiva diversamente la risposta alla stessa domanda, sostenendo «è più vantaggioso che sia passato a 4,0 perché così dovrà dare meno soldi per averne di più». Questo mostra un miglioramento in termini di comprensione perché la risposta fa riferimento a quanti rand Mei-Ling deve dare in cambio di 1 SGD. Lo studente acquisisce la consapevolezza che la cifra 3'900 si riferisce ai rand sudafricani e che questi devono essere convertiti in dollari.

Il miglioramento della comprensione del testo giustificato dalla risposta fornita dallo studente nella fase individuale della macrofase 2 sembra essere frutto, alla luce dell’analisi della risposta fornita dallo studente nella fase individuale della macrofase 1, della fase collaborativa della macrofase 1 di comprensione, laddove il gruppo del quale fa parte, alla domanda “Cosa significa ‘più vantaggioso’ nella frase ‘Per Mei-Ling è più vantaggioso che il tasso di cambio sia 4,0 ZAR invece di 4,2 ZAR [...]?’”, risponde «Per Mei-Ling è più conveniente che il tasso di cambio sia di 4,0 ZAR che di 4,2 ZAR».

5 Discussione e conclusioni

In questo lavoro abbiamo descritto un'attività di apprendimento (par. 2) disegnata affinché gli studenti, posti di fronte alla risoluzione di un "word problem", si soffermino dapprima sulla comprensione del testo del problema per poi affrontare la sua risoluzione. L'attività si inquadra nell'ambito delle teorie di Zan (2012a, 2012b, 2016, 2017) e pone l'attenzione su alcuni aspetti linguistici che possono ostacolare o impedire un corretto processo di risoluzione. Essa prevede tre momenti, denominati macrofasi. Nella macrofase 0, gli studenti rispondono individualmente ad alcuni quesiti. Nella successiva macrofase 1 di comprensione del testo, essi, dapprima individualmente e poi in piccoli gruppi, rispondono a domande aperte su aspetti linguistici presenti nei testi dei problemi. Infine, nella macrofase 2, gli studenti risolvono nuovamente i quesiti, lavorando dapprima individualmente e poi in maniera collaborativa.

Abbiamo sperimentato l'attività con studenti del primo anno di scuola secondaria di secondo grado (nono grado di istruzione scolastica) con l'obiettivo di investigare quanto la comprensione del testo di un problema influenzi la sua risoluzione e favorisca la produzione di argomenti a supporto delle risposte date. In particolare, alla luce del quadro teorico descritto nel par. 1, abbiamo cercato cambiamenti nelle produzioni degli studenti nel passaggio dalla macrofase 0 alla macrofase 2, relativamente ad aspetti legati sia alla risoluzione dei quesiti sia alla produzione di argomenti e abbiamo investigato le ragioni di tali cambiamenti, analizzando se e in che misura questi siano dovuti alla macrofase 1 di comprensione del testo.

L'analisi si è focalizzata su un quesito in particolare, denominato "Tasso di cambio" e descritto nel par. 3. Dall'analisi emerge che la maggior parte degli studenti (7 studenti su 11), dopo essersi soffermata sulla comprensione del testo, migliora la correttezza delle risposte fornite nella macrofase 2 rispetto a quanto prodotto nella macrofase 0. Inoltre, la maggior parte di loro (7 su 11), nella macrofase 2, produce argomenti a supporto delle proprie risposte, assenti nella macrofase 0. Addirittura, per 5 studenti su 11, nel passare dalla macrofase 0 alla macrofase 2, migliora la correttezza della risoluzione e compaiono argomentazioni a supporto delle risposte fornite. Questi miglioramenti sembrano essere conseguenza dell'attività di comprensione del testo svolta nella macrofase 1 e, in particolare, dei momenti collaborativi, che hanno favorito la discussione e il confronto all'interno dei gruppi nonché l'emergere di significati diversi che gli studenti, lavorando individualmente, non avevano considerato. Ad esempio, S8, nel rispondere alla domanda 3 del quesito "Tasso di cambio" nella macrofase 2, cambia completamente prospettiva rispetto alla macrofase 0, dopo aver riflettuto sul significato di alcune espressioni durante la macrofase 1 (si veda il par. 4.1). Anche per quegli studenti che avevano risposto in maniera corretta già nella macrofase 0, la fase collaborativa della macrofase 1 ha comportato un miglioramento nell'argomentazione. È questo il caso degli studenti S3 ed S4 che, a seguito della fase collaborativa di comprensione del testo, producono nella macrofase 2 argomentazioni prima assenti e indicano nelle loro risposte le unità di misura prima omesse. In particolare, le risposte non corrette di S4 in macrofase 0 (si veda il par. 4.3), sembrano essere il risultato di una lettura selettiva del testo che compromette la comprensione della relazione tra i dati presenti nel quesito. Ciò è in accordo con Pozio (2011), la quale, analizzando i risultati degli studenti italiani nelle prove OCSE-PISA del 2003, osserva come molte difficoltà dipendano da carenze relative alla lettura e comprensione del testo, poiché gli studenti spesso si focalizzano solo sui dati numerici o su parole o espressioni che suggeriscono loro una soluzione. È necessario, dunque, progettare attività didattiche che favoriscano il superamento di difficoltà derivanti da una lettura selettiva del testo del problema. La nostra attività, che richiede che lo studente legga con attenzione il testo proposto e si interroghi sui significati di termini ed espressioni, mediando con gli altri la scelta di un significato condiviso, sembra essere risultata efficace in tal senso. Infatti, sembra essere stata proprio la macrofase 1, e in particolare la sua fase

collaborativa, a consentire a S4 di giungere alla reale comprensione del testo del problema e alla sua corretta risoluzione in macrofase 2.

Questo lavoro potrebbe contribuire ad accrescere negli studenti, ma anche nei docenti, la consapevolezza dell'importanza della fase della comprensione del testo nel processo di problem solving argomentativo e a favorire l'acquisizione di un metodo da utilizzare ogni qual volta si è alle prese con un "word problem". Seguendo la metodologia proposta, gli studenti potrebbero sviluppare un approccio ai problemi che preveda la messa in atto di una fase di analisi e comprensione del testo, necessaria per l'individuazione dei dati e delle loro relazioni, preliminare alla fase di risoluzione. Questa ricerca, inoltre, sembra mostrare come le attività collaborative in piccoli gruppi, all'interno dei quali i significati sono mediati e condivisi, siano efficaci nel favorire la comprensione del testo di un problema e, dunque, la sua corretta risoluzione. Tali attività dovrebbero essere previste dai docenti sempre più frequentemente nella loro pratica didattica.

Lo studio descritto in questo articolo è da considerarsi esplorativo. I miglioramenti nella risoluzione e produzione di argomentazioni da parte degli studenti, rilevati nella macrofase 2, sembrano essere conseguenza di quanto avvenuto in macrofase 1. Tuttavia gli studenti hanno risolto gli stessi quesiti due volte, sebbene a distanza di tempo. Pensiamo, pertanto, di condurre ulteriori esperimenti sia per confermare gli effetti della macrofase 1 (in particolare dei momenti collaborativi di condivisione e confronto all'interno dei piccoli gruppi) sui miglioramenti osservati in macrofase 2, sia per separare tali effetti da quelli legati alla riproposizione di uno stesso quesito.

Bibliografia

D'Amore, B. (1999). *Elementi di didattica della matematica*. Pitagora.

D'Amore, B. (2000). *Lingua, Matematica e Didattica. La matematica e la sua didattica*, 1, 28–47.

D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2006). Che problema i problemi. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 6(29), 645–664.

Demartini, S., & Sbaragli, S. (2019). Le parole che "ingannano". La componente lessicale nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica. *Quaderni di Ricerca in Didattica*, 2(5), 19–25.

Duncker, K. (1935). *The psychology of productive thinking*. Springer.

Ferrari, P. L. (2003). Costruzione di competenze linguistiche appropriate per la matematica a partire dalla media inferiore. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 26A(4), 469–496.

Ferrari, P. L. (2004). Mathematical language and advanced mathematics learning. In M. J. Hoines & A. B. Fugelstad (Eds.), *Proc. 28th Conference of PME* (pp. 383–390). Bergen University College.

Ferrari, P. L. (2021). *Educazione Matematica, lingua, linguaggi. Costruire, condividere e comunicare matematica in classe*. UTET Università.

Fornara, F., & Sbaragli, S. (2017). Italmatica. L'importanza del dizionario nella risoluzione di problemi matematici. In F. De Renzo & M. E. Piemontese (Eds.), *Educazione linguistica e apprendimento/insegnamento delle discipline matematico-scientifiche, I quaderni del GISCEL* (Vol. 2, pp. 211–224). Aracne.

- Greer, B., Verschaffel, L., & De Corte, E. (2002). "The answer is really 4.5": Beliefs about word problems. In G. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (Eds.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (pp. 271–292). Kluwer Academic Publishers.
- Laborde, C. (1995). Occorre apprendere a leggere e scrivere in matematica? *La matematica e la sua didattica*, 9(2), 121–135.
- Maier, H. (1993). Problemi di lingua e di comunicazione durante le lezioni di matematica. *La matematica e la sua didattica*, 7(1), 69–80.
- Maier, H. (1995). Il conflitto tra lingua matematica e lingua quotidiana per gli allievi. *La matematica e la sua didattica*, 9(3), 298–305.
- Pozio, S. (2011). *La risoluzione di prove di competenza matematica. Analisi dei risultati italiani nell'indagine OCSE-PISA 2003*. Nuova Cultura.
- Sbaragli, S., Franchini, E., & Demartini, S. (2021). Difficulties in understanding and managing specialized geometry terms at middle school entrance. *La matematica e la sua didattica*, 29(1), 7–37.
- Zan, R. (2007). La comprensione del problema scolastico da parte degli allievi: alcune riflessioni. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 30A–B(6), 741–762.
- Zan, R. (2012a). La dimensione narrativa di un problema: il modello C&D per l'analisi e la (ri)formulazione del testo. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate: I parte*, 35A(2), 107–126.
- Zan, R. (2012b). La dimensione narrativa di un problema: il modello C&D per l'analisi e la (ri)formulazione del testo. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate: II parte*, 35A(5), 437–467.
- Zan, R. (2016). *I problemi di matematica: difficoltà di comprensione e formulazione del testo*. Carocci Faber.
- Zan, R. (2017). Il ruolo cruciale del pensiero narrativo nella comprensione dei problemi. *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula*, 2, 46–57. <https://doi.org/10.33683/ddm.17.2.3>