

Articolo di riferimento (DOI: [10.33683/ddm.21.9.4](https://doi.org/10.33683/ddm.21.9.4))

Educare alla “matematizzazione e modellizzazione” nella scuola media

Autore

Lorenzo Cantaluppi

Allegato 1

Il questionario iniziale

Allegato 2

Intervento didattico 1 – Presentazione

Allegato 3

Intervento didattico 1 – Schede allievi

Allegato 4

Intervento didattico 2 – Schede allievi

Allegato 5

Intervento didattico 3 – Schede allievi

Allegato 6

Intervento didattico 4 – Schede allievi

Allegato 7

Intervento didattico 5 – Schede allievi

Allegato 8

Intervento didattico 6 – Schede allievi

Allegato 9

Intervento didattico 7 – Presentazione

Allegato 10

Intervento didattico 7 – Schede allievi

Allegato 11

Il questionario finale

Il questionario iniziale

NOME: COGNOME: DATA:

QUESTIONARIO SUI PROBLEMI DI MATEMATICA

Nelle seguenti pagine troverai alcune domande alle quali ti verrà chiesto di rispondere in maniera libera e personale. Cerca quindi di essere spontaneo e di scrivere quello che pensi davvero.

Leggi bene le domande e rifletti sulle risposte da dare. Avrai a disposizione 30 minuti.

Le tue risposte ci serviranno per iniziare insieme un percorso sui problemi matematici. Grazie!

.....

DOMANDA 1

Che cosa si dovrebbe fare per riuscire a risolvere un problema matematico?

Prenditi il tempo di cui hai bisogno per riflettere sulle fasi necessarie per risolvere un problema. Presenta poi queste fasi con la modalità che ritieni più idonea (testo scritto, schema, disegno, fumetto, ...).

RISPOSTA:

DOMANDA 2

Dai un tuo giudizio sulle seguenti affermazioni relative a convinzioni e comportamenti nella risoluzione di problemi matematici, indicandone il livello di importanza.

Utilizza la seguente scala di valutazione numerica:

1 = per nulla d'accordo

2 = poco d'accordo

3 = abbastanza d'accordo

4 = molto d'accordo

Convinzioni e comportamenti	Giudizio personale			
	Per nulla d'accordo	Poco d'accordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
1. È più facile comprendere un problema con un testo più corto rispetto a un problema con un testo più lungo.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
2. È più facile risolvere un problema con una sola domanda rispetto a un problema con tante domande.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
3. È più facile svolgere i calcoli di un problema con numeri piccoli rispetto a un problema con numeri grandi.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
4. Utilizzare tutto il tempo necessario per leggere in profondità il testo di un problema matematico allo scopo di comprenderne bene il senso.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
5. Leggere velocemente il testo di un problema matematico per concentrarsi il prima possibile sul procedimento matematico da implementare.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐

Convinzioni e comportamenti	Per nulla d'accordo	Poco d'accordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
6. Rileggere il testo di un problema se alla prima lettura non si è capito il significato.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
7. Leggere soltanto il testo di un problema. Tutto il resto (es. disegni, schemi, tabelle) non serve per comprenderne il significato.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
8. Cercare il significato di una parola sul dizionario se non si conosce.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
9. Capire che tipo di testo si sta leggendo: se non ha dati numerici, allora non è un problema matematico.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
10. Prima di pensare ad un possibile procedimento risolutivo, cercare di capire l'argomento matematico che emerge dal problema.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
11. Cercare di capire il significato della/e domanda/e presente/i nel problema.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
12. Cercare nel testo del problema le parole che suggeriscono l'operazione da fare.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
13. Pensare se il problema proposto ha una struttura simile a quella di problemi già visti.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
14. Prima di iniziare a scrivere sul foglio, pensare a tutto il procedimento risolutivo.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐

Convinzioni e comportamenti	Per nulla d'accordo	Poco d'accordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
15. Provare a scrivere le operazioni che sembrano più adatte ai numeri e alle parole del problema. Scegliere poi quella che si ritiene corretta.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
16. Fare disegni o schemi se può essere utile per risolvere alcuni problemi.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
17. Modificare subito il procedimento se ci si rende conto di avere sbagliato.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
18. Essere più concentrati quando si svolgono i calcoli rispetto a quando si sceglie l'operazione da scrivere: è peggio infatti fare un errore di calcolo piuttosto che sbagliare a scegliere le operazioni.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
19. Chiedere subito aiuto ai compagni o al docente quando non si capisce qualcosa.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
20. Dopo aver svolto il procedimento risolutivo, controllarlo per assicurarsi di non avere fatto errori.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
21. Dopo aver svolto il procedimento risolutivo, rileggere il problema per assicurarsi che il processo e la soluzione siano accettabili.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐

9

QUESTE SONO STATE LE VOSTRE RISPOSTE...

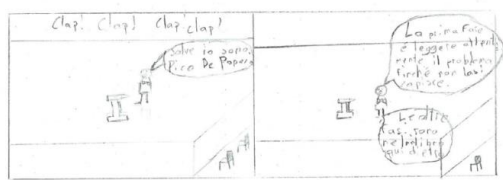
QUASI 50 RISPOSTE DIVERSE!!!!



10

AVETE UTILIZZATO DIVERSI STILI DI RISPOSTA...

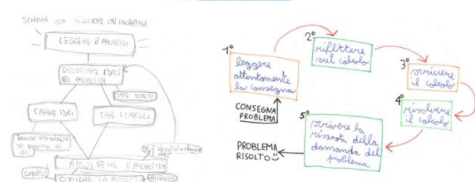
1) FUMETTO



11

AVETE UTILIZZATO DIVERSI STILI DI RISPOSTA...

2) SCHEMA



12

AVETE UTILIZZATO DIVERSI STILI DI RISPOSTA...

3) DISEGNO



13

AVETE UTILIZZATO DIVERSI STILI DI RISPOSTA...

4) RACCONTO

Prima di tutto leggo il problema e lo rileggo un po' di volte, se lo capisco tutto a ragionare mio, se invece non lo capisco lo rileggo con calma.
Dopo aver letto e aver capito il problema scrivo su un foglio le mie idee, e intanto ragiono...
Poi disegno, metto i dati, calcolo e quando trovo il risultato o la risposta (che mi pare) la scrivo.
Prima di tutto scrivo il calcolo e lo risolvo, (faccio tutto prima su un foglio o parte, in matita).
Dopo di che scrivo a bella il calcolo e la risposta.

14

AVETE UTILIZZATO DIVERSI STILI DI RISPOSTA...

5) ELENCO

Per me un problema deve essere affrontato così:
1°- leggere attentamente
2°- capire il problema
3°- pensare ai procedimenti possibili per risolvere il problema (a pag.)
4°- scrivere a bella
5°- fare una risposta completa.

15

SCEGLIAMO ADESSO UNO STILE COMUNE PER LA PROSSIMA ATTIVITÀ:

REALIZZARE UN CARTELLONE CON UN PROCEDIMENTO CONDIVISO DA TUTTA LA CLASSE!



Prima di tutto leggo il problema e lo rileggo un po' di volte, se lo capisco tutto a ragionare mio, se invece non lo capisco lo rileggo con calma.
Dopo aver letto e aver capito il problema scrivo su un foglio le mie idee, e intanto ragiono...
Poi disegno, metto i dati, calcolo e quando trovo il risultato o la risposta (che mi pare) la scrivo.
Prima di tutto scrivo il calcolo e lo risolvo, (faccio tutto prima su un foglio o parte, in matita).
Dopo di che scrivo a bella il calcolo e la risposta.

1) FUMETTO

2) SCHEMA

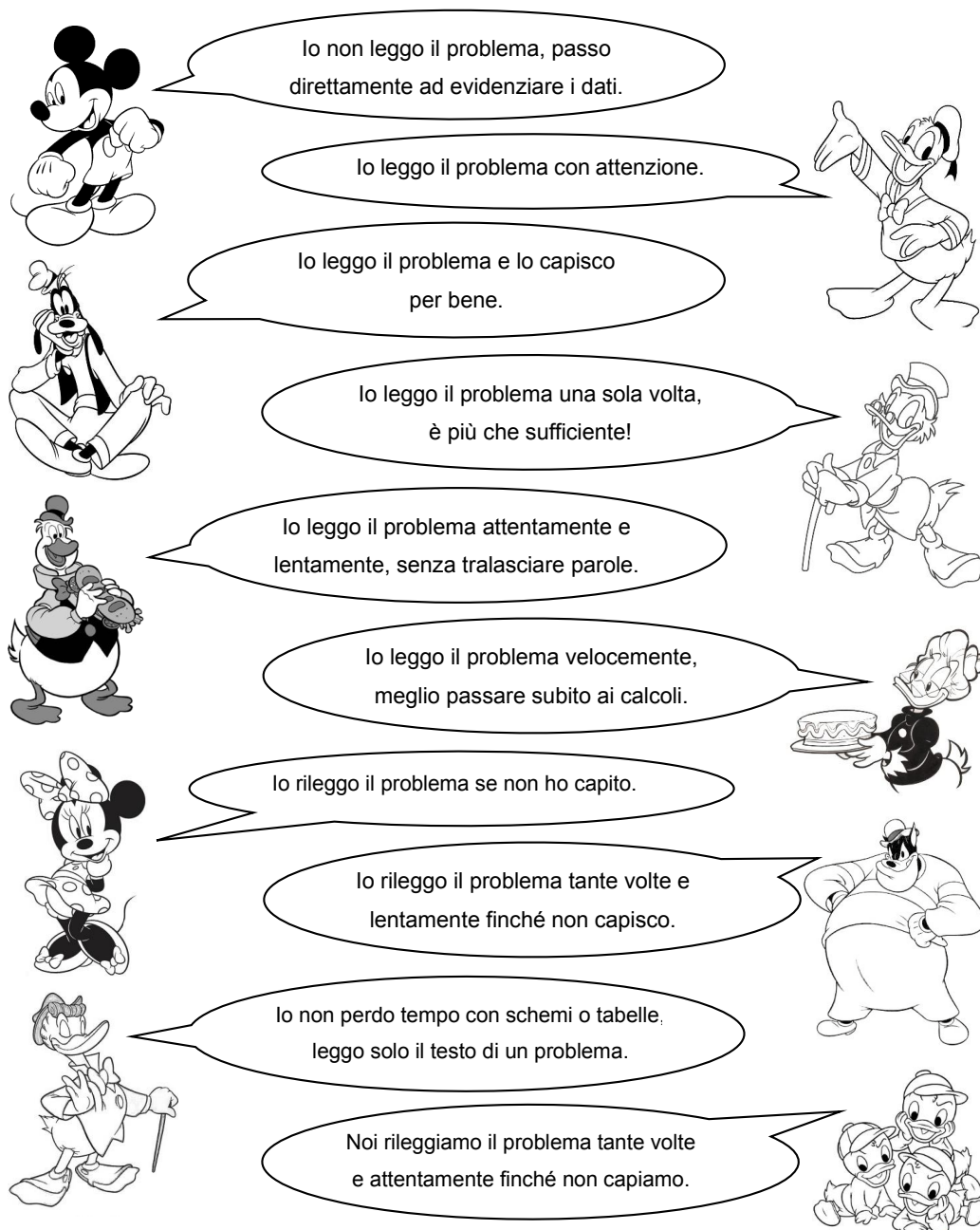
3) DISEGNO

4) RACCONTO

5) ELENCO

Per me un problema deve essere affrontato così:
1°- leggere attentamente
2°- capire il problema
3°- pensare ai procedimenti possibili per risolvere il problema (a pag.)
4°- scrivere a bella
5°- fare una risposta completa.

Intervento didattico 1 – Schede allievi

La risoluzione di problemi di matematica: **LEGGERE****PARTE 1:** Osservate le seguenti affermazioni: quali ritenete importanti e quindi condividete?


io non leggo il problema, passo direttamente ad evidenziare i dati.

io leggo il problema con attenzione.

io leggo il problema e lo capisco per bene.

io leggo il problema una sola volta, è più che sufficiente!

io leggo il problema attentamente e lentamente, senza tralasciare parole.

io leggo il problema velocemente, meglio passare subito ai calcoli.

io rileggo il problema se non ho capito.

io rileggo il problema tante volte e lentamente finché non capisco.

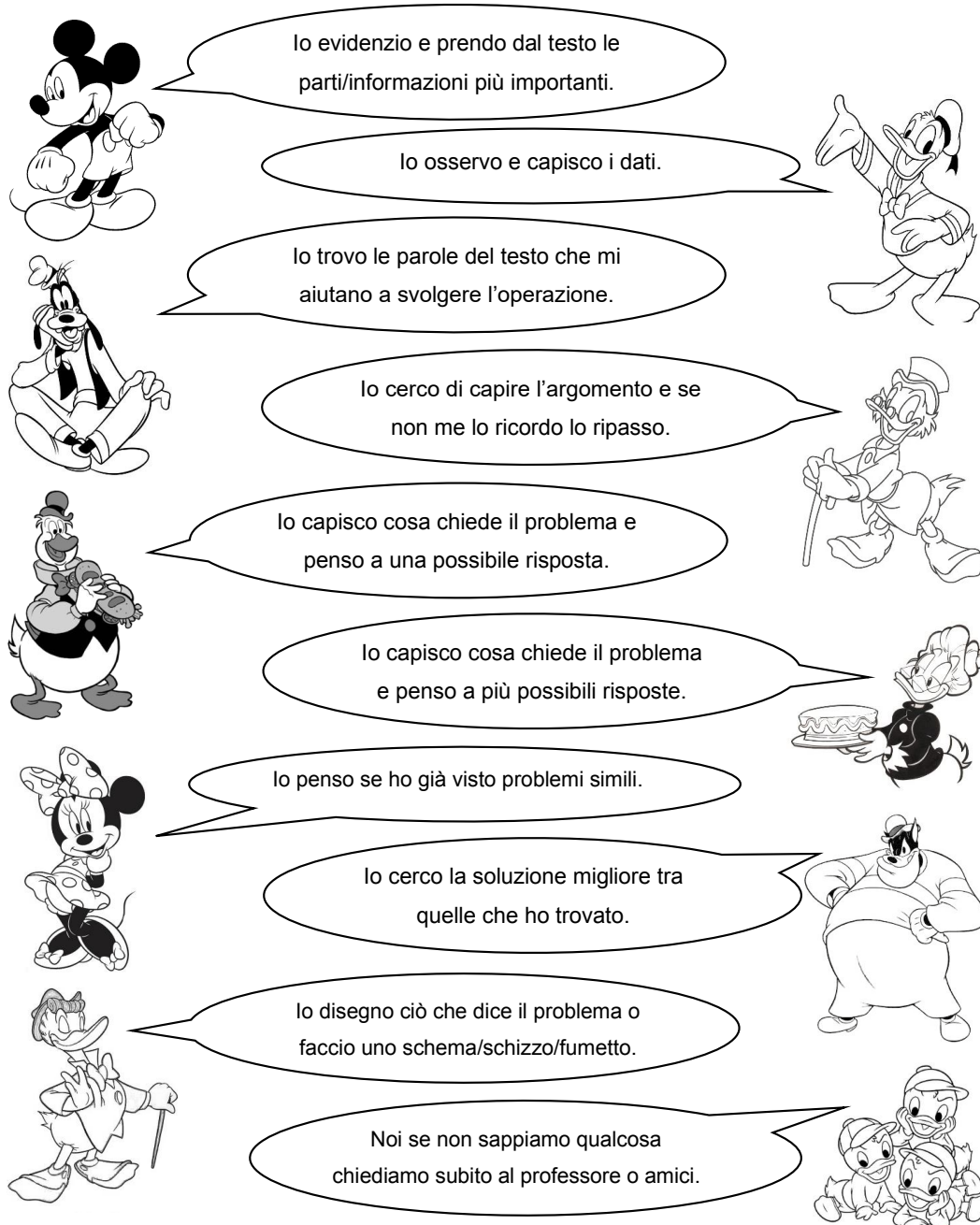
io non perdo tempo con schemi o tabelle, leggo solo il testo di un problema.

Noi rileggiamo il problema tante volte e attentamente finché non capiamo.

PARTE 2: Utilizzando lo stile comune scelto insieme ai tuoi compagni (.....), riassumete con precisione nello spazio seguente tutto il procedimento (azioni, processi, operazioni, ...) che secondo voi è importante seguire durante la fase “LEGGERE”.

La risoluzione di problemi di matematica: **COMPRENDERE**

PARTE 1: Osservate le seguenti affermazioni: quali ritenete importanti e quindi condividete?



lo evidenzio e prendo dal testo le parti/informazioni più importanti.

lo osservo e capisco i dati.

lo trovo le parole del testo che mi aiutano a svolgere l'operazione.

lo cerco di capire l'argomento e se non me lo ricordo lo ripasso.

lo capisco cosa chiede il problema e penso a una possibile risposta.

lo capisco cosa chiede il problema e penso a più possibili risposte.

lo penso se ho già visto problemi simili.

lo cerco la soluzione migliore tra quelle che ho trovato.

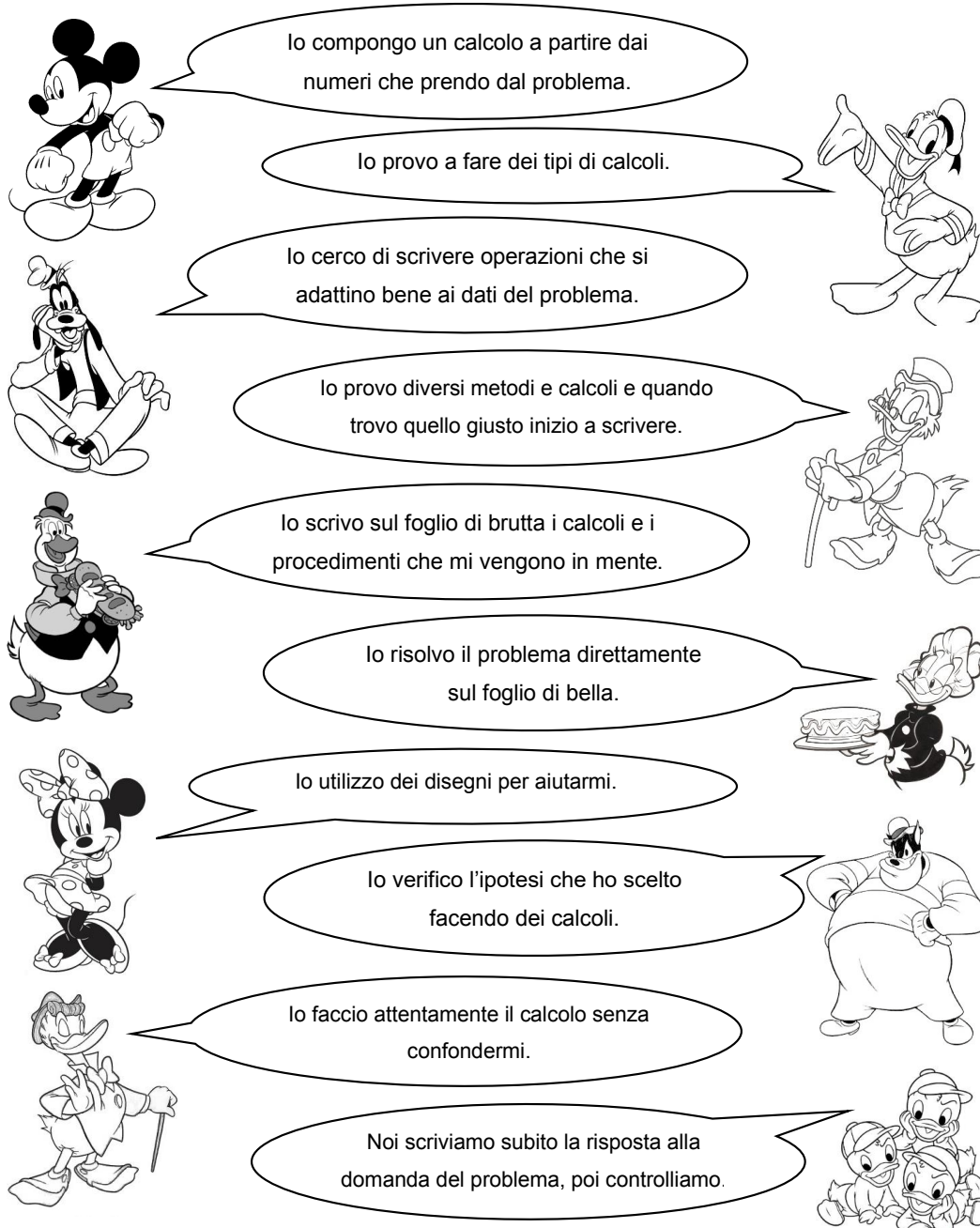
lo disegno ciò che dice il problema o faccio uno schema/schizzo/fumetto.

Noi se non sappiamo qualcosa chiediamo subito al professore o amici.

PARTE 2: Utilizzando lo stile comune scelto insieme ai tuoi compagni (.....), riassumete con precisione nello spazio seguente tutto il procedimento (azioni, processi, operazioni, ...) che secondo voi è importante seguire durante la fase “COMPRENDERE”.

La risoluzione di problemi di matematica: **RISOLVERE**

PARTE 1: Osservate le seguenti affermazioni: quali ritenete importanti e quindi condividete?



lo compongo un calcolo a partire dai numeri che prendo dal problema.

lo provo a fare dei tipi di calcoli.

lo cerco di scrivere operazioni che si adattino bene ai dati del problema.

lo provo diversi metodi e calcoli e quando trovo quello giusto inizio a scrivere.

lo scrivo sul foglio di brutta i calcoli e i procedimenti che mi vengono in mente.

lo risolvo il problema direttamente sul foglio di bella.

lo utilizzo dei disegni per aiutarmi.

lo verifico l'ipotesi che ho scelto facendo dei calcoli.

lo faccio attentamente il calcolo senza confondermi.

Noi scriviamo subito la risposta alla domanda del problema, poi controlliamo.

PARTE 2: Utilizzando lo stile comune scelto insieme ai tuoi compagni (.....), riassumete con precisione nello spazio seguente tutto il procedimento (azioni, processi, operazioni, ...) che secondo voi è importante seguire durante la fase “RISOLVERE”.

La risoluzione di problemi di matematica: **RIFLETTERE**

PARTE 1: Osservate le seguenti affermazioni: quali ritenete importanti e quindi condividete?



Dopo aver finito con i calcoli, io vedo se tutto funziona.

Dopo aver finito, io rileggo i miei calcoli.

Dopo aver finito con i calcoli, io rileggo il testo del problema.

Dopo aver finito, io rileggo attentamente e più volte quello che ho scritto.

Se trovo un errore in quello che ho scritto, io rileggo i dati.

Se trovo un errore in quello che ho scritto, io scrivo un altro calcolo.

Io mi confronto con i miei compagni.

È più grave un errore di calcolo piuttosto che un errore nella scelta dell'operazione.

Se trovo un errore in quello che ho scritto, io lo cancello subito o cancello tutto.

Dopo aver finito, noi controlliamo sempre di aver scritto in modo ordinato.

PARTE 2: Utilizzando lo stile comune scelto insieme ai tuoi compagni (.....), riassumete con precisione nello spazio seguente tutto il procedimento (azioni, processi, operazioni, ...) che secondo voi è importante seguire durante la fase “RIFLETTERE”.

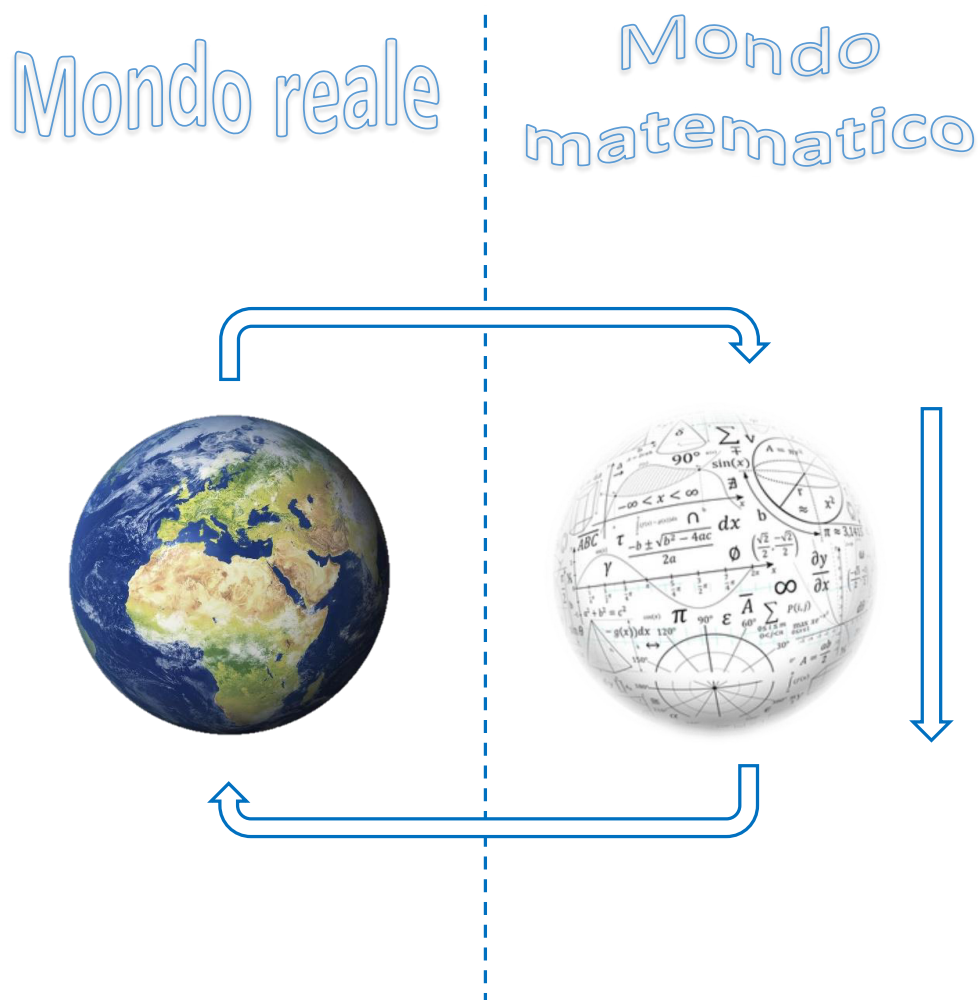
Intervento didattico 2 – Schede allievi

La risoluzione di problemi di matematica: MONDO REALE E MATEMATICO

In matematica, quando si parla dell'attività di risoluzione di problemi, si distingue tra:

- MONDO REALE;
- MONDO MATEMATICO.

Come si inseriscono le fasi da voi individuate per la risoluzione di un problema (LEGGERE, COMPRENDERE, RISOLVERE e RIFLETTERE) all'interno di questa distinzione?



Intervento didattico 3 - Schede allievi

**LE TECNICHE DI LETTURA****ISTRUZIONI**

1. Svolgi le seguenti attività comunicando e collaborando con i tuoi compagni: ascolta mentre parlano e intervieni per condividere le tue opinioni.
2. Sono richiesti impegno, serietà e partecipazione da parte di tutti. Rispondete dunque ai quesiti con precisione e in maniera approfondita.
3. Nominate un membro del gruppo che si occupi di coordinare le attività e che sia il portavoce di quanto deciso in condivisione da parte di tutti.
Coordinatore e portavoce:
4. Nominate un membro del gruppo che si occupi di annotare, per ciascun problema svolto, il tempo impiegato per completarlo.
Responsabile del tempo:
5. Preparatevi a prendere nota, per ciascuna delle seguenti attività, di questi aspetti:
 - come avete letto il testo che vi è stato proposto;
 - che cosa vi siete chiesti durante l'attività per arrivare alla risposta;
 - quali difficoltà avete incontrato (se avete avuto difficoltà);
 - quanto tempo avete impiegato per rispondere.

BUON LAVORO!

ATTIVITÀ 1 – IL VOLANTINO

Istruzioni: Leggete i volantini che vi sono stati consegnati.

Obiettivo: Il vostro obiettivo è capire quali volantini propongono la vendita di cellulari.

Domande:

1. Come avete effettuato la lettura dei volantini?

.....

.....

.....

.....

2. Che cosa vi siete chiesti durante l'attività per raggiungere il vostro obiettivo?

.....

.....

.....

.....

3. Avete incontrato delle difficoltà? Se sì, quali?

.....

.....

.....

.....

4. La lettura è stata faticosa o piacevole?

5. Quanto tempo avete impiegato per raggiungere l'obiettivo?

Analisi finale (dopo l'attività a gruppi):

LETTURA:

.....

.....

.....

ATTIVITÀ 2 – IL DIZIONARIO

Istruzioni: Consultate il dizionario che avete a disposizione.

Obiettivo: Il vostro obiettivo è cercare i termini matematici: “equazione” e “congruenza”.

Domande:

1. Come avete effettuato la lettura del dizionario?

.....

.....

.....

.....

2. Che cosa vi siete chiesti durante l'attività per raggiungere il vostro obiettivo?

.....

.....

.....

.....

3. Avete incontrato delle difficoltà? Se sì, quali?

.....

.....

.....

.....

4. La lettura è stata faticosa o piacevole?

5. Quanto tempo avete impiegato per raggiungere l'obiettivo?

Analisi finale (dopo l'attività a gruppi):

LETTURA:

.....

.....

.....

ATTIVITÀ 3 – IL TESTO NARRATIVO

Istruzioni: Leggete la narrazione matematica che vi è stata consegnata.

Obiettivo: Il vostro obiettivo è saper raccontare questa storia, a parole vostre.

Domande:

1. Come avete effettuato la lettura della narrazione matematica?

.....

.....

.....

.....

2. Che cosa vi siete chiesti durante l'attività per raggiungere il vostro obiettivo?

.....

.....

.....

.....

3. Avete incontrato delle difficoltà? Se sì, quali?

.....

.....

.....

.....

4. La lettura è stata faticosa o piacevole?

5. Quanto tempo avete impiegato per raggiungere l'obiettivo?

Analisi finale (dopo l'attività a gruppi):

LETTURA:

.....

.....

.....

ATTIVITÀ 3 – IL TESTO NARRATIVO

CACCIA A MISTER X

Questa è la domanda che attende al varco mio fratello, ogni giorno non festivo, come una spada di Damocle: “Cosa avete fatto di bello oggi a scuola?”

Il nonno non può proprio farne a meno, è più forte di lui: quando va a prenderlo davanti ai cancelli della scuola, deve assolutamente sapere com'è andata; a volte riesce a trattenersi e ad aspettare fino a casa.

Filo, da parte sua, comincia a raccontare tutte le emozioni dell'intervallo: giochi nuovi, giochi di sempre, scambi di figurine, baratti entusiasmanti, scherzi alle bambine, e via dicendo. Per Filo, l'intervallo è tuttora “la materia che preferisce”, come disse candidamente dopo i primi giorni di scuola elementare, aggiungendo che, invece, in quella materna “l'intervallo era l'unica materia”.

Il nonno, quindi, dopo essersi scioccato tutte le avventure dell'intervallo, come di rito formula una seconda domanda: “E durante le lezioni, cosa avete fatto di bello?”

Non credo sia soltanto curiosità la sua; il nonno sente molta nostalgia per quel mestiere che ha svolto così a lungo e con tanta passione. Un giorno, quando era in vena di ricordi, mi ha raccontato di come fosse emozionato, persino negli ultimi anni di insegnamento, ogni volta che doveva incontrare i nuovi allievi, all'apertura dell'anno scolastico.

“In quel primo giorno di scuola”, mi ha detto, “leggevo nei loro occhi tanta voglia di fare e mille aspettative. Io avrei voluto essere un mago, per riuscire a tenere sempre desto il loro entusiasmo, per non tradire tutte quelle aspettative.”

Certo, il nonno non è un mago, ma tante magie le avrà fatte di sicuro, altrimenti perché molti suoi ex allievi, ormai adulti, continuano a cercarlo e a volergli bene?

Nel corso dell'interrogatorio di mio fratello, la seconda risposta che si becca il nonno è quasi sempre la stessa: “Abbiamo fatto molte cose interessanti, però non te le posso dire perché sono una sorpresa!”

In realtà, come ha spiegato la maestra al nonno, le “sorprese” previste nel piano di lavoro annuale sono solo i manufatti per Natale, Pasqua, la Festa della Mamma e quella del Papà: cornici modellate in cartapesta, portacenere di gesso colorato tempestati di conchiglie,

collane con perle di maccheroni dipinti... E nemmeno queste opere d'arte ci sorprendono più di tanto, perché Filo si tradisce sempre prima della festa. Comunque, ogni nuova opera, dopo grandi ovazioni, finisce sulla mensola di cucina adibita all'artigianato familiare (il pezzo forte è un veliero di fiammiferi, opera giovanile di nostro padre).

Il nonno, quindi, ogni volta suda sette camicie per convincere mio fratello a parlare sul serio di scuola. Ieri, però, non ha dovuto nemmeno cominciare il terzo grado: Filo non vedeva l'ora di raccontargli un bellissimo gioco, *caccia al Mister X*.

“Oggi Grazia ci ha fatto giocare ai detective, nonno! Dovevamo smascherare un numero che si era camuffato: il numero si faceva chiamare Mister X, e per non essere riconosciuto si era fatto un sacco di operazioni; perciò, si presentava sotto le sembianze di un altro numero. Ma noi, un po' per volta, lo scoprivamo. Prima raccoglievamo tutti gli indizi e scrivevamo il suo identikit, poi lo acciuffavamo in quattro e quattr'otto. Ci vuoi giocare nonno? Ti spiego come si fa!” e, senza aspettare risposta, gli aveva già elencato tutte le regole.

“Per esempio, c'è un Mister X che prima si è raddoppiato e poi si è aggiunto 3. A questo punto non è più lui, ma è diventato 21. Per scoprirlo, io prima mi scrivo il suo identikit, mettendo insieme tutti gli indizi: *2 volte X aumentato di 3 è uguale a 21*. Nel linguaggio della matematica, Grazia ci fa scrivere così:

$$x \cdot 2 + 3 = 21$$

Poi comincio a spogliarlo dei travestimenti. Qual era l'ultimo travestimento di Mister X? Dunque, si era *aggiunto* 3. Allora, *tolgo* 3 a sinistra e a destra del segno uguale; così:

$$x \cdot 2 + 3 - 3 = 21 - 3$$

e faccio i conti

$$x \cdot 2 = 18$$

Qual era il travestimento ancora precedente? Mister X si era *moltiplicato* per 2. Bene; allora divido per 2 a sinistra e a destra dell'uguale:

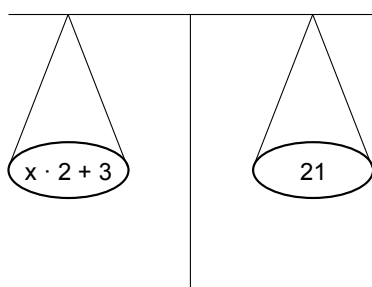
$$x \cdot 2 : 2 = 18 : 2$$

Faccio i conti e scopro Mister X:

$$x = 9$$

Vedi è rimasto nudo, senza travestimenti, cioè senza operazioni! Perciò Mister X è 9; infatti il doppio di 9 aumentato di 3 dà proprio 21.

È così, nonno, che si smascherano i numeri! Grazia ci ha fatto capire che è come quando ci spogliamo: se per vestirvi ci siamo infilati prima la camicia e poi il maglione, per spogliarci ci sfiliamo prima il maglione e poi la camicia. Perciò, facciamo le *operazioni inverse nell'ordine inverso*. Ma le dobbiamo fare sia a sinistra sia che a destra del segno di uguale! Infatti, Grazia ci ha spiegato che un identikit è come una bilancia con due piatti in equilibrio. Così, guarda:



Per mantenerli in equilibrio, se si fa una operazione in un piatto la si deve fare anche nell'altro. Tu lo sai, nonno, che moltiplicazione e divisione sono l'una l'inverso dell'altra, e addizione e sottrazione pure?”

“Certo, caro mio! Bravo, bravissimo... furba questa Grazia, però!” ha esclamato il nonno, grattandosi la testa, soddisfatto. “Con un gioco di spogliarello vi ha insegnato nientemeno che le equazioni! Perché, devi sapere, che quello che avete chiamato identikit:

$$x \cdot 2 + 3 = 21$$

in matematica si chiama *equazione*, e risolverla significa trovare il numero che sostituito a X rende vera l'uguaglianza. Per trovare questo numero, che viene chiamato *soluzione*, si devono fare, a destra e a sinistra del segno di uguaglianza, le operazioni inverse rispetto a quelle che hanno “travestito” X, proprio come hai fatto tu!”

[Testo tratto da “I magnifici dieci”, di Anna Cerasoli]



ATTIVITÀ 4 – IL MANUALE SCOLASTICO

Istruzioni: Leggete il testo consegnatovi, tratto da un manuale scolastico di matematica.

Obiettivo: Il vostro obiettivo è comprendere il significato matematico di quanto scritto.

Domande:

1. Come avete effettuato la lettura del testo tratto dal manuale?

.....

.....

.....

.....

2. Che cosa vi siete chiesti durante l'attività per raggiungere il vostro obiettivo?

.....

.....

.....

.....

3. Avete incontrato delle difficoltà? Se sì, quali?

.....

.....

.....

.....

4. La lettura è stata faticosa o piacevole?

5. Quanto tempo avete impiegato per raggiungere l'obiettivo?

Analisi finale (dopo l'attività a gruppi):

LETTURA:

.....

.....

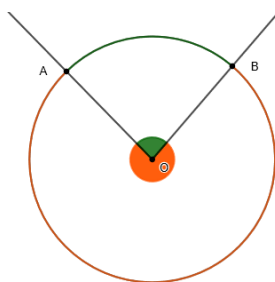
.....

ATTIVITÀ 4 – IL MANUALE SCOLASTICO**ANGOLI AL CENTRO E ANGOLI ALLA CIRCONFERENZA**

Disegniamo una circonferenza di centro O e su di essa fissiamo due punti A e B . Uniamo ora tali punti con il centro della circonferenza ottenendo così due angoli, uno convesso (colorato in verde) e l'altro concavo (in arancione), che hanno il vertice nel centro della circonferenza. Ciascuno di essi è detto **angolo al centro**. Quando parleremo di angoli al centro ci riferiremo a quelli convessi che indicheremo con la scrittura $\widehat{AOB}$.

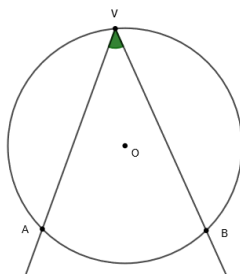
Si dice **angolo al centro** di una circonferenza ogni angolo che ha il vertice nel centro della circonferenza. Si dice che l'arco $\widehat{AB}$ e l'angolo al centro $\widehat{AOB}$ sono **corrispondenti**, ovvero che l'angolo al centro $\widehat{AOB}$ **insiste** sull'arco $\widehat{AB}$.

È facile verificare che in una stessa circonferenza, o in circonferenze congruenti, angoli al centro congruenti insistono su archi congruenti e viceversa.



Se su una circonferenza di centro O segniamo due punti A e B e poi li congiungiamo con un terzo punto V della circonferenza, otteniamo l'angolo $\widehat{AVB}$ detto **angolo alla circonferenza**. Anche in questo caso l'arco $\widehat{AB}$ e l'angolo $\widehat{AVB}$ si dicono **corrispondenti**.

Si dice **angolo alla circonferenza** ogni angolo che ha il vertice sulla circonferenza e i lati entrambi secanti oppure uno secante e l'altro tangente alla circonferenza.



ATTIVITÀ 5 – QUALE TIPO DI LETTURA?

Istruzioni: Per ciascuno dei seguenti casi, indica il tipo di lettura (e le relative caratteristiche) che meglio si addice sulla base del tipo di testo e dello scopo indicato.

TESTO	SCOPO	TIPO DI LETTURA	CARATTERISTICHE DELLA LETTURA
Manuale scolastico	Cercare l'argomento "Numeri interi"		
Testo di istruzioni	Capire come funziona un oggetto		
Volantino	Cercare il prezzo più economico dei cellulari		
Articolo di giornale	Capire se parla di matematica		
Problema matematico	Saperlo spiegare con le proprie parole		
Lista di nomi	Cercare un nome in particolare		
Filastrocca	Saperla ripetere a memoria		

C'è qualche altro esempio che ti viene in mente?

TESTO	SCOPO	TIPO DI LETTURA	CARATTERISTICHE DELLA LETTURA
.....			
.....			
.....			
.....			

Intervento didattico 4 – Schede allievi

LEGGERE PER COMPRENDERE DIVERSI TIPI DI PROBLEMI

ISTRUZIONI: Di seguito sono riportate diversi tipi di problemi matematici. Analizziamo insieme ogni problema alla volta, prendendoci il tempo necessario per leggerlo e comprenderlo. Successivamente, dovreste risolverlo con il vostro compagno.

PROBLEMA #1 Osservazioni:

Quale sarà la temperatura dell'acqua in un recipiente se metti insieme una caraffa d'acqua a 80 °C e una a 40 °C?

.....
.....

PROBLEMA #2 Osservazioni:

Maria, Renato e Fabio misurano a passi la lunghezza della loro aula. Maria conta 26 passi, Renata ne conta 30 e Fabio 28. Chi ha il passo più lungo? Perché?

.....
.....

PROBLEMA #3 Osservazioni:

Marco e Franco vogliono andare in vacanza al mare. In un albergo, per vitto e alloggio devono spendere in tutto 800 € a settimana. Avendo ciascuno un reddito mensile di 1300 €, per quante settimane potranno rimanere? Con il resto dei soldi, possono rimanere all'albergo per un'altra settimana?

.....
.....
.....
.....

PROBLEMA #4 Osservazioni:

La somma delle cifre di un numero naturale minore di 100 è 12. La cifra delle decine è il doppio di quella delle unità. Di quale numero si tratta?

.....

PROBLEMA #5 Osservazioni:

Alice, Bernardo e Carlo vogliono dividersi le botti di vino della cantina del padre in modo che ognuno abbia la stessa quantità di vino e di botti. Nella cantina ci sono 4 botti piene, 4 botti mezze piene e 4 botti vuote. Le botti non si possono aprire. Come possono fare?

.....

PROBLEMA #6 Osservazioni:

Un barattolo di chilogrammi di Nutella costa Franchi. Quanto costa un chilogrammo?

.....

PROBLEMA #7 Osservazioni:

Una classe di 9 maschi e 10 femmine, accompagnati dalla maestra Gianna e dalla maestra Luisa, sale sul pulmino per andare in gita. Restano due posti liberi. Quanti sono in tutto i posti a sedere per i viaggiatori sul pulmino? 19, 21 o 23?

.....

PROBLEMA #8 Osservazioni:

Considera il numero 15. Raddoppialo, poi raddoppia il risultato, poi continua a raddoppiare. In questo modo arrivi a trovare tutti i multipli di 15?

Scegli la risposta e completa la frase:

- Sì, perché
- No, perché

PROBLEMA #9 Osservazioni:

Un appartamento aveva 7 locali. Dal locale più grande sono state ricavate 2 camere. Quanti locali ha ora l'appartamento?

.....

PROBLEMA #10 Osservazioni:

Luca e Gabriele assieme pesano 56 kg. Luca pesa 8 kg in più di Gabriele. Quanto pesa Gabriele?

.....

PROBLEMA #11 Osservazioni:

Calcola l'età di due fratelli sapendo che l'età del maggiore è il doppio di quella del minore e che la loro somma è 36.

.....

PROBLEMA #12 Osservazioni:

Tommaso ha deciso di passare una decina di giorni in campeggio con i suoi amici Alessio, Marco e Giovanni. Se prenderanno una tenda con 4 posti letto, allora prevedono di spendere 15 euro al giorno per l'affitto della piazzola, 18 euro a testa per i pasti e 8 euro al giorno per l'ombrellone. Quanto spendono i 4 ragazzi per stare al mare?

.....

.....

.....

.....

PROBLEMA #13 Osservazioni:

Anche quest'anno la nonna vuole preparare insieme alla sua nipotina Martina la marmellata con la frutta del suo giardino che le piace tanto: hanno raccolto ben 10 chilogrammi di pesche, e per fare la marmellata bisogna aggiungere 5 chilogrammi di zucchero, come dice la ricetta.

Martina è tutta contenta: “Nonna, ti immagini? Quanta marmellata solo per me!”.

La nonna le dice: “Vedi di non mangiarla tutta in un mese! Comunque quando avremo tolto gli scarti e avremo cotto tutto, ci rimarrà all'incirca i $\frac{3}{5}$ del peso iniziale complessivo di pesche e zucchero! Anzi, fammi un piacere. Vai a prendere in cantina i barattoli così li lavo per bene prima di metterci la marmellata: prendi quelli dello scaffale in basso, da 250 grammi.”

Martina è contenta di fare un piacere alla nonna ma non ha voglia di fare viaggi inutili. Deve trovare un modo per capire quanti barattoli servono: puoi aiutarla?

.....

.....

.....

.....

PROBLEMA #14 Osservazioni:

I 20 allievi della classe 2C della scuola media di Morbio oggi partecipano ad un torneo di pallavolo, per poi sfidare nella finalissima i campioni in carica della zona: i ragazzi della 2A di Stabio. Alcuni allievi della 2C non sono presenti oggi a causa dell'influenza. Dei presenti, $\frac{3}{4}$ sono maschi mentre il restante $\frac{1}{4}$ sono femmine. Come è composta la squadra?

.....

.....

.....

.....

.....

PROBLEMA #15 Osservazioni:

Il nonno di Bruno quest'anno ha prodotto botti di vino. Con ogni botte si riempiono bottiglie. Dopo un anno sono stati bevuti $\frac{1}{2}$ delle bottiglie e le rimanenti sono state sistemate su ripiani che ne contengono ciascuno. Quanti ripiani sono stati riempiti?

.....

.....

.....

.....

.....

PROBLEMA #16 Osservazioni:

Un poligono di 4 lati, con tutti i lati tra loro congruenti, ha un perimetro pari a 20 cm. Calcola l'area del poligono.

.....

.....

.....

.....

.....

PROBLEMA #17 Osservazioni:

A differenza delle cellule leucocitarie, gli eritrociti presentano dimensioni ridotte: essi possono essere modellizzati da un punto di vista bidimensionale come circonferenze di diametro pari in media a 0,008 mm.

- a) Calcola il numero di globuli rossi che possono essere adagiati su un vetrino di 300 mm².

.....

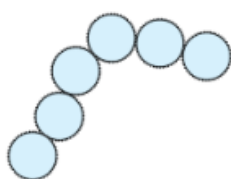
.....

.....

.....

.....

- b) Sapendo che al microscopio ottico è possibile osservare al massimo potere di ingrandimento ciascuna delle sei unità di cui è composto lo Streptococco (vedi immagine), batterio avente una superficie totale pari a 0,000015 mm², calcola se è possibile osservare con lo stesso strumento ottico anche un globulo rosso.



.....

.....

.....

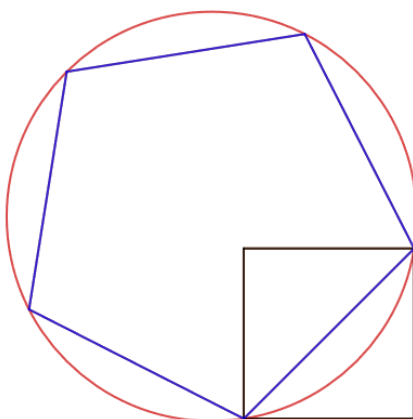
.....

.....

.....

PROBLEMA #18 Osservazioni:

Un pentagono regolare è stato costruito a partire dalla diagonale di un quadrato. Sapendo che il perimetro del quadrato è pari a 25 cm, calcola la lunghezza della circonferenza circoscritta al pentagono regolare.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Intervento didattico 5 – Schede allievi**RISOLVERE PROBLEMI: STRATEGIE E CALCOLI**

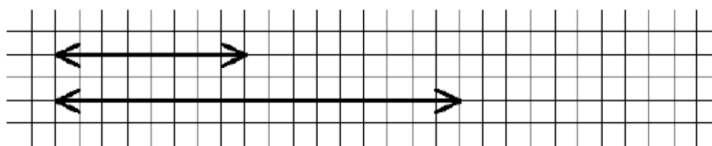
ISTRUZIONI: Di seguito sono riportati diversi problemi matematici, da risolvere a coppie. Successivamente, discuteremo insieme i procedimenti da voi adottati.

PROBLEMA #1

Un giardino ha la forma di un rettangolo il cui perimetro è di 108 m e una dimensione è $\frac{5}{4}$ dell'altra. Nel suo interno vi sono 4 vasche circolari di raggio 2,5 m ciascuna. Calcola l'area della parte del giardino destinata al verde.

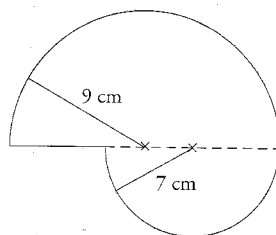
PROBLEMA #2

Nell'immagine seguente sono rappresentate le lunghezze di due pezze di stoffa della stessa qualità. Il lato di ogni quadretto della griglia rappresenta 1 m di stoffa. La seconda pezza costa 27 Fr in più della prima. Quanto costa 1 metro di quella stoffa?



PROBLEMA #3

La figura seguente è composta da due semicerchi. Le due misure indicate corrispondono ai loro raggi. Calcola l'area e il perimetro della figura. Approssima il risultato ai cm^2 e approssima il valore di π a 3,14.

PROBLEMA #4

Ognuno dei libri rappresentati ha uno spessore di 3,8 cm: 3 cm sono pagine interne e due volte 4 mm corrispondono allo spessore delle copertine. Quali di questi calcoli ti permette di stabilire l'altezza dei 10 libri impilati? Indica le possibili risposte con una crocetta e giustifica le risposte che ritieni corrette.



- a) $3,8 \cdot 10$
- b) $(0,4 \cdot 10) + (3,6 \cdot 10)$
- c) $(3 \cdot 10) + (0,8 \cdot 10)$
- d) $(0,4 \cdot 10) + (3 \cdot 10)$

PROBLEMA #5

Il contorno di una corona circolare è costituito da due circonferenze lunghe rispettivamente 56,52 cm e 43,96 cm. Determina:

- a) i raggi delle due circonferenze
- b) il raggio della circonferenza concentrica che divide a metà la corona
- c) l'area della corona circolare

PROBLEMA #6

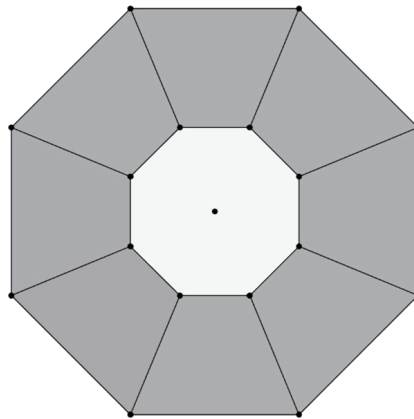
Paolo e Francesca partecipano ad una gara nazionale di corsa. Paolo, a causa di un infortunio, si ritira dalla gara dopo aver percorso $\frac{5}{7}$ dell'intero tragitto. Paolo è molto dispiaciuto perchè gli mancavano solo 6 km. Nel preciso istante in cui Paolo si ritira, Francesca ha percorso il 75% dell'intero percorso.

Quanti chilometri ha percorso Francesca quando Paolo si ritira dalla corsa?

PROBLEMA #7

La piantina in scala di un edificio è formata da due ottagoni regolari. Svolgi le seguenti richieste:

- Disegna gli apotemi e inserisci nel disegno le misure
- Calcola l'area della figura grigia prendendo le misure direttamente dal disegno
- Calcola il perimetro e l'area della corte interna (ottagono regolare bianco)

PROBLEMA #8

Calcolare “ $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4$ ” è come fare “ $6 \cdot 12$ ”.

Completa in modo analogo:

Calcolare “ $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$ ” è come fare “ $30 \cdot \dots\dots\dots$ ”.

Intervento didattico 6 – Schede allievi**LA RIFLESSIONE NELLA RISOLUZIONE DI PROBLEMI**

ISTRUZIONI: Di seguito sono riportati diversi problemi matematici, da risolvere a coppie. Successivamente, analizzeremo insieme i risultati da voi ottenuti.

PROBLEMA #1

Alla proiezione di un film assistono 54 persone e ciascuna ha pagato un biglietto di 10 Franchi. Per un guasto tecnico lo spettacolo viene interrotto e ciascuno spettatore avrà un rimborso pari al 20% del prezzo del biglietto. Quanto dovrà restituire in tutto il proprietario del cinema?

ANALISI:
.....

PROBLEMA #2

Un pullman può portare 32 persone. Se bisogna trasportare 526 allievi dalla scuola alla stazione, quanti pullman servono? Lo stesso pullman non può fare più di un viaggio.

ANALISI:
.....

PROBLEMA #3

Durante il periodo delle migrazioni le rondini percorrono 320 km al giorno. Quanti giorni impiegano per volare dalla Svizzera alla Repubblica Centrafricana (3600 km)?

ANALISI:
.....

PROBLEMA #4

Per la fessura della buca delle lettere della casa di Ada si riesce a far passare a malapena una busta quadrata di 84 cm di perimetro. Per il compleanno di Ada, Elia le ha confezionato una busta rotonda. Quanto deve essere lunga al massimo la circonferenza della busta per passare dalla buca delle lettere?

ANALISI:
.....

PROBLEMA #5

Per arredare la sua nuova casa Federica deve scegliere le piastrelle per il soggiorno. La superficie da piastrellare ha un'estensione pari a 25 m^2 . Sapendo che tutte le piastrelle sono congruenti e che ciascuna misura 1350 cm^2 , quante piastrelle dovrà comprare Federica?

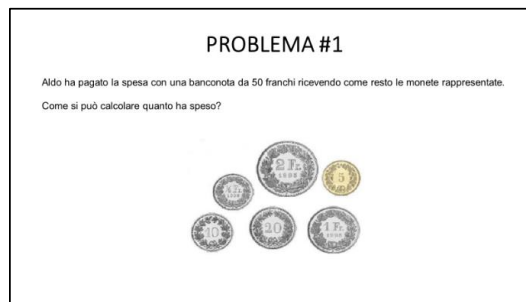
ANALISI:
.....

Intervento didattico 7 – Presentazione

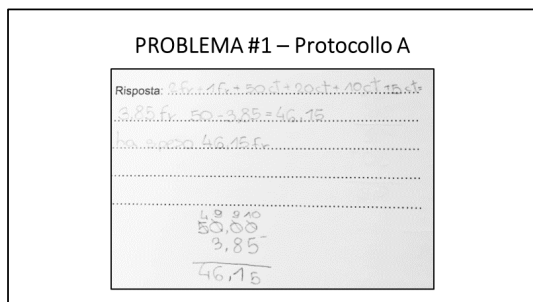
1



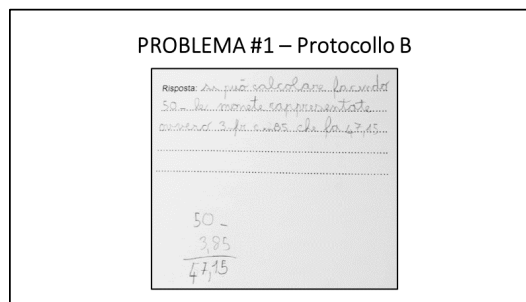
2



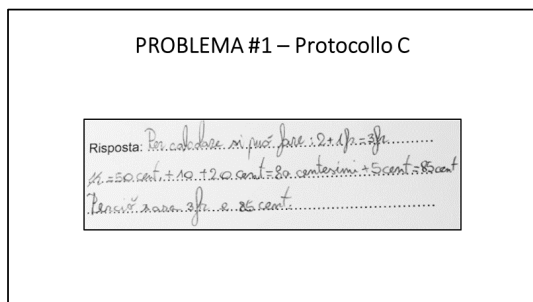
3



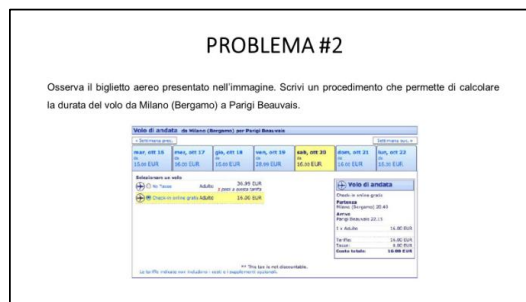
4



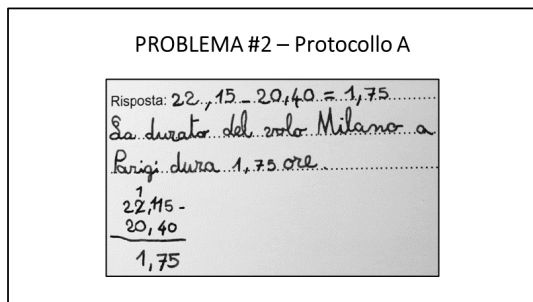
5



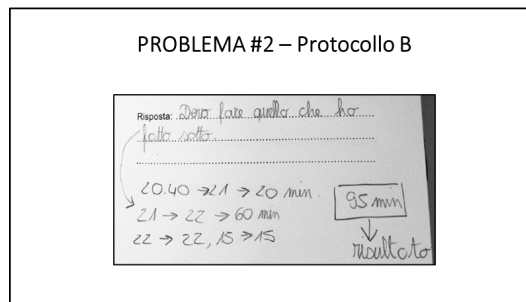
6



7



8



9

PROBLEMA #2 – Protocollo C

Risposta: $22:15 - 20:40 = 135$
 Il tempo dura 135'

10

PROBLEMA #3

La mamma ha deciso di comperare una nuova tovaglia per il tavolo della sala da pranzo, lungo 1,40 m e largo 80 cm. Vuole che la tovaglia caschi da ogni lato per 20 cm. Come può fare per determinare le misure da indicare al venditore per avere la tovaglia delle dimensioni desiderate?

11

PROBLEMA #3 – Protocollo A

Risposta: Per fare quest
 calcolo che fa 22400 cm
 $1,40m \rightarrow 140cm$
 $140 \times 80 = 11200$
 $11200 \times 20 = 224000cm$

12

PROBLEMA #3 – Protocollo B

Risposta: $1,40 + 40cm = 1,80m$
 $80cm + 40cm = 1,20m$
 Deve essere $1,20m \times 1,80m$

13

PROBLEMA #3 – Protocollo C

Risposta: 1,80 m lungo
 largo 120 cm

14

PROBLEMA #3 – Protocollo D

Risposta: Per fare $1,40m + 40cm = 1,80m$
 e poi $80cm + 40cm = 120cm$ cioè 1 m...

15

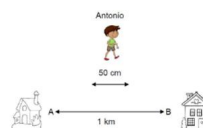
PROBLEMA #3 – Protocollo E

Risposta: Deve calcolare l'area
 e poi fare + 20 centimetri
 in ogni lato

16

PROBLEMA #4

Osserva la situazione descritta dall'immagine:
 Quanti passi deve fare Antonio per andare da A a B, con camminata regolare?



Intervento didattico 7 – Schede allievi

ANALISI DI PROTOCOLLI DI PROBLEMI MATEMATICI

ISTRUZIONI: Per ciascuno dei seguenti problemi, analizzate i relativi protocolli, svolti da altri allievi di età simile alla vostra. Stabilite se i procedimenti sono corretti o se sono invece presenti degli errori. Nel caso di un protocollo errato, cercate di capire in quale fase di risoluzione del problema è stato commesso l'errore.

PROBLEMA #1

Aldo ha pagato la spesa con una banconota da 50 franchi ricevendo come resto le monete rappresentate. Come si può calcolare quanto ha speso?



Protocollo A:

.....

.....

.....

Protocollo B:

.....

.....

.....

Protocollo C:

.....

.....

.....

PROBLEMA #2

Osserva il biglietto aereo presentato nell'immagine. Scrivi un procedimento che permetta di calcolare la durata del volo da Milano (Bergamo) a Parigi Beauvais.

Volo di andata da Milano (Bergamo) per Parigi Beauvais						
« Settimana prec. »		Settimana suc. »				
mar, ott 16 da 15.00 EUR	mer, ott 17 da 16.00 EUR	gio, ott 18 da 16.00 EUR	ven, ott 19 da 26.99 EUR	sab, ott 20 da 16.00 EUR	dom, ott 21 da 16.00 EUR	lun, ott 22 da 16.00 EUR
Selezionare un volo ☐ No Tasse Adulto 36.99 EUR <i>1 posti a questa tariffa</i> ☒ Check-in online gratis Adulto 16.00 EUR						
				Volo di andata Check-in online gratis Partenza Milano (Bergamo) 20.40 Arrivo Parigi Beauvais 22.15 1 x Adulto 16.00 EUR Tariffe: 16.00 EUR Tasse: 0.00 EUR Costo totale: 16.00 EUR		
** This tax is not discountable. Le tariffe indicate non includono i costi e i supplementi opzionali.						

Protocollo A:

.....

Protocollo B:

.....

Protocollo C:

.....

PROBLEMA #3

La mamma ha deciso di comperare una nuova tovaglia per il tavolo della sala da pranzo, lungo 1,40 m e largo 80 cm. Vuole che la tovaglia caschi da ogni lato per 20 cm. Come può fare per determinare le misure da indicare al venditore per avere la tovaglia delle dimensioni desiderate?

Protocollo A:

.....

.....

.....

Protocollo B:

.....

.....

.....

Protocollo C:

.....

.....

.....

Protocollo D:

.....

.....

.....

Protocollo E:

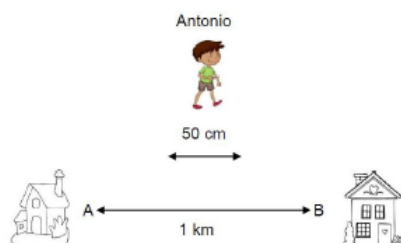
.....

.....

.....

PROBLEMA #4

Osserva la situazione descritta dall'immagine:



Quanti passi deve fare Antonio per andare da A a B, con camminata regolare?

Protocollo A:

.....

.....

.....

Protocollo B:

.....

.....

.....

Protocollo C:

.....

.....

.....

Protocollo D:

.....

.....

.....

Il questionario finale

NOME: COGNOME: DATA:

QUESTIONARIO SUI PROBLEMI DI MATEMATICA

Come sai, durante questi mesi abbiamo svolto insieme un percorso sulla risoluzione di problemi matematici.

Nelle seguenti pagine troverai alcune domande alle quali ti verrà chiesto di rispondere in maniera libera e personale. Cerca quindi di essere spontaneo e di scrivere quello che pensi davvero.

Leggi bene le domande e rifletti sulle risposte da dare.

Svolgi il questionario individualmente, senza l'aiuto dei tuoi genitori o dei compagni. Le domande sono molto personali e sarà dunque per te importante scavare nella tua memoria per ricordare quanto abbiamo fatto insieme nei mesi scorsi.

Le tue risposte ci serviranno per concludere il percorso che abbiamo svolto insieme sui problemi matematici. Grazie!

DOMANDA 1

Che cosa pensi di aver appreso in questi mesi sul percorso svolto insieme riguardo alla risoluzione di problemi matematici?

RISPOSTA:

DOMANDA 2

Pensi che grazie a questo percorso siano cambiate le tue convinzioni riguardo a ciò che si dovrebbe fare per riuscire a risolvere un problema matematico?

Prenditi il tempo di cui hai bisogno per riflettere e cercare di capire se e come sono cambiate le tue idee sulle fasi e sui processi da mettere in atto per risolvere al meglio un problema matematico. Elabora la tua risposta con la modalità che ritieni più idonea (testo scritto, schema, disegno, fumetto, ...).

RISPOSTA:

DOMANDA 3

Dai un tuo giudizio sulle seguenti affermazioni relative a convinzioni e comportamenti nella risoluzione di problemi matematici, indicandone il livello di importanza.

Utilizza la seguente scala di valutazione numerica:

1 = per nulla d'accordo

2 = poco d'accordo

3 = abbastanza d'accordo

4 = molto d'accordo

Convinzioni e comportamenti	Giudizio personale			
	Per nulla d'accordo	Poco d'accordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
1. È più facile comprendere un problema con un testo più corto rispetto a un problema con un testo più lungo.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
2. È più facile risolvere un problema con una sola domanda rispetto a un problema con tante domande.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
3. È più facile svolgere i calcoli di un problema con numeri piccoli rispetto a un problema con numeri grandi.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
4. Utilizzare tutto il tempo necessario per leggere in profondità il testo di un problema matematico allo scopo di comprenderne bene il senso.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
5. Leggere velocemente il testo di un problema matematico per concentrarsi il prima possibile sul procedimento matematico da implementare.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐

Convinzioni e comportamenti	Per nulla d'accordo	Poco d'accordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
6. Rileggere il testo di un problema se alla prima lettura non si è capito il significato.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
7. Leggere soltanto il testo di un problema. Tutto il resto (es. disegni, schemi, tabelle) non serve per comprenderne il significato.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
8. Cercare il significato di una parola sul dizionario se non si conosce.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
9. Capire che tipo di testo si sta leggendo: se non ha dati numerici, allora non è un problema matematico.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
10. Prima di pensare ad un possibile procedimento risolutivo, cercare di capire l'argomento matematico che emerge dal problema.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
11. Cercare di capire il significato della/e domanda/e presente/i nel problema.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
12. Cercare nel testo del problema le parole che suggeriscono l'operazione da fare.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
13. Pensare se il problema proposto ha una struttura simile a quella di problemi già visti.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
14. Prima di iniziare a scrivere sul foglio, pensare a tutto il procedimento risolutivo.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐

Convinzioni e comportamenti	Per nulla d'accordo	Poco d'accordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
15. Provare a scrivere le operazioni che sembrano più adatte ai numeri e alle parole del problema. Scegliere poi quella che si ritiene corretta.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
16. Fare disegni o schemi se può essere utile per risolvere alcuni problemi.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
17. Modificare subito il procedimento se ci si rende conto di avere sbagliato.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
18. Essere più concentrati quando si svolgono i calcoli rispetto a quando si sceglie l'operazione da scrivere: è peggio infatti fare un errore di calcolo piuttosto che sbagliare a scegliere le operazioni.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
19. Chiedere subito aiuto ai compagni o al docente quando non si capisce qualcosa.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
20. Dopo aver svolto il procedimento risolutivo, controllarlo per assicurarsi di non avere fatto errori.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐
21. Dopo aver svolto il procedimento risolutivo, rileggere il problema per assicurarsi che il processo e la soluzione siano accettabili.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐

DOMANDA 4

1. Abbiamo visto che esistono diverse modalità di lettura (canguro, aquila, ghepardo e lumaca). Ora che siamo giunti al termine del percorso, quali credi siano le strategie migliori di lettura di un problema matematico? Motiva la tua scelta.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Ti fai delle domande quando risolvi un problema? Di che tipo? Pensa a ciò che, talvolta, ti chiedi in silenzio e mentalmente durante la lettura e lo svolgimento di un problema.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Nel processo di risoluzione di un problema matematico, quanto è importante secondo te possedere le conoscenze matematiche relative agli argomenti coinvolti?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Sei d'accordo con il seguente enunciato? Motiva la tua risposta.

“Un problema matematico si può dire concluso quando è stato trovato il risultato finale dell'ultimo calcolo del processo risolutivo.”

.....

.....

.....

.....

.....

.....

GRAZIE PER IL VOSTRO IMPEGNO!