

Articolo di riferimento (DOI: [10.33683/ddm.21.9.6](https://doi.org/10.33683/ddm.21.9.6))

La Lingua Matematica: un'esperienza didattica nel Liceo Matematico

Autori

Giuseppa Rita Cirmi, Salvatore D'Asero e Maria Flavia Mammana

Allegato 1

La corsa a 20 e Dico 29!: regole del gioco e strategie vincenti

Allegato 2

Teorema del come faccio a vincere: dimostrazione guidata

La corsa a 20 e Dico 29!: regole del gioco e strategie vincenti

– La corsa a 20: strategia

La corsa a 20
(o anche detto Gioco del 20)

Contenuto:
1 tabellone, 1 pedina.

Preparativi:
I giocatori si dividono in due squadre e decidono quale squadra inizia a giocare per prima (con il gioco del pari e dispari o estrazione a sorte...).

Scopo del gioco:
Vince la squadra che arriva per prima sulla casella 20.

Svolgimento del gioco:
La squadra che inizia a giocare posiziona la pedina sul numero 1 o sul numero 2. Ogni squadra, a turno, sposta la pedina di una o due caselle.

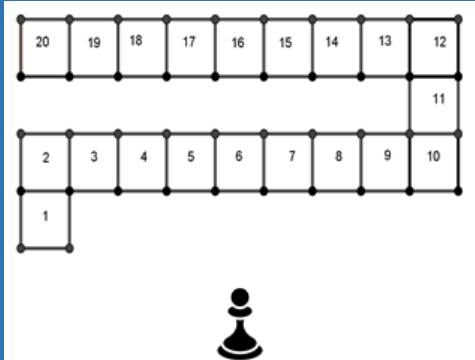


Figura 1. La corsa a 20: regole del gioco, tabellone e pedina.

Ragioniamo come segue.

Se arriviamo alle caselle 19 o 18, l'avversario, spostandosi di una posizione nel primo caso e di due nel secondo, arriva alla casella 20 e vince.

Se arriviamo alla casella 17, l'avversario potrà posizionarsi sulla casella 18, spostandosi di una casella, oppure sulla casella 19, spostandosi di due, e noi raggiungeremo la casella 20, spostandoci di due posizioni nel primo caso, di una nel secondo. In ogni caso, a prescindere dalla mossa dell'avversario, se arriviamo sulla casella 17 possiamo vincere la partita.

La casella 17 si può, dunque, ragionevolmente definire *casella vincente* e scopo del gioco è arrivare su tale casella.

Se arriviamo alle caselle 16 o 15, il nostro avversario potrà posizionarsi sulla casella 17 spostandosi di una posizione nel primo caso, di due nel secondo, e potrà vincere la partita.

Se arriviamo alla casella 14, l'avversario potrà posizionarsi sulla casella 15, spostandosi di una casella, oppure sulla casella 16, spostandosi di due, e noi raggiungeremo la casella 17, spostandoci di due caselle nel primo caso, di una nel secondo. In ogni caso, a prescindere dalla mossa dell'avversario, se arriviamo sulla casella 14 possiamo raggiungere la casella 17 e vincere la partita.

Anche la casella 14 si può, dunque, ragionevolmente definire *casella vincente* e scopo del gioco è arrivare su tale casella.

Via via così, possiamo individuare 2, 5, 8, 11, 14, 17 come caselle vincenti.

Osserviamo che la prima casella vincente, la casella 2, è a portata di tiro per il primo giocatore e che le successive caselle vincenti si possono raggiungere spostando la pedina di un numero di caselle diverso da quello di cui la sposta l'avversario (mosse vincenti).

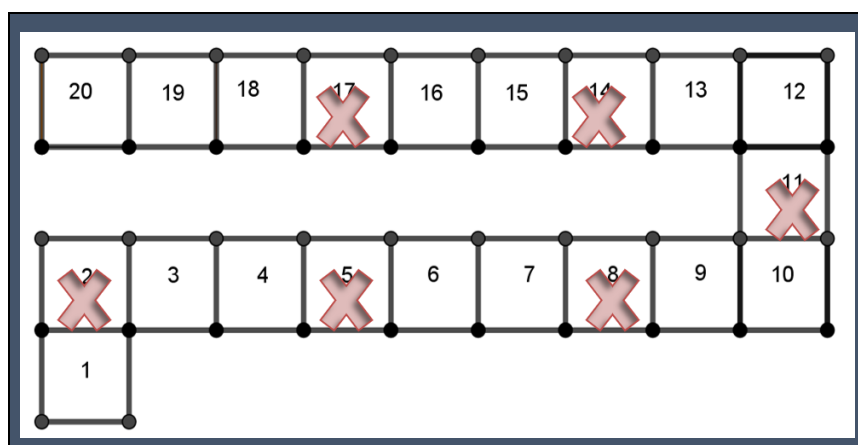


Figura 2. Caselle vincenti ne *La corsa a 20*.

Quindi segue il

Teorema del come faccio a vincere:

Siano Alice e Bruno due giocatori.

Ipotesi: Alice arriva su una casella vincente e procede per mosse vincenti.

Tesi: Alice vince.

– *Dico 29!:* strategia

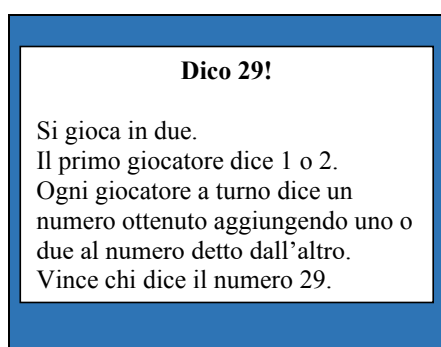


Figura 3. *Dico 29!*.

Ragionando come ne *La corsa a 20*, si trova che le caselle vincenti sono 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26 e la strategia segue immediatamente con argomentazioni analoghe alle precedenti.

Teorema del come faccio a vincere: dimostrazione guidata

Riportiamo di seguito una parte dell'attività guidata proposta agli alunni.

A questo punto del percorso gli studenti conoscono già le caselle vincenti.

Verso una dimostrazione formale del Teorema del come faccio a vincere

Le caselle

20, 17, 14, 11, 8, 5, 2

sono quelle che chiameremo *caselle vincenti*.

- Osserva la sequenza delle caselle vincenti.

Qual è la differenza $20 - 17 = ?$ $3 = 3 \times 1$

Qual è la differenza $20 - 14 = ?$ $6 = 3 \times \dots$

Qual è la differenza $20 - 11 = ?$ $9 = \dots$

Qual è la differenza $20 - 8 = ?$ $\dots = \dots$

Qual è la differenza $20 - 5 = ?$ $\dots = \dots$

Qual è la differenza $20 - 2 = ?$ $\dots = \dots$

Quindi, la differenza tra 20 e ognuna delle *caselle vincenti* è un multiplo di $\dots$

- Scrivi qual è la **proprietà delle caselle vincenti**.

Se n è una casella vincente allora la differenza tra $\dots$

- Se ti trovi in una casella vincente quale mossa fai?

Il mio obiettivo è passare da una casella vincente alla successiva. Quindi, se mi trovo su una casella vincente, se il mio avversario avanza di una casella io avanzo di $\dots$; se il mio $\dots$

Se ti trovi in una *casella vincente* chiameremo la mossa appena descritta **mossa vincente**.

- Se n è una *casella vincente*, come puoi riscrivere la sua proprietà?

$$\text{La differenza } 20 - n = \dots \times \dots$$

- Se arrivi su una *casella vincente* n , dopo una mossa vincente ti trovi nella casella

$$n + 3 = n + 3 \times 1$$

- Se non sei arrivato a 20 e fai un'altra mossa vincente, in quale casella ti trovi?

$$(n + \dots) + \dots = \dots + 3 \times \dots$$

- Ancora non sei arrivato a 20. Se fai un'altra mossa vincente in quale casella arrivi?

$$(n + \dots) + \dots + \dots = \dots + \dots \times \dots$$

Allora, se arrivi sulla casella 2 e fai solo mosse vincenti, quante mosse devi fare per arrivare a 20?

$$20 = 2 + 18 = 2 + 3 \times 6. \text{ Devo fare ... mosse per vincere.}$$

Se arrivi sulla casella 5 e fai solo mosse vincenti, quante mosse devi fare per arrivare a 20?

.....

Se arrivi sulla casella 8 e fai solo mosse vincenti, quante mosse devi fare per arrivare a 20?

.....

Se arrivi sulla casella 14 e fai solo mosse vincenti, quante mosse devi fare per arrivare a 20?

.....

Se arrivi sulla casella n con $20 = n + 3k$. Quante mosse devi fare per vincere?

....

Spiega perché.

.....

.....

– Completa lo schema:

Teorema del come faccio a vincere

Siano Alice e Bruno due giocatori.

Ipotesi: Alice arriva su una casella vincente e procede per mosse vincenti.

Tesi: Alice vince.

Dimostrazione.

Alice si trova su una casella n tale che $20 - n = 3k$.

Allora $n + 3k = \dots$

Se Alice fa una mossa vincente allora si sposta di caselle rispetto alla sua posizione precedente.

Dopo..... mosse si trova sul